

УДК 551.594

## МОДЕЛЬ ПРИЗЕМНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ЭЛЕКТРОДНОГО ЭФФЕКТА, УЧИТЫВАЮЩАЯ ПРОЦЕССЫ НИЖЕ ПАРАМЕТРА ШЕРОХОВАТОСТИ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2020 г. Э.М. Дмитриев

*Геофизическая обсерватория “Борок” Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН,  
пос. Борок, Ярославская обл., Россия*

Электрическое состояние слабо ионизированной приземной атмосферы формируется электродным эффектом, приводящим к зависимости электрических характеристик от расстояния до электрода (земной поверхности) ввиду отталкивания от него одноименно заряженных аэроионов. Математически приземный электродный эффект описывается дифференциальной краевой задачей для электрического поля и концентраций положительных и отрицательных аэроионов как функций высоты с граничным условием равенства нулю концентрации отрицательных аэроионов на земной поверхности. На удалении от земной поверхности задается стремление искомых аэроэлектрических величин к их равновесному состоянию.

В случае турбулентного электродного эффекта перенос аэроионов осуществляется не только электрическими силами, но и турбулентной диффузией, наличие которой приводит к поглощению на земной поверхности аэроионов обоих знаков и к дополнительному граничному условию. Граничные условия при этом обычно задаются на высоте параметра шероховатости земной поверхности, поскольку ниже турбулентная диффузия отсутствует.

Рассматривается приземный турбулентный электродный эффект в предположении, что выше параметра шероховатости коэффициент турбулентной диффузии растет с высотой по степенному закону, а ниже имеет место молекулярная диффузия. При этом плотности потоков аэроионов на высоте параметра шероховатости непрерывны.

Приводятся примеры численных решений соответствующей краевой задачи для характерных масштабов, типичных для приземной атмосферы средних широт. Решения сравниваются с решениями краевой задачи в области выше параметра шероховатости с граничными условиями, заданными на этой высоте. Показано, что в обеих постановках величины электродного эффекта оказываются достаточно близкими; в то же время высотные профили концентраций аэроионов в области выше параметра шероховатости, полученные из решения рассматриваемой задачи, отличаются от высотных профилей, полученных из решения задачи в традиционной постановке.

**Ключевые слова:** атмосферное электричество, математическое моделирование, электродный эффект.

### Введение

Электродным эффектом называют совокупность процессов вблизи электрода в ионизированной среде, которые приводят к появлению зависимости электрических характеристик среды от расстояния до поверхности электрода. Первая модель электродного эффекта была сформулирована в начале XX века [Thomson, 1903] для двух металлических пластин в ионизированном газе как краевая задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих распределение носителей заряда и напряженности электрического поля между электродами. В указанной работе было получено аналитическое выражение для величины электродного эффекта, под которым понимается отношение напряженности электрического поля на поверхности электрода

к напряженности на удалении от него. Вскоре [Schweidler, 1908] данная модель электродного эффекта была приложена к приземной атмосфере, рассматриваемой как слабо ионизированная среда с легкими аэроионами в качестве основных носителей электрического заряда. Такая простейшая модель приземного электродного эффекта в ряде случаев допускает аналитические решения (см., например, [Дмитриев, Филиппов, 2010; Калинин и др., 2013]), но лишь приближенно описывает реальную приземную атмосферу. В 60-е годы прошлого столетия были построены и изучены более сложные модели приземного электродного эффекта, учитывающие наряду с легкими аэроионами и аэрозольные частицы [Chalmers, 1967; Hoppel, 1967], для которых строились как аналитические, так и численные решения.

