

УДК 550.8.05

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

© 2020 г. В.Н. Конешов<sup>1</sup>, В.Б. Непоклонов<sup>1,2</sup>, М.Н. Дробышев<sup>1</sup>,  
Е.С. Спиридонова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия*

<sup>2</sup> *Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК), г. Москва, Россия*

Работа посвящена вопросам анализа временных рядов гравиметрических наблюдений с использованием величины фрактальной размерности как показателя персистентности временного ряда. Рассмотрены и сопоставлены разные численные методы оценки этого показателя. С использованием реальной измерительной информации получены количественные оценки фрактальной размерности для девяти пробных временных рядов гравиметрических наблюдений по двум компонентам – измеренным значениям ускорения силы тяжести и среднеквадратическим отклонениям погрешностей измерений. Полученные оценки характеризуются значениями от 1.12 до 1.44 по первой компоненте и от 1.26 до 1.42 по второй, что указывает на стабильную персистентность временных рядов. Экспериментально исследована зависимость фрактальной размерности от длины ряда, вида трендообразующего полинома, метода оценки и его настроек (на примере методов нормированного размаха и минимального покрытия). Даны предложения по методике получения оценок фрактальной размерности и их практическому применению.

**Ключевые слова:** гравиметрические наблюдения, временной ряд, метод минимального покрытия, метод нормированного размаха, персистентность, фрактальная размерность.

### Введение

Решение ряда задач геодезии и геофизики связано с анализом высокоточных временных рядов гравиметрических наблюдений, чему посвящены многочисленные работы (см., например, [Абрамов, Конешов, Чебров, 2016; Абрамов, Дробышев, Конешов, 2013а; Дробышев, Конешов, Непоклонов, 2016] и др.). Возможности обработки таких рядов могут быть расширены путем привлечения фрактального анализа как инструмента, отражающего сложность процесса и позволяющего диагностировать нестабильные состояния [Кроновер, 2000; Barton, Pointe, 1995; Feder, 1988; Hurst, 1951; Kantelhardt, 2012]. Предпосылкой является парадигма о фрактальной (самоподобной) структуре множества стохастических процессов природного и техногенного характера. Область применения фрактального анализа охватывает целый ряд геофизических приложений, включая идентификацию наблюдаемых геофизических процессов, оценку качества и достоверности геофизической информации и прогнозирование развития геофизических процессов (явлений). При этом в основном фрактальный анализ применяется при изучении геотектонических структур, геодинамических и геомагнитных процессов, сейсмической активности, метеорологических явлений, чему посвящены такие работы, как [Любушин, 2007; Имашев, Сычев, 2017; Dimri, 2005; Ranguelov, Ivanov, 2017] и целый ряд других. В гравиметрии применение фрактального анализа на сегодняшний день, по-видимому, ограничивается изучением пространственного распределения гравитационных аномалий [Barton, Pointe, 1995; Zhang, Featherstone, 2000]. Использование фрактального подхода к обработке и анализу высокоточных временных

рядов гравиметрических наблюдений пока не получило заметного отражения в публикациях. Все вышеизложенное послужило основанием для проведения исследования, которому посвящена данная статья.

### Постановка задачи

Под высокоточными временными рядами гравиметрических наблюдений в данной работе понимается совокупность дискретных числовых показателей наблюдаемого сигнала – ускорения силы тяжести, измеренного (зарегистрированного) в последовательные, обычно равноотстоящие друг от друга, моменты времени на стационарном гравиметрическом пункте. Наблюдения могут проводиться на интервале от нескольких минут до нескольких суток, при долговременных наблюдениях – до нескольких месяцев [Абрамов, Конешов, Чебров, 2016; Абрамов, Дробышев, Конешов, 2013б].

Временной ряд  $f(t)$ ,  $t \in \{t_1, t_2, \dots, t_n (t_i < t_{i+1}, i = 1, \dots, n-1)\}$  в общем случае может быть представлен в виде  $f(t) = \theta(t) + \delta(t) + \varepsilon(t)$ , где  $\theta(t)$  – систематическая составляющая (тренд);  $\delta(t)$  – нерегулярная (псевдослучайная, шумоподобная, хаотическая) составляющая;  $\varepsilon(t)$  – случайный шум [Амосов, Муллер, 2014].

Задача идентификации систематических составляющих временных рядов гравиметрических наблюдений может решаться с использованием аппроксимирующих полиномов (алгебраических, тригонометрических). Алгебраическими полиномами описывают, например, дрейф нуля-пункта относительного гравиметра. Тригонометрические полиномы используются для описания периодических и циклических компонент, в частности, приливных вариаций ускорения силы тяжести. Обычной практикой является определение коэффициентов трендообразующего полинома по методу наименьших квадратов.

Задача идентификации случайного шума, который, как правило, является комбинацией различных стохастических факторов, обусловленных работой чувствительных элементов, устройств регистрации и преобразователей измерительной системы, может решаться с помощью известных методов и алгоритмов фильтрации и сглаживания временных рядов.

Хаотическая компонента занимает в определенном смысле промежуточное положение между систематической и случайной составляющими и в значительной мере отражает специфику исследуемого сигнала. Задача идентификации хаотической компоненты требует использования особых подходов и методов. Одним из них может быть метод фрактального анализа, получивший в настоящее время широкое распространение в разных областях научно-технической и социально-экономической деятельности [Ахметханов, Дубинин, Куксова, 2013; Амосов, Муллер, 2014]. Однако, по сравнению с другими приложениями, применение данного метода к анализу временных рядов гравиметрических наблюдений на сегодняшний день представляется недостаточно изученным.

В методе фрактального анализа хаотичность процесса оценивается с помощью показателя  $D$ , называемого фрактальной размерностью [Мандельброт, 2002; Пащенко, Амосов, Муллер, 2015]. Величину  $D$  можно рассматривать как характеристику сложности графика, описывающую распространение (развитие) процесса или явления в пространстве (времени). Так, анализ данных площадных и маршрутных гравиметрических съемок показал, что чем больше значение  $D$ , тем выше аномальность (шероховатость) поверхности или профиля [Zhang, Featherstone, 2000].