К реальным условиям приземной атмосферы наиболее приближены модели электродного эффекта, учитывающие турбулентный перенос носителей заряда. В ряде работ рассматривались приближенные аналитические решения различных типов для задачи электродного эффекта при сильном [Willett, 1978; Tuomi, 1981; Куновых, Морозов, Шварц, 1998] и слабом [Дмитриев, 2011] турбулентном перемешивании. Однако в общем случае краевая задача, описывающая электродный эффект в турбулентной атмосфере, может быть решена лишь численно [Hoppel, Gathman, 1971; Куновых, Морозов, Шварц, 1998]. Численное моделирование дает возможность эффективно использовать данные аэроэлектрических и метеорологических наблюдений для расчета на основе уравнений электродного эффекта параметров электрического состояния приземной атмосферы [Анисимов, Дмитриев, 2008]. В то же время, активно развивающееся численное моделирование электрического состояния атмосферного пограничного слоя [Анисимов и др., 2014; Anisimov et al., 2018, 2019] предъявляет повышенные требования к заданию физически корректных условий на его нижней границе, подверженной воздействию приземного электродного эффекта.

В случае классического электродного эффекта, когда турбулентным переносом носителей заряда можно пренебречь, на земной поверхности достаточно задать единственное граничное условие равенства нулю концентрации отрицательных аэроионов, отталкиваемых от одноименно заряженной земной поверхности. В случае турбулентного электродного эффекта для корректной постановки краевой задачи требуется задание дополнительного граничного условия на земной поверхности. Обычно полагают равными нулю концентрацию аэроионов обоих знаков, считая, что благодаря наличию диффузии аэроионы полностью поглощаются поверхностью [Hoppel, 1969; Willett, 1978]. При этом, вообще говоря, эти граничные условия должны задаваться на высоте, равной параметру шероховатости подстилающей поверхности [Куновых, Морозов, Шварц, 1998], ниже которой турбулентная диффузия отсутствует. Тогда область, лежащая ниже параметра шероховатости, не рассматривается.

Следует отметить, что условие обращения в ноль концентрации положительных носителей заряда на земной поверхности до сих пор не имеет строгого физического обоснования. Хотя расчеты высотных профилей проводимости приземной атмосферы, полученные с применением этого граничного условия [Willett, 1978], согласуются с данными наблюдений [Israelsson, Knudsen, Anisimov, 1994], проверка его путем прямых натурных наблюдений пока не представляется возможной.

В данной работе впервые предложена модель приземного турбулентного электродного эффекта, вводящая в рассмотрение область ниже параметра шероховатости в предположении, что перенос аэроионов в ней осуществляется электрическим полем и молекулярной диффузией. При этом сохраняется непрерывность плотности потоков аэроионов обоих знаков на высоте, равной параметру шероховатости. Основная цель работы – сравнение высотных профилей электрического поля и концентрации аэроионов

в приземной атмосфере, найденных из численного решения рассматриваемой модельной задачи, с аналогичными высотными профилями, полученными из численного решения задачи приземного электродного эффекта в традиционной постановке.

### Формулировка краевой задачи

Стационарный турбулентный электродный эффект в приземной атмосфере при отсутствии аэрозольных частиц описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} E = \frac{e}{\epsilon_0} (n_+ - n_-), \quad \frac{d}{dz} \left( b_+ n_+ E - K(z) \frac{dn_+}{dz} \right) = q - \alpha n_+ n_-, \\ \frac{d}{dz} \left( -b_- n_- E - K(z) \frac{dn_-}{dz} \right) = q - \alpha n_+ n_-, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z$  – высота;  $E$  – напряженность атмосферного электрического поля;  $n_+$  и  $n_-$  – концентрация положительных и отрицательных аэроионов;  $q$  – интенсивность ионообразования;  $\alpha$  – коэффициент рекомбинации ионов;  $b_+$  и  $b_-$  – подвижность положительных и отрицательных аэроионов;  $K$  – коэффициент диффузии аэроионов;  $e$  – элементарный электрический заряд;  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная [Willett, 1978].