Применительно к временным рядам фрактальная размерность служит показателем персистентности ряда. Персистентные ряды характеризуются сохранением наблюдаемой устойчивой тенденции в сочетании с относительно низким уровнем зашумленности. Для антиперсистентных рядов характерна знакопеременная тенденция в сочетании с относительно высоким уровнем зашумленности, после возрастания функции обычно происходит ее уменьшение, а после уменьшения – возрастание. Используется следующий критерий персистентности: процесс считается персистентным при  $1 \leq D < 1.5$ , антиперсистентным – при  $1.5 < D \leq 2$  и может рассматриваться как случайное блуждание при  $D = 1.5$  [Ахметханов, Дубинин, Куксова, 2013; Осипов, 2017].

С учетом отмеченных обстоятельств задача данной работы состояла в исследовании фрактального подхода к анализу временных рядов гравиметрических наблюдений с количественной оценкой фрактальной размерности на примере реальных наблюдений, проведенных в стационарных условиях с использованием современных высокоточных относительных гравиметров AutoGravCG-5 и CG-6. Если гравиметрические наблюдения проводятся на специально оборудованных гравиметрических пунктах с использованием высокоточной гравиметрической аппаратуры в спокойной геофизической обстановке, можно предполагать, что рассматриваемые ряды с большой вероятностью будут персистентными. Однако такое предположение требует экспериментального подтверждения; фактические значения показателей фрактальности временных рядов гравиметрических наблюдений сами по себе также представляют интерес.

### Методика исследования

Исследование проводилось в три этапа, первый из которых – выбор методов количественной оценки фрактальной размерности; второй – проведение вычислительного эксперимента, включая разработку программного обеспечения; третий – анализ и интерпретация полученных экспериментальных данных.

В настоящее время известно около двух десятков различных методов оценки фрактальной размерности. В данной работе рассматривались те из них, которые, по мнению авторов, могут считаться актуальными с точки зрения анализа временных рядов гравиметрических наблюдений. Среди них метод клеточного покрытия (метод Хаусдорфа–Колмогорова), метод минимального покрытия, метод нормированного размаха (метод Херста), метод стандартных отклонений, метод Ричардсона и метод разложения в ряд Фурье. При численной реализации этих методов используется конструкция вида  $\Omega_m = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m\}$  – так называемое равномерное разбиение интервала  $\omega = [t_1, t_n]$  с шагом  $\Delta t_m = (t_n - t_1)/m$ , где  $m$  – заданный целочисленный параметр.

В методе клеточного покрытия [Кроновер, 2000] показатель  $D$  определяется на основе соотношения  $N(\Delta t_m) \sim (1/\Delta t_m)^D$ , где  $N(\Delta t_m)$  – количество ячеек клеточного покрытия области графика функции  $f(t)$  на разбиении  $\Omega_m$ , содержащих хотя бы одну точку графика. Задача сводится к вычислению тангенса угла наклона прямой, аппроксимирующей в двойном логарифмическом масштабе зависимость  $N(\Delta t_m)$  [Митин, 2013].

В методе минимального покрытия [Дубовиков, Крянев, Старченко, 2004] показатель  $D$  определяется с использованием амплитудной вариации  $V_m = V(\Delta t_m)$  функции  $f(t)$  на множестве  $\Omega_m$ :

$$V(\Delta t_m) = R(\omega_1) + \dots + R(\omega_m), \quad (1)$$

где  $R(\omega_i)$  – размах значений функции  $f(t)$  на  $\omega_i \in \Omega_m$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ). Правая часть формулы (1), умноженная на  $\Delta t_m$ , соответствует покрытию графика функции  $f(t)$  прямоугольниками минимальной площади относительно разбиения  $\Omega_m$  (минимальное покрытие). Соотношение  $V(\Delta t_m) \sim \Delta t_m^{1-D}$  дает

$$D = 1 + \mu, \quad (2)$$

где  $\mu$  – так называемый индекс фрактальности, определение которого сводится к вычислению тангенса угла наклона прямой, аппроксимирующей в двойном логарифмическом масштабе зависимость  $V(\Delta t_m)$  [Мутин, 2013].

В методе нормированного размаха [Hurst, 1951; Hurst, Black, Simaika, 1965; Мандельброт, 2002]  $D$  определяется с использованием выражения

$$D = 2 - H, \quad (3)$$

где  $H$  – так называемый показатель Херста, который вычисляется на основе следующей формульной схемы:

$$H = \frac{\ln(W(\omega))}{\ln(a\pi)}; \quad (4)$$

$$W(\omega) = \frac{R(\omega)}{S(\omega)}; \quad (5)$$

$$R(\omega) = \max_{\omega} \left\{ \sum_{t \in \omega} [f(t) - \bar{f}] \right\} - \min_{\omega} \left\{ \sum_{t \in \omega} [f(t) - \bar{f}] \right\}; \quad (6)$$

$$S(\omega) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t \in \omega} [f(t) - \bar{f}]^2}. \quad (7)$$

Здесь  $\bar{f}$ ,  $R$  и  $S$  – соответственно среднее значение функции  $f(t)$ , её наибольший размах и стандартное отклонение на заданном интервале;  $W$  – нормированный размах;  $a$  – заданный эмпирический коэффициент, значение которого в различных работах варьируется от 0.5 до  $\pi/2$ .

Известны разные способы определения показателя Херста. Наиболее часто используется способ, в котором величина  $H$  определяется тангенсом угла наклона прямой, аппроксимирующей в двойной логарифмической шкале зависимость среднего арифметического значения  $\bar{W}_m$  нормированного размаха на элементах разбиения  $\Omega_m$  от шага  $\Delta t_m$ , выраженного с точностью до множителя  $a$  числом значений функции на  $\omega_i \in \Omega_m$ ,  $i=1, 2, \dots, m$  [Барабаи, Масловская, 2010].

В методе стандартных отклонений и методе разложения в ряд Фурье показатель  $D$  вычисляется по формуле вида  $D=2-\beta$ , в которой  $\beta$  – тангенс угла наклона прямой, аппроксимирующей в двойном логарифмическом масштабе зависимость среднего арифметического значения стандартного отклонения  $\bar{S}_m$  функции  $f(t)$  на элементах множества  $\Omega_m$  от шага  $\Delta t_m$  в первом случае и зависимость  $c^2(\nu)$ , где  $c$  – амплитуда;  $\nu$  – частота разложения функции  $f(t)$  в ряд Фурье, во втором [Барабаи, Масловская, 2010].