В области выше параметра шероховатости подстилающей поверхности преобладает турбулентная диффузия аэроионов; при этом зависимость коэффициента турбулентной диффузии от высоты может быть аппроксимирована выражением

$$K(z) = K_m z^m, \quad z > z_0, \quad (2)$$

где  $K_m$  – параметр аппроксимации;  $z_0$  – параметр шероховатости подстилающей поверхности;  $m$  – показатель роста коэффициента турбулентной диффузии с высотой, принимающий значение 1 для устойчивой стратификации атмосферы или 4/3 для неустойчивой стратификации [Зилитинкевич, 1970]. В области ниже параметра шероховатости имеет место только молекулярная диффузия, тогда можем записать

$$K(z) = K_M, \quad 0 < z < z_0, \quad (3)$$

где  $K_M$  – коэффициент молекулярной диффузии.

Вне приземного слоя функции  $E(z)$ ,  $n_+(z)$  и  $n_-(z)$  стремятся к своим равновесным значениям, что дает следующие граничные условия [Hoppel, 1967]:

$$E|_{z \rightarrow \infty} = -E_\infty, \quad n_+|_{z \rightarrow \infty} = n_-|_{z \rightarrow \infty} = n_\infty = \sqrt{q/\alpha}, \quad (4)$$

где введены равновесные значения концентраций аэроионов ( $n_\infty$ ) и напряженности электрического поля ( $E_\infty$ ) вне приземного слоя. Знак минус в первом выражении (4) отражает тот факт, что электрическое поле в условиях хорошей погоды направлено вниз.

Если  $K_m=0$ , то система уравнений (1) описывает классический электродный эффект [Hoppel, 1967]. При этом для корректной постановки краевой задачи достаточно задать еще одно граничное условие –

$$n_-|_{z=0} = 0. \quad (5)$$

Условие (5), впервые введенное в [Thomson, 1903], отражает факт отсутствия вблизи поверхности заряженного электрода носителей заряда того же знака ввиду их отталкивания от электрода.

Математически отличие турбулентного электродного эффекта от классического заключается в изменении порядка дифференциальных уравнений (1), что ведет к необходимости задания дополнительного граничного условия

$$n_+|_{z=0} = 0. \quad (6)$$

Условие (6) обосновано полным поглощением подстилающей поверхностью аэроионов обоих знаков при наличии диффузии [Hoppel, 1969; Willett, 1978]. При этом предполагалось, что степенная зависимость коэффициента турбулентной диффузии от высоты вида (2) имеет место всюду при  $z > 0$ . Позднее было отмечено, что условие (6) справедливо только для аэродинамически гладких подстилающих поверхностей, для которых значение параметра шероховатости  $z_0$  обращается в ноль, и предложено [Куповых, Морозов, Шварц, 1998] задавать граничные условия (5)–(6) на высоте параметра шероховатости в виде

$$n_- \Big|_{z=z_0} = n_+ \Big|_{z=z_0} = 0, \tag{7}$$

рассматривая уравнение (1) только в области  $z > z_0$ .

В настоящей работе, как и в [Hoppel, 1969; Willett, 1978], рассматривается краевая задача для уравнений (1) с граничными условиями (4)–(6), но для случая, когда зависимость коэффициента диффузии от высоты имеет вид (2)–(3). При этом на высоте  $z = z_0$  должны выполняться условия непрерывности потоков аэроионов обоих знаков:

$$\begin{aligned} \left( b_+ n_+ E - K_M \frac{dn_+}{dz} \right) \Big|_{z \rightarrow -z_0} &= \left( b_+ n_+ E - K_m z_0^m \frac{dn_+}{dz} \right) \Big|_{z \rightarrow +z_0}, \\ \left( -b_- n_- E - K_M \frac{dn_-}{dz} \right) \Big|_{z \rightarrow -z_0} &= \left( -b_- n_- E - K_m z_0^m \frac{dn_-}{dz} \right) \Big|_{z \rightarrow +z_0}. \end{aligned} \tag{8}$$