В методе Ричардсона  $D$  вычисляется по формуле вида (2) с определением индекса фрактальности через тангенс угла наклона прямой, аппроксимирующей двойную логарифмическую зависимость длины  $L$  равнозвенной ломаной линии, описывающей график функции  $f(t)$ , от длины  $r$  ее звена. При этом величина  $L$  определяется выражением

$$L(r) = N(r)r + \Delta r, \quad (8)$$

где  $N$  – количество звеньев;  $\Delta r$  – длина остатка [Мандельброт, 2002; Барабаш, Масловская, 2010].

Каждый из описанных методов оценки фрактальной размерности имеет свои достоинства и недостатки. Поэтому при выборе методов для экспериментального исследования временных рядов гравиметрических наблюдений учитывались различные критерии – точность, надежность, универсальность, сложность практической реализации, объем вычислений, практика использования. С учетом всех этих критериев и результатов анализа других методов, описанных, в частности, в [Курдюков и др., 2008; Гайдукосва, 2016], для проведения вычислительного эксперимента были отобраны два – метод минимального покрытия (ММП) и метод нормированного размаха (МНР).

Следует отметить, что выбранные методы различаются подходами к оценке фрактальной размерности: первый относится к методам непосредственного определения фрактальной размерности, второй – к методам её косвенной оценки. Однако практическая реализация каждого из методов формально сводится к вычислению второго из двух коэффициентов уравнения прямой линии

$$y = \alpha + \beta x, \quad (9)$$

где дискретным переменным  $x$  и  $y$  соответствуют величины  $\ln(\Delta t_m)$  и  $\ln(V_m)$  в ММП,  $\ln(an/m)$  и  $\ln(\bar{W}_m)$  в МНР.

Значения искомого коэффициента  $\beta$  вычислялись методом наименьших квадратов при условии минимума конечной суммы квадратов отклонений значений  $y_1, y_2, \dots, y_k$  переменной  $y$  от прямой (9) при заданных значениях  $x_1, x_2, \dots, x_k$  переменной  $x$ , где  $k$  – количество значений параметра  $m$ .

Решение этой задачи в аналитическом виде дают выражения

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}, \quad (10)$$

$$\sigma_\beta = \sqrt{\frac{1}{k-2} \left[ \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + \dots + (y_k - \bar{y})^2}{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2} - \beta^2 \right]}, \quad (11)$$

где  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$  – соответственно средние арифметические значения  $x_i$  и  $y_i$  ( $i=1, 2, \dots, k$ );  $\sigma_\beta$  – стандартное отклонение погрешности определения коэффициента  $\beta$  [Попов, Нозик, 2019].

В ходе эксперимента исследовались зависимости оценок фрактальной размерности от ряда факторов, которые, как предполагалось, могут влиять на результат. К таким факторам относятся выбранный метод вычисления фрактальной размерности; степень  $q$  полинома  $P_q(t)$ , используемого для выделения тренда; число значений временного ряда; вид анализируемой информации. При исследовании зависимости оценок от первого из названных факторов использовались упоминаемые выше методы оценки фрактальной размерности МНР и ММП с варьированием их настроек, определяемых количеством  $k$  вариантов равномерного разбиения отрезка  $\omega = [t_1, t_n]$  и числом  $n_i$  значений функции  $f(t)$  на интервалах  $i$ -го разбиения ( $i=1, 2, \dots, k$ ); для второго фактора использовались различные трендообразующие полиномы  $P_q(t)$  по значениям  $q$  – алгебраические

полиномы степени  $q=1, 3, 5, 9$ ; для третьего – временные ряды гравиметрических наблюдений, включающие разное число измерений (от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч).

Зависимость оценок фрактальной размерности от вида используемой информации (четвертый из названных факторов) исследовалась с привлечением различных компонент временных рядов гравиметрических наблюдений – анализировалось не только ускорение силы тяжести (УСТ), но и среднеквадратические отклонения погрешностей измерений (СКО) как еще один информативный параметр.

Вопрос оптимизации настроек является открытым. Величину  $n_i$  можно варьировать от  $n_i=2$  до  $n_i=[n/2]$ , где  $[ ]$  – целая часть числа, однако при этом перебор всех вариантов может быть сопряжен с большим объемом вычислений. В данной работе значения  $n_i$  задавались согласно табл. 1. При этом для каждого метода рассматривались два варианта: первый – только  $n_1, n_2, \dots, n_8$  ( $k = k_1 = 8$ ); второй – все десять значений ( $k = k_2 = 10$ ). Значение множителя  $a$  во всех вариантах использования метода нормированного размаха принималось равным 1.

**Таблица 1.** Установочные параметры для оценки фрактальной размерности

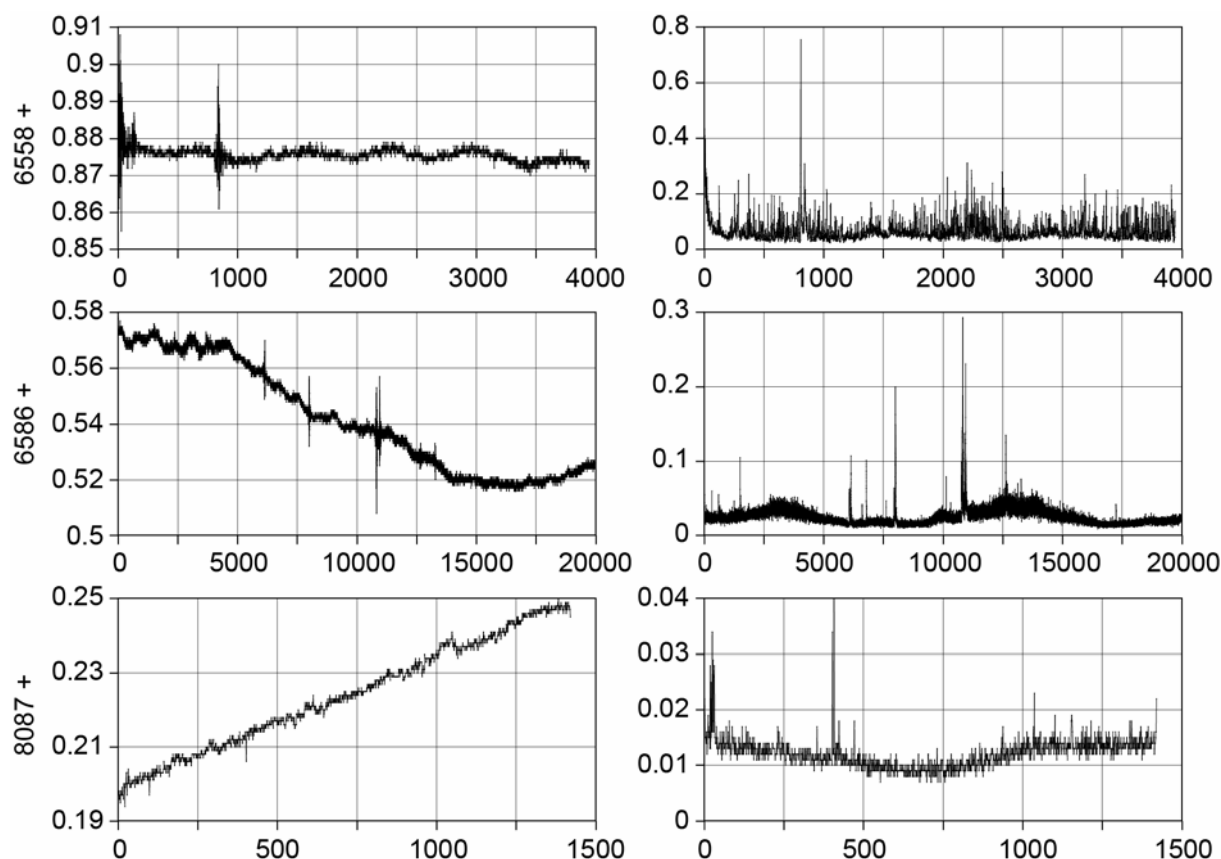
Метод	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	$n_6$	$n_7$	$n_8$	$n_9$	$n_{10}$
ММП	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
МНР	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Исходной информацией служили результаты реальных гравиметрических наблюдений, проведенных на фундаментальном гравиметрическом пункте “Долгое Ледово” (Московская обл.), гравиметрической обсерватории “Запольское” (Владимирская обл.) и в гравиметрической лаборатории МИИГАиК [Конешов, Абрамов, Дорожков, 2010; Юзефович, Юзефович, 2015]. Для исследования использовались девять гравиметрических рядов с дискретностью наблюдений 60 с (табл. 2).