### Задача в безразмерном виде и численное решение

Введем безразмерные переменные, нормированные на их характерные значения:

$$E' = E/E_\infty, \quad n'_+ = n_+/n_\infty, \quad n'_- = n_-/n_\infty, \quad z' = z/L, \tag{9}$$

где  $L$  – некоторая характерная высота. Из (1) для области выше параметра шероховатости ( $z > z_0$ ) получим

$$\begin{aligned} \frac{L_E}{L} \frac{dE'}{dz'} = n'_+ - n'_-, \quad \frac{L_+}{L} \frac{d}{dz'} (E'n'_+) - \frac{L_m^2}{L^2} \frac{d}{dz'} \left( \left( \frac{L}{L_m} z' \right)^m \frac{dn'_+}{dz'} \right) &= 1 - n'_+ n'_-, \\ -\frac{L_-}{L} \frac{d}{dz'} (E'n'_-) - \frac{L_m^2}{L^2} \frac{d}{dz'} \left( \left( \frac{L}{L_m} z' \right)^m \frac{dn'_-}{dz'} \right) &= 1 - n'_+ n'_-, \end{aligned} \tag{10}$$

где введены характерные масштабы задачи

$$L_E = \frac{\varepsilon_0 E_\infty}{e n_\infty}, \quad L_m = (\tau K_m)^{\frac{1}{2-m}}, \quad L_+ = b_+ \tau E_\infty, \quad L_- = b_- \tau E_\infty, \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{\alpha q}}. \tag{11}$$

Здесь  $\tau$  – характерное время установления равновесия между образованием ионов и их рекомбинацией;  $L_E$  – характерный вертикальный масштаб изменения электрического поля;  $L_m$  – характерный масштаб турбулентной диффузии;  $L_+$  и  $L_-$  – характерные масштабы дрейфа в электрическом поле положительных и отрицательных аэроионов.

Аналогично для области ниже параметра шероховатости ( $0 < z < z_0$ ) имеем

$$\begin{aligned} \frac{L_E}{L} \frac{dE'}{dz'} = n'_+ - n'_-, \quad \frac{L_+}{L} \frac{d}{dz'} (E'n'_+) - \frac{L_M^2}{L^2} \frac{d^2 n'_+}{dz'^2} &= 1 - n'_+ n'_-, \\ -\frac{L_-}{L} \frac{d}{dz'} (E'n'_-) - \frac{L_M^2}{L^2} \frac{d^2 n'_-}{dz'^2} &= 1 - n'_+ n'_-, \end{aligned} \tag{12}$$

где введен характерный масштаб молекулярной диффузии:

$$L_M = \sqrt{\tau K_M}. \tag{13}$$

Оценки введенных масштабов (11), (13) для наблюдаемых параметров приземной атмосферы [Куповых, Морозов, Шварц, 1998] дают  $\tau \approx 300\text{--}350$  с,  $L_E \approx 0.5\text{--}4$  м,  $L_1 \approx 6\text{--}45$  м,  $L_{4/3} \approx 300\text{--}370$  м,  $L_+ \approx 0.7\text{--}6$  м,  $L_- \approx 0.9\text{--}7$  м,  $L_M \approx 0.04\text{--}0.075$  м. Для неустойчивой стратификации атмосферы ( $m=4/3$ ) характерный масштаб турбулентной диффузии ( $L_{4/3}$ ) значительно превышает остальные характерные масштабы задачи и может быть выбран в качестве характерной высоты  $L=L_{4/3}$ . Для устойчивой стратификации ( $m=1$ ) при слабой турбулентности возможен случай  $L_{\pm} \approx L_1$ , но и при этом можно считать, что  $L=L_1$ .