**Таблица 2.** Общие характеристики исходных данных гравиметрических наблюдений, которые использовались при проведении исследования

Место проведения	Ряд	Тип прибора	Дата начала	Дата окончания	Количество наблюдений	
“Долгое Ледово”	1	CG-5 AutoGrav	06.05.2015	12.05.2015	8216	
	2		12.05.2015	15.05.2015	3944	
	3		17.07.2015	20.07.2015	3991	
“Запольское”	4		15.05.2015	29.05.2015	19951	
	5		29.05.2015	30.05.2015	1700	
	6		30.05.2015	03.07.2015	48287	
	7		03.07.2015	17.07.2015	20654	
МИИГАиК	8		CG-6 AutoGrav	02.07.2018	03.07.2018	1440
	9			04.07.2018	05.07.2018	1420

На приводимом ниже рисунке показаны типичные для исследуемых временных рядов графики зависимости измеренных значений ускорения силы тяжести (УСТ) и среднеквадратичных отклонений (СКО) от времени наблюдения.



Графики зависимости от времени наблюдения измеренных значений ускорения силы тяжести (слева, в отсчетах прибора; цифры возле вертикальных осей – целочисленная часть отсчетов) и среднеквадратичных отклонений (справа), построенные для временных рядов гравиметрических наблюдений на пункте “Долгое Ледово”, ряд 2 (вверху), обсерватории “Запольское”, ряд 4 (по центру) и в лаборатории МИИГАиК, ряд 9 (внизу). На горизонтальных осях – номера наблюдений в рядах, отображающие время наблюдения. Характеристики использованных данных см. в табл. 2

Time dependences of measured values of the gravitational acceleration (*on the left*, in the instrument scale reading; the numbers near the vertical axes are the integer part of the readings) and root mean square deviations (*on the right*), constructed for time series of gravimetric observations at “Dolgoe Ledovo” station, row 2 (*at the top*), Zapolskoye observatory, row 4 (*in the center*) and at MIIГАiК laboratory, row 9 (*at the bottom*). On the horizontal axes are the numbers of the observations in rows showing the time of observation. Characteristics of the used data, see Table. 2

Приведенные графики дают представление о том, в какой степени структура и поведение рядов измеренных значений ускорений силы тяжести и их среднеквадратичных отклонений могут меняться в зависимости от пункта наблюдения.

Анализ исследованных временных рядов показал, что в значениях ускорения силы тяжести практически все они имеют достаточно заметный линейный тренд, который в большинстве случаев (шесть из девяти) является восходящим, в двух случаях – нисходящим. В значениях среднеквадратичного отклонения подобный тренд практически отсутствует, но колебания СКО выглядят более резкими по сравнению с колебаниями измеренных значений УСТ при более выраженных амплитудах. В целом, наименьшей стабильностью во времени отличаются результаты наблюдений на пункте “Долгое Ледово”. Это касается и характеристик тренда, и амплитуд колебаний, особенно для СКО.

### Результаты вычислительного эксперимента и их обсуждение

Интегральные показатели  $\bar{D}$  и  $R_D$  оценок фрактальной размерности, полученные по описанной методике в ходе вычислительного эксперимента, приведены в табл. 3, 4. Это, соответственно, среднее арифметическое и размах изменения оценок величины  $D$  при различных значениях степени  $q$  трендообразующего полинома  $P_q(t)$ ,  $t \in \omega$ . Величина  $\Delta D$  представляет собой оценку стандартного отклонения фрактальной размерности по формуле (11).

Как можно видеть,  $\bar{D}$  характеризуется следующими значениями: для УСТ (см. табл. 3) – от 1.12 до 1.44 (среднее – 1.29); для СКО (см. табл. 4) – от 1.26 до 1.42 (среднее – 1.34), а значения  $\Delta D$ , как правило, находятся в интервале от 0.01 до 0.03. Полученные оценки фрактальной размерности согласуются с приводимой в [Кузнецов, 2011] констатацией того, что для земных процессов показатель Херста при условии достаточно полного исключения сезонных вариаций составляет примерно  $0.73 \pm 0.09$ .