Граничные условия (4)–(6) для безразмерных переменных примут вид

$$E' \Big|_{z' \rightarrow \infty} = -1, \quad n'_+ \Big|_{z' \rightarrow \infty} = n'_- \Big|_{z' \rightarrow \infty} = 1, \quad n'_+ \Big|_{z'=0} = n'_- \Big|_{z'=0} = 0, \quad (14)$$

а условия непрерывности потоков аэроионов (8) –

$$\frac{L_M^2}{L^2} \frac{dn'_+}{dz'} \Big|_{z' \rightarrow -(z_0/L)} = \left( \frac{z_0}{L} \right)^m \frac{dn'_+}{dz'} \Big|_{z' \rightarrow +(z_0/L)}, \quad \frac{L_M^2}{L^2} \frac{dn'_-}{dz'} \Big|_{z' \rightarrow -(z_0/L)} = \left( \frac{z_0}{L} \right)^m \frac{dn'_-}{dz'} \Big|_{z' \rightarrow +(z_0/L)}. \quad (15)$$

Для численного решения краевой задачи в безразмерном виде (10), (12), (14)–(15) была построена неявная разностная схема путем дискретизации по времени соответствующей нестационарной задачи турбулентного электродного эффекта [Куповых, Марченко, Морозов, 2005]:

$$\begin{aligned} \frac{L_E}{L} \frac{dE'^j}{dz'} &= n'_+{}^j - n'_-{}^j, \quad 0 < z' < \infty; \\ \frac{n'_+{}^{j+1} - n'_+{}^j}{\Delta t} + \frac{L_+}{L} \frac{d}{dz'} (E'^j n'_+{}^{j+1}) - \frac{d}{dz'} \left( z'^m \frac{dn'_+{}^{j+1}}{dz'} \right) &= 1 - n'_-{}^j n'_+{}^{j+1}, \quad z' > z_0/L; \\ \frac{n'_+{}^{j+1} - n'_+{}^j}{\Delta t} + \frac{L_+}{L} \frac{d}{dz'} (E'^j n'_+{}^{j+1}) - \frac{L_M^2}{L^2} \frac{d^2 n'_+{}^{j+1}}{dz'^2} &= 1 - n'_-{}^j n'_+{}^{j+1}, \quad 0 < z' < z_0/L; \\ \frac{n'_-{}^{j+1} - n'_-{}^j}{\Delta t} - \frac{L_-}{L} \frac{d}{dz'} (E'^j n'_-{}^{j+1}) - \frac{d}{dz'} \left( z'^m \frac{dn'_-{}^{j+1}}{dz'} \right) &= 1 - n'_+{}^j n'_-{}^{j+1}, \quad z' > z_0/L; \\ \frac{n'_-{}^{j+1} - n'_-{}^j}{\Delta t} - \frac{L_-}{L} \frac{d}{dz'} (E'^j n'_-{}^{j+1}) - \frac{L_M^2}{L^2} \frac{d^2 n'_-{}^{j+1}}{dz'^2} &= 1 - n'_+{}^j n'_-{}^{j+1}, \quad 0 < z' < z_0/L. \end{aligned} \quad (16)$$