**Таблица 3.** Оценки фрактальной размерности значений ускорения силы тяжести (УСТ)

Ряд	МНР				ММП			
	$\bar{D} \pm \Delta D$		$R_D \times 10^3$		$\bar{D} \pm \Delta D$		$R_D \times 10^3$	
	$k_1$	$k_2$	$k_1$	$k_2$	$k_1$	$k_2$	$k_1$	$k_2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.254±0.015	1.240±0.014	4	3	1.380±0.027	1.413±0.025	0	0
2	1.250±0.025	1.221±0.025	6	9	1.407±0.026	1.437±0.024	1	1
3	1.250±0.014	1.221±0.022	27	43	1.373±0.029	1.403±0.028	0	0
4	1.231±0.017	1.210±0.017	2	1	1.379±0.029	1.411±0.026	0	0
5	1.205±0.029	1.191±0.019	28	22	1.342±0.018	1.365±0.026	1	4
6	1.191±0.019	1.143±0.021	122	144	1.365±0.026	1.395±0.024	4	5
7	1.209±0.012	1.190±0.014	8	15	1.360±0.027	1.393±0.025	0	1
8	1.250±0.014	1.232±0.016	17	13	1.363±0.022	1.390±0.026	0	0
9	1.120±0.015	1.114±0.012	12	11	1.337±0.024	1.369±0.024	1	1

**Таблица 4.** Оценки фрактальной размерности значений среднеквадратичных отклонений (СКО)

Ряд	МНР				ММП			
	$\bar{D} \pm \Delta D$		$R_D$		$\bar{D} \pm \Delta D$		$R_D$	
	$k_1$	$k_2$	$k_1$	$k_2$	$k_1$	$k_2$	$k_1$	$k_2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.305±0.006	1.307±0.005	0	1	1.256±0.028	1.287±0.026	0	0
2	1.308±0.011	1.304±0.009	1	1	1.256±0.028	1.292±0.027	0	1
3	1.310±0.008	1.310±0.006	1	1	1.263±0.025	1.286±0.021	0	0
4	1.363±0.007	1.357±0.006	2	2	1.393±0.026	1.421±0.023	0	0
5	1.335±0.013	1.314±0.018	63	61	1.380±0.027	1.412±0.025	10	7
6	1.368±0.002	1.364±0.003	0	0	1.368±0.025	1.414±0.024	0	0
7	1.351±0.006	1.347±0.005	2	4	1.371±0.023	1.399±0.022	0	0
8	1.372±0.011	1.366±0.012	32	54	1.360±0.021	1.389±0.021	2	2
9	1.363±0.012	1.362±0.011	41	62	1.388±0.027	1.417±0.025	1	0

Судя по полученным результатам, все девять исследуемых временных рядов по обоим компонентам стабильно характеризуются фрактальной размерностью  $D < 1.5$ . Это означает, что практически все ряды, вне зависимости от их протяженности во времени



и места проведения наблюдений, могут считаться персистентными. Свойство персистентности, как было отмечено выше, означает сохранение наблюдаемой тенденции в сочетании с относительно низким уровнем зашумленности. К отличительным свойствам персистентных процессов относятся самоподобие (независимость от временного масштаба) и предопределенность поведения, что естественно для высокоточных гравиметрических наблюдений. Вместе с тем, полученные оценки фрактальной размерности колеблются в указанных выше диапазонах. Эти колебания имеют место как в пределах одного ряда гравиметрических наблюдений, так и между разными рядами. Анализ характера колебаний эмпирических значений фрактальной размерности указывает на то, что в большей мере они обусловлены спецификой метода их вычисления (МНР, ММП) и видом анализируемой компоненты (УСТ, СКО). Также проявляется, но в меньшей степени, зависимость полученных оценок от остальных исследуемых факторов – внутренних настроек каждого отдельно взятого метода, указанных в табл. 1, степени трендообразующего полинома, количества наблюдений в ряду.

Влияние настроек метода вычисления фрактальной размерности характеризуется расхождениями одноименных оценок величины  $\bar{D}$  при увеличении количества вариантов  $k$  равномерного разбиения временного ряда с  $k_1=8$  до  $k_2=10$ . Анализ табл. 3, 4 показывает, что этот фактор действует разнонаправленно: для МНР он уменьшает величину  $\bar{D}$  по УСТ в среднем на 0.03 и по СКО менее чем на 0.01; для ММП – в обоих случаях (и по УСТ, и по СКО) этот фактор увеличивает  $\bar{D}$  в среднем на 0.03.

Экспериментально установлено также, что на оценку фрактальной размерности может влиять не только число  $k$  вариантов равномерного разбиения, но и количество исходных данных на интервале такого разбиения – конкретные значения  $n_1, n_2, \dots, n_k$ .

Зависимость оценок от вида трендообразующего полинома, характеризуемая показателем  $R_D$ , более существенно выражена для МНР, по сравнению с чем реакция ММП представляется более слабой. Вероятно, это обусловлено особенностями численной реализации двух методов. Прежде всего отметим различия по интервалам разбиения ряда (см. табл. 2). В ММП они короче, что обуславливалось стремлением к более полному учету изрезанности графика функции  $f(t)$ . Как следствие, нелинейность тренда проявляется слабее, чем на более протяженных интервалах МНР, выбор которых, в свою очередь, обуславливался стремлением к более надежному раскрытию эффекта самоподобия анализируемых временных рядов. В результате, МНР показал более высокую чувствительность к выбору степени трендообразующего полинома. Одновременно установлено, что влияние данного фактора может быть разным в зависимости от конкретного ряда. Наибольшими расхождениями в оценках фрактальной размерности при разных значениях  $q$  отличаются ряды 3, 6 для УСТ и ряды 5, 9 для СКО. Однако какие-либо закономерности здесь практически не усматриваются – ни по месту получения рядов, ни по количеству наблюдений, ни по виду анализируемой информации.

Эмпирические зависимости вида  $D(q)$  можно рассматривать как дополнительную информацию при обосновании выбора степени трендообразующего полинома в процессе исключения влияния систематических погрешностей исследуемых временных рядов. Пониженные (в данном случае – близкие к 1.0) оценки  $D$  могут указывать на недостаточно полное исключение систематической составляющей, остаточная часть которой накладывается на хаотическую компоненту. Наоборот, повышенные ( $D \approx 1.5$ ) оценки могут свидетельствовать о чрезмерно высокой степени используемого трендообразующего полинома, что приводит к появлению ложных флуктуаций.

Отмеченные особенности численной реализации двух методов, вероятно, повлияли и на различие получаемых с их использованием оценок значений  $D$ . В табл. 3, 4 можно видеть, что полученные с использованием МНР значения  $D$  в 100 % случаев для

УСТ и в 50 % случаев для СКО ниже соответствующих оценок, полученных с использованием ММП. Если исходить из среднего уровня, то, в целом, применение ММП демонстрирует его склонность к завышению оценок степени персистентности временных рядов гравиметрических наблюдений, а применение МНР – к занижению.