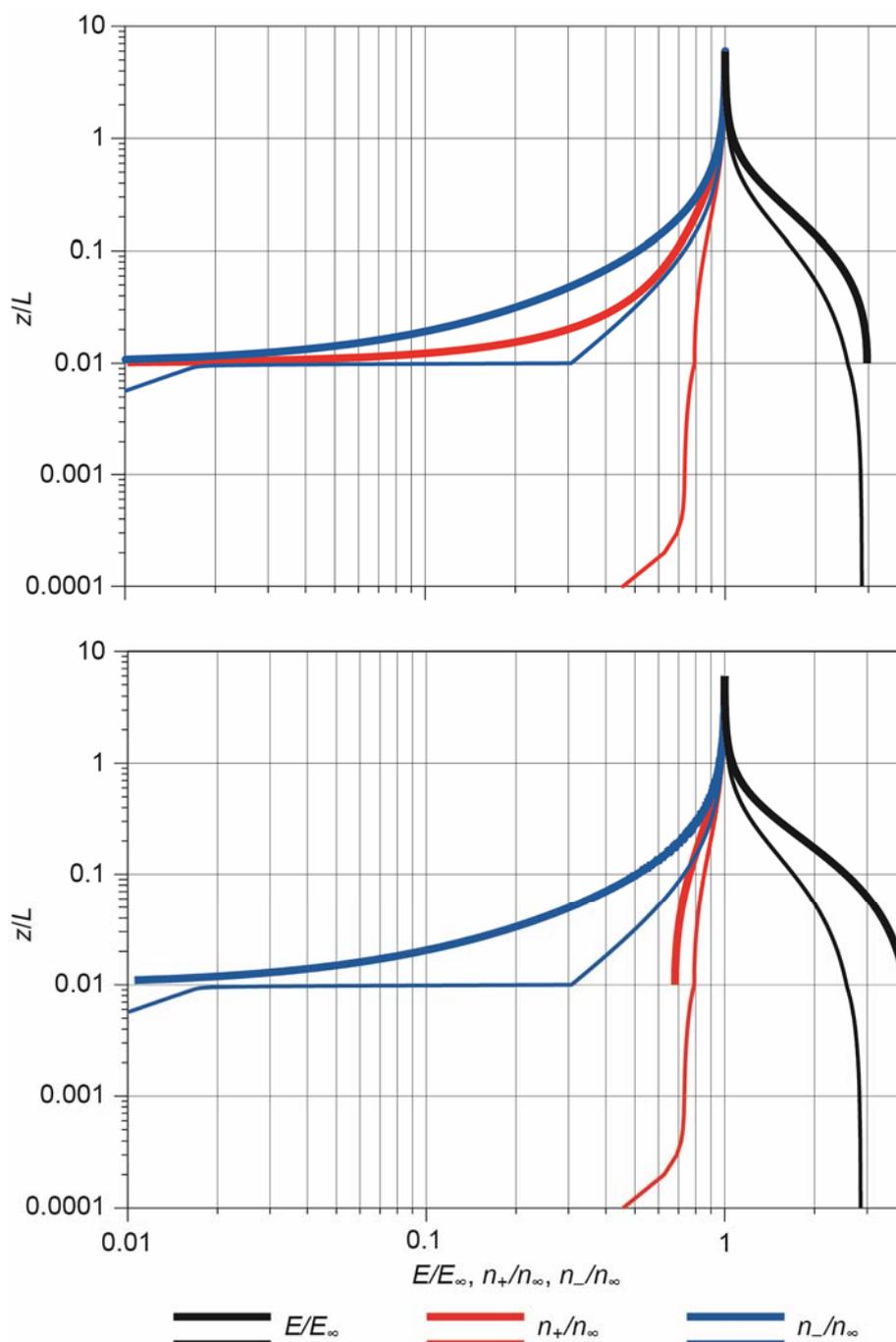
Здесь  $\Delta t$  – шаг разностной схемы по времени, индексами  $j$  и  $(j+1)$  обозначены высотные профили  $E'(z')$ ,  $n'_+(z')$  и  $n'_-(z')$  для моментов времени  $t_j = j \Delta t$  и  $t_{j+1} = (j+1) \Delta t$  соответственно. Для начального момента времени  $t_0$  задавались значения

$$n'_+{}^0(z') = n'_-{}^0(z') = 1 - \exp(-z'), \quad 0 < z' < z_0/L. \quad (17)$$

Далее для каждого момента времени  $t_{j+1}$  из первого уравнения (16) определялись значения  $E'^j(z')$ , а из остальных уравнений, дополненных граничными условиями (14)–(15), находились значения  $n'_+{}^{j+1}(z')$  и  $n'_-{}^{j+1}(z')$ . Уравнения (16) при этом решались численно на квазиравномерной сетке по  $z$  [Калиткин и др., 2005] с использованием метода прогонки. Расчеты продолжались до установления стационарного решения, которое и принималось за решение краевой задачи (10), (12), (14)–(15).