Выявлена реакция оценок  $D$  на длину ряда, т.е. на количество значений функции  $f(t)$  на интервале наблюдений. Однако говорить о какой-либо закономерности в данном случае не приходится, о чем свидетельствуют относительно малые значения коэффициентов корреляции величин  $\bar{D}$  и  $n$ : от  $-0.36$  до  $0.10$  для УСТ; от  $0.29$  до  $0.43$  для СКО.

Была прослежена коррелируемость приводимых в столбцах 2, 3, 6, 7 табл. 3, 4 показателей фрактальности анализируемых временных рядов, полученных двумя разными методами (МНР, ММП) и для двух разных компонент (УСТ, СКО). Статистические расчеты показали следующие значения соответствующих коэффициентов корреляции: для рядов УСТ – от  $0.58$  до  $0.99$ ; для рядов СКО – от  $0.79$  до  $0.99$ ; между рядами УСТ и СКО – от  $-0.70$  до  $-0.40$ ; между оценками по МНР и ММП – от  $0.58$  до  $0.73$  для рядов УСТ и от  $0.79$  до  $0.90$  для рядов СКО.

Таким образом, при всех возможных различиях оценок фрактальной размерности в зависимости от вида исследуемой компоненты выходного сигнала гравиметра (УСТ, СКО) и метода их получения эти оценки в статистическом смысле могут быть достаточно сильно коррелированными как в положительной, так и отрицательной области. Положительную корреляцию стабильно демонстрируют полученные различными способами оценки по каждой отдельно взятой компоненте рядов. Отрицательная корреляция имеет место во всех вариантах сопоставления значений фрактальной размерности для разных компонент выходного сигнала, что обусловлено заметным преобладанием нисходящей тенденции в оценках рядов УСТ и восходящей в оценках рядов СКО.

Каждая из двух компонент анализируемых рядов характеризуется своими значениями показателя  $D$ , в той или иной степени отличающимися от аналогичных показателей для другой компоненты. Сопоставление этих показателей на разных интервалах времени позволяет рассматривать величину СКО не только как характеристику качества измерений, но и как возможный источник дополнительной информации о временной нестабильности ускорения, измеряемого с помощью гравиметра. Отметим, что возможность использования СКО в качестве информативного параметра, характеризующего влияние факторов внешней среды (сейсмических, атмосферных), уже обсуждалась ранее (см., например, [Абрамов, Дробышев, Конешов, 2013; Дробышев, Конешов, 2013]).

Полученное экспериментальное подтверждение зависимости эмпирических оценок фрактальной размерности разных компонент анализируемых рядов от метода оценивания и схемы его численной реализации дает основание полагать целесообразным использование комплексного подхода, на что, следует отметить, уже обращалось внимание в [Кириченко, Чалай, 2014]. Целью в данном случае является повышение надежности и достоверности оценок фрактальной размерности.

Суть комплексного подхода состоит в определении итогового показателя  $D$  путем усреднения частных оценок, полученных с использованием, во-первых, как минимум двух различных методов, один из которых (в данном случае – МНР) использует формулу (4), другой (в данном случае – ММП) – формулу (2). Во-вторых, для каждого метода необходимо рассмотрение нескольких вариантов его реализации, которые определяются, в частности, количеством используемых вариантов равномерного разбиения интервала наблюдений и числом значений исследуемой функции на элементах разбиения. Учитывая, что варьируются не только оценки  $D$ , но и их точностные характеристики (см. табл. 3, 4), при усреднении могут использоваться соответствующим образом определяемые весовые коэффициенты.

## Заключение

В работе на теоретическом и экспериментальном материале исследовано применение методов фрактального анализа для оценки персистентности временных рядов гравиметрических наблюдений и получены результаты, позволяющие сделать следующие выводы.

1. Экспериментальные данные подтверждают высказанное предположение о персистентности временных рядов гравиметрических наблюдений, получаемых в стационарных условиях на специально оборудованных гравиметрических пунктах с использованием высокоточной гравиметрической аппаратуры.

2. Эмпирические оценки фрактальной размерности зависят от различных факторов, в том числе от используемого метода его оценки и вида трендообразующего полинома. Для повышения надежности определения фрактальной размерности целесообразно комплексное использование различных методов оценки фрактальной размерности с выводом окончательного результата по конкретному временному ряду путем усреднения оценок, рассчитанных каждым отдельно взятым методом с учетом погрешностей определения этих оценок по результатам измерений.

3. Оценки фрактальной размерности как показателя персистентности временных рядов гравиметрических наблюдений могут использоваться при обосновании выбора оптимальной степени трендообразующего полинома по критерию достижения этими оценками стабильных значений на интервале от 1 до 2.

4. Одним из возможных путей повышения надежности определения фрактальной размерности для временных рядов гравиметрических наблюдений является усреднение оценок фрактальной размерности массива гравиметрических наблюдений, получаемых различными методами в рамках реализации комплексного подхода с варьированием по каждому методу его внутренних настроек, в том числе параметров равномерного разбиения интервала наблюдений.

5. Целесообразным является дальнейшее совершенствование методики исследования фрактальных характеристик временных рядов гравиметрических наблюдений, возможными направлениями которого являются рациональное расширение состава методов, используемых для оценки фрактальной размерности, а также оптимизация варьироваемых внутренних настроек и установочных параметров этих методов, включая параметры равномерного разбиения интервала наблюдений.

## Литература

- Абрамов Д.В., Дробышев М.Н., Конешов В.Н. Уточнение значений дельта-фактора на фундаментальном гравиметрическом пункте Долгое Ледово // Физика Земли. 2013а. № 1. С.84–87.
- Абрамов Д.В., Дробышев М.Н., Конешов В.Н. Оценка влияния сейсмических и метеорологических факторов на точность измерений относительным гравиметром // Физика Земли. 2013б. № 4. С.105–110.
- Абрамов Д.В., Конешов В.Н., Чебров В.Н. Совершенствование методики долговременных наблюдений относительным гравиметром CG-5 // Сейсмические приборы. 2016. Т. 52, № 3. С.20–26.
- Амосов О.С., Муллер Н.В. Исследование временных рядов с применением методов фрактального и вейвлет анализа // Науковедение. 2014. Вып. 3. С.1–12.
- Ахметханов Р.С., Дубинин Е.Ф., Куксова В.И. Анализ временных рядов в диагностике технических систем // Машиностроение и инженерное образование. 2013. № 2 (35). С.11–20.
- Барабаш Т.К., Масловская А.Г. Компьютерное моделирование фрактальных временных рядов // Вестник Амурского гос. университета. Серия: естественные и экономические науки. 2010. № 49. С.31–38.

- Гайдукова Е.В. Сравнительный анализ методов фрактальной диагностики гидрологических рядов // Ученые записки РГГМУ. 2016. № 42. С.9–14.
- Дробышев М.Н., Конешов В.Н. Оценка предельной точности гравиметра CG-5 Autograv // Сейсмические приборы. 2013. Т. 49, № 2. С.39–43.
- Дробышев М.Н., Конешов В.Н., Непоклонов В.Б. Уточнение вертикального положения точки на земной поверхности по геофизическим данным // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2016. № 1. С.14–18.
- Дубовиков М.М., Крянев А.В., Старченко Н.В. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов // Вестник РУДН. 2004. Т. 3, № 1. С.81–95.
- Имашев С.А., Сычев В.Н. Оценка возможностей применения методов фрактального анализа для исследования геофизических данных. Часть 2. Фрактальный анализ сейсмосигнала // Вестник КРСУ. 2017. Т. 17, № 5. С.78–82.
- Кириченко Л., Чалая Л. Комплексный подход к исследованию фрактальных временных рядов // International Journal “Information Technologies & Knowledge”. 2014. Т. 8, № 1. С.22–28.
- Конешов В.Н., Абрамов Д.В., Дорожков В.В. Особенности построения и использования наземного сейсмогравиметрического комплекса // Сейсмические приборы. 2010. Т. 46, № 4. С.5–13.
- Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.
- Кузнецов В.В. Физика Земли. Новосибирск, 2011. 840 с.
- Курдюков В.И., Остапчук А.К., Овсянников В.Е., Рогов Е.Ю. Анализ методов определения фрактальной размерности // Вестник КузГТУ. 2008. № 5. С.46–49.
- Любушин А.А. Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга. М.: Наука, 2007. 228 с.
- Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
- Митин В.Ю. Метод минимального покрытия и другие методы фрактального анализа изрезанности рельефа поверхностей // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2013. Вып. 2 (21). С.16–21.
- Осинов Г.С. Оценка фрактальности финансовых временных рядов с помощью показателя Херста // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. 2017. № 4. С.46–52.
- Пащенко Ф.Ф., Амосов О.С., Муллер Н.В. Структурно-параметрическая идентификация временного ряда с применением фрактального и вейвлет-анализа // Информатика и системы управления. 2015. № 2 (44). С.80–88.
- Попов П.В., Нозик А.А. Обработка результатов учебного эксперимента. М.: МФТИ, 2019. 62 с. <https://mipt.ru/upload/medialibrary/111/main.pdf>
- Юзефович А.П., Юзефович П.А. Исследование гравиметров SCINTREX CG5 по измерениям на пунктах вариометрической съемки в МИИГАиК // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2015. № 2. С.3–5.
- Barton C., Pointe R.P.L. Fractals in the Earth Sciences. New York: Plenum Press, 1995. 265 p.
- Dimri V.P. Fractals in Geophysics and Seismology: An Introduction / Fractal Behaviour of the Earth System. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005. P.1–22.
- Feder J. Fractals. New York, London: Plenum Press, 1988. 283 p.
- Hurst H.E. Long-term storage capacity of reservoirs // Trans. Amer. Soc. Civ. Eng. 1951. V. 116. P.770–808.
- Hurst H.E., Black R.P., Simaika Y.M. Long-Term Storage: An Experimental Study. London: Constable, 1965. 145 p.
- Kantelhardt J.W. Fractal and Multifractal Time Series // Mathematics of Complexity and Dynamical Systems. New York: Springer, 2012. P.463–487.
- Ranguelov B., Ivanov Y. Fractal properties of the elements of Plate tectonics // Journal of Mining and Geological Sciences. 2017. V. 60, Part 1. Geology and Geophysics. P.83–89.
- Zhang K., Featherstone W. Exploring the Detailed Structure of the Local Earth's Gravity Field Using Fractal and Fourier Power Spectrum Techniques // International Geoid Service Bulletin. 2000. N 10. P.46–58.

Сведения об авторах

**КОНЕШОВ Вячеслав Николаевич** – доктор технических наук, профессор, заместитель директора по научной работе, заведующий лабораторией, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. E-mail: slavakoneshov@hotmail.com

**НЕПОКЛОНОВ Виктор Борисович** – главный научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1; доктор технических наук, профессор, Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК). 105064, Москва, Гороховский пер., д. 4. Тел.: +7(499) 404-12-20 доб. 44-01. E-mail: vbnep@mail.ru

**ДРОБЫШЕВ Михаил Николаевич** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. E-mail: drmika88@gmail.com

**СПИРИДОНОВА Елена Станиславовна** – научный сотрудник, Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК). 105064, Москва, Гороховский пер., д. 4. Тел.: +7(499) 404-12-20 доб. 44-02. E-mail: nauka@miigaik.ru

## RESEARCH OF FRACTAL DIMENSION OF TIME SERIES OF GRAVIMETRIC OBSERVATIONS

V.N. Koneshov<sup>1</sup>, V.B. Nepoklonov<sup>1,2</sup>, M.N. Drobyshev<sup>1</sup>, E.S. Spiridonova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

<sup>2</sup> *Moscow State University of Geodesy and Cartography (MIIGAiK), Moscow, Russia*

**Abstract.** The article is devoted to the analysis of time series of gravimetric observations using the value of fractal dimension as an indicator of persistence (stability) of the time series. Various numerical methods for assessing this indicator are examined and compared. Using real measuring data, quantitative estimates of the fractal dimension of nine trial time series of gravimetric observations are obtained for two components - the measured values of acceleration of gravity and root mean square deviations of the measurement errors. The obtained estimates are characterized by values from 1.12 to 1.44 for the first component and from 1.26 to 1.42 for the second component, which indicates the stable persistence (inertia) of these time series. The dependence of fractal dimension on the length of the series, the type of the trend-forming polynomial, the estimation method and its settings (using the methods of normalized range and minimum covering) are experimentally studied. Suggestions are given on the method for obtaining fractal dimension estimates and their practical application.

**Keywords:** gravimetric observations, time series, minimum coverage method, normalized range method, persistence, fractal dimension.