### Результаты расчетов и обсуждение

В качестве примера на приводимом ниже рисунке представлены высотные профили напряженности электрического поля атмосферы и концентраций положительных и отрицательных аэроионов, полученные путем численного решения задач (10), (12), (14)–(15) и (1), (2), (4) для устойчивой стратификации атмосферы ( $m=1$ ) с характерными масштабами  $L_+ = 3.6$  м,  $L_- = 4.2$  м,  $L_E = 0.5$  м,  $L_M = 0.075$  м,  $L = 20$  м при разных граничных условиях.



Распределения по высоте  $z$  напряженности электрического поля атмосферы  $E$  (черные графики), концентрации положительных  $n_+$  (красные графики) и отрицательных  $n_-$  (синие графики) аэроионов, полученные численным решением задачи (10), (12), (14)–(15) при  $z > 0$  (утолщенные кривые) и задачи (1), (2), (4) при  $z > z_0$  (тонкие кривые) с разными граничными условиями: сверху –  $n_-(z_0) = n_+(z_0) = 0$ ; внизу –  $n_-(z_0) = 0, dn_+/dz(z_0) = 0$ . Все величины нормированы на их характерные масштабы

Altitude ( $z$ ) distributions of atmosphere electric field  $E$  (black curves), concentrations of positive  $n_+$  (red curves) and negative  $n_-$  (blue curves) air ions, obtained from numerical solutions of the boundary problem (10), (12), (14)–(15) with  $z > 0$  (thick curves) and the boundary problem (1), (2), (4) with  $z > z_0$  (thin curves) using different boundary conditions: top –  $n_-(z_0) = n_+(z_0) = 0$ ; bottom –  $n_-(z_0) = 0, dn_+/dz(z_0) = 0$ . All values are normalized to their typical scales

Видно, что величина электродного эффекта  $E(z_0)/E_\infty$ , полученная из решения задачи (10), (12), (14)–(15), оказывается близкой к величине  $E(z_0)/E_\infty$ , полученной из решения задачи (1), (2), (4) в традиционной постановке при задании граничных условий на высоте параметра шероховатости. В то же время вид высотных профилей для двух решений существенно различен. В частности, при задании граничного условия на земной поверхности максимум концентрации положительных аэроионов, как и максимум плотности объемного заряда, достигается на высоте параметра шероховатости. Электрический заряд, генерируемый электродным эффектом, для обоих случаев различается менее чем на 5 %, однако при задании граничного условия на земной поверхности около 15 % заряда оказывается сосредоточено ниже параметра шероховатости.

Ввиду того, что на высоте, соответствующей параметру шероховатости земной поверхности  $z_0$ , коэффициент молекулярной диффузии много меньше коэффициента турбулентной диффузии ( $K_M \ll K_1 z_0$ ), градиент концентрации положительно заряженных аэроионов на этой высоте близок к нулю:

$$\left. \left( \frac{dn_+}{dz} \right) \right|_{z \rightarrow +z_0} = \frac{K_M}{K_1 z_0} \left. \left( \frac{dn_+}{dz} \right) \right|_{z \rightarrow -z_0} \approx 0, \quad (18)$$

что демонстрирует верхний фрагмент рисунка. Это позволяет предположить, что выражение (18) может быть использовано в качестве альтернативного граничного условия при формулировке краевой задачи (1), (2), (4) в области  $z \geq z_0$ . На нижнем фрагменте высотные профили аэроэлектрических параметров, полученные из решения задачи (10), (12), (14)–(15), сравниваются с соответствующими высотными профилями, полученными из решения задачи (1), (2), (4) в области  $z \geq z_0$  для граничных условий  $n_+(z_0)=0$ ,  $dn_+/dz(z_0)=0$ . Видно, что величины электродного эффекта  $E(z_0)/E_\infty$  для обоих решений отличаются в 1.4 раза, однако высотные профили концентраций положительных аэроионов оказываются близкими. В частности, для обоих решений максимум концентрации положительных аэроионов, как и максимум плотности объемного заряда, достигаются на высоте параметра шероховатости. Электрические заряды, генерируемые электродным эффектом, для двух рассматриваемых решений отличаются в 1.5 раза.