### References

- Abramov D.V., Drobyshev M.N., Koneshov V.N., Specifying the values of delta factor for the Dolgoe Ledovo permanent gravity station, *Izv. Phys. Solid Earth*, 2013a, no. 1, pp. 84-87. [in Russian].
- Abramov D.V., Drobyshev M.N., Koneshov V.N., Estimating the influence of seismic and meteorological factors on the accuracy of measurements by relative gravimeters, *Izv. Phys. Solid Earth*, 2013b, no. 4, pp. 105-110. [in Russian].
- Abramov D.V., Koneshov V.N., Chebrov V.N. Improving the methodology for long-term observations with a relative gravimeter CG-5, *Seismic Instruments*, 2016, vol. 52, no. 3, pp. 20-26. [in Russian].
- Akhmetkhanov R.S., Dubinin E.F., Kuksova V.I., Time Series Analysis in the Diagnostics of Technical Systems, *Mechanical Engineering and Engineering Education*, 2013, no. 2 (35), pp. 11-20. [in Russian].

- Amosov O.S., Muller N.V., The study of time series using the methods of fractal and wavelet analysis, *Naukovedenie*, 2014, is. 3, pp. 1-12. [in Russian].
- Barabash T.K., Maslovskaya A.G., Computer modeling of fractal time series, *Bull. Amur State. Univ. Series: natural and economic sciences*, 2010, no. 49, pp. 31-38. [in Russian].
- Barton C., Pointe R.P.L., *Fractals in the Earth Sciences*, New York: Plenum Press, 1995, 265 p.
- Dimri V.P., Fractals in Geophysics and Seismology: An Introduction. In: *Dimri V.P. (eds) Fractal Behaviour of the Earth System*, Berlin, Heidelberg: Springer, 2005, pp. 1-22.
- Drobyshev M.N., Koneshov V.N., Evaluation of the gravimeter CG-5 AutoGrav limit accuracy, *Seismic Instruments*, 2013, vol. 49, no. 2, pp. 39-43. [in Russian].
- Drobyshev M.N., Koneshov V.N., Nepoklonov V.B., Amplification of vertical point position on the earth's surface using geophysical data, *Izv. vusov. Geodesy and aerophotography*, 2016, no. 1, pp. 14-18. [in Russian].
- Dubovikov M.M., Kryanev A.V., Starchenko N.V., Dimension of the minimal cover and local analysis of fractal time series, *Vestnik RUDN*, 2004, vol. 3, no. 1, pp. 81-95. [in Russian].
- Feder J., *Fractals*, New York and London, Plenum Press, 1988, 283 p.
- Gaidukova E.V., Comparative analysis of methods of fractal diagnosis of hydrological series, *Uchenye zapiski RSHMU*, 2016, no. 42, pp. 9-14. [in Russian].
- Hurst H.E., Long-term storage capacity of reservoirs, *Trans. Amer. Soc. Civ. Eng.*, 1951, vol. 116, pp. 770-808.
- Hurst H.E., Black R.P., Simaika Y.M., *Long-Term Storage: An Experimental Study*, London, Constable, 1965, 145 p.
- Imashev S.A., Sychev V.N., Feasibility assessment of application of fractal analysis methods for geophysical data. Part 2. Fractal analysis of the seismic signal, *Vestnik KRSU*, 2017, vol. 17, no. 5, pp. 78-82. [in Russian].
- Kantelhardt J.W., Fractal and Multifractal Time Series, In: *Meyers R. (eds) Mathematics of Complexity and Dynamical Systems*, New York: Springer, 2012, pp. 463-487.
- Kirichenko L., Chalaya L., Integrated approach to the study of fractal time series, *Int. J. "Information Technologies & Knowledge"*, 2014, vol. 8, no. 1, pp. 22-28. [in Russian].
- Koneshov V.N., Abramov D.V., Dorozhkov V.V., The land based seismic-gravimetric complex creation and exploitation specialties, *Seismic Instruments*, 2010, vol. 46, no. 4, pp. 5-13. [in Russian].
- Kronover R.M., *Fractals and chaos in dynamical systems. Fundamentals of Theory*, Moscow: Postmarket, 2000, 352 p. [in Russian].
- Kurdyukov V.I., Ostapchuk A.K., Ovsyannikov V.E., Rogov E.Yu., Analysis of methods for determining fractal dimension, *Bull. of KuzGTU*, 2008, no. 5, pp. 46-49. [in Russian].
- Kuznetsov V.V., *Earth Physics*, Novosibirsk, 2011, 840 p. [in Russian].
- Lyubushin A.A., *Analysis of data from geophysical and environmental monitoring systems*, Moscow: Nauka, 2007, 228 p. [in Russian].
- Mandelbrot B., *Fractal geometry of nature*, Moscow: Institute for Computer Research, 2002, 656 p. [in Russian].
- Mitin V.Yu., The method of minimal coverage and other methods of fractal analysis of the roughness of the relief of surfaces, *Bull. of Perm University. Series: Mathematics. Mechanics. Computer science*, 2013, is. 2 (21), pp. 16-21. [in Russian].
- Osipov G.S., Assessment of fractality of financial time series by means of Hurst exponent, *Int. J. Humanities and Natural Sciences*, 2017, no. 4, pp. 46-52. [in Russian].
- Pashchenko F.F., Amosov O.S., Muller N.V., Structural and parametric identification of the time series using fractal and wavelet analysis, *Computer science and control systems*, 2015, no. 2 (44), pp. 80-88. [in Russian].
- Popov P.V., Nozik A.A., *Processing the results of a training experiment*, Moscow: MIPT, 2019, 62 p. <https://mipt.ru/upload/medialibrary/111/main.pdf>. [in Russian].
- Rangelov B., Ivanov Y., Fractal properties of the elements of Plate tectonics, *Journal of Mining and Geological Sciences*, 2017, vol. 60, part 1, Geology and Geophysics, pp. 83-89.
- Yuzefovich A., Yuzefovich P., Exploring SCINTREX CG5 gravimeters with measurements on points of variometric survey in MIIGAiK, *Izv. vusov. Geodesy and aerophotography*, 2015, no. 2, pp. 3-5. [in Russian].
- Zhang K., Featherstone W., Exploring the Detailed Structure of the Local Earth's Gravity Field Using Fractal and Fourier Power Spectrum Techniques, *Int. Geoid Service Bull.*, 2000, no. 10, pp. 46-58.