Вопрос о том, какая именно формулировка граничного условия на подстилающей поверхности лучше описывает реальный турбулентный электродный эффект в приземной атмосфере, на сегодняшний день остается открытым.

Для оценки параметров таких моделей требуется привлечение данных комплексного синхронного наземного мониторинга аэродинамических и электрических параметров приземной атмосферы, включая не только напряженность электрического поля, но и параметры приземной турбулентности, объемную активность радона, концентрации аэроионов и аэрозольных частиц [Anisimov et al., 2019]. Наилучшее соответствие модельных расчетов наблюдаемым высотным профилям полярных проводимостей и электрического поля приземной атмосферы будет служить критерием качества построенных моделей и подтверждением правомерности задания тех или иных граничных условий.

### Заключение

В работе рассмотрена модель приземного турбулентного электродного эффекта при отсутствии аэрозольных частиц и зависимости коэффициента ионизации от высоты, которая учитывает перенос аэроионов в слое ниже параметра шероховатости земной поверхности за счет их дрейфа в электрическом поле и молекулярной диффузии. При этом граничное условие равенства нулю концентрации аэроионов обоих знаков задавалось на земной поверхности.

Проведено сравнение численных решений сформулированной краевой задачи и задачи приземного электродного эффекта в традиционной постановке, для которой равенство нулю концентрации аэроионов задавалось на высоте параметра шероховатости.

Основные интегральные характеристики электродного эффекта (величина электродного эффекта, толщина электродного слоя, величина образующегося вблизи земной поверхности заряда), полученные из численных решений двух краевых задач различаются незначительно. Однако на малых высотах значения концентрации аэроионов обоих знаков для рассматриваемой модели оказываются значительно больше, чем для традиционной модели (вдвое больше на высотах менее 1 м). При этом существенная часть генерируемого электродным эффектом заряда (15 %) аккумулируется в слое ниже параметра шероховатости. Таким образом, даже в такой простейшей постановке краевой задачи процессами ниже параметра шероховатости, вообще говоря, пренебрегать нельзя.

В реальной приземной атмосфере на электродный эффект помимо турбулентности влияют аэрозольные частицы, изотопы радона, радиоактивное излучение грунта. Это обстоятельство затрудняет сопоставление результатов моделирования с данными натурных наблюдений, проведение которых само по себе является непростой задачей, особенно на малых высотах.

Имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные не противоречат как классическим моделям электродного эффекта, так и модели, рассмотренной в настоящей работе. Автор надеется, что дальнейшее развитие предложенной модели и ее параметризация с привлечением данных натурных аэроэлектрических и аэрофизических наблюдений позволят достичь лучшего описания электрического состояния реальной приземной атмосферы по сравнению с классическими моделями приземного электродного эффекта.

### Благодарности

Автор благодарен доктору физико-математических наук С.В. Анисимову за обсуждение задачи, ценные замечания и рекомендации.

Исследование выполнено в рамках госзадания Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (научный проект № 18-05-00233).

### Литература

- Анисимов С.В., Дмитриев Э.М.* Численное моделирование электричества приземной атмосферы // Геофизические исследования. 2008. Т. 9, № 3. С.7–15.
- Анисимов С.В., Галиченко С.В., Шихова Н.М., Афиногенов К.В.* Электричество конвективного атмосферного пограничного слоя: натурные наблюдения и численное моделирование // Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 4. С.445–454.
- Дмитриев Э.М.* Асимптотическое решение задачи приземного электродного эффекта при слабом турбулентном перемешивании // Геофизические исследования. 2011. Т. 12, № 4. С.71–78.
- Дмитриев Э.М., Филиппов В.А.* Аналитическое решение задачи классического электродного эффекта в приземной атмосфере // Геофизические исследования. 2010. Т. 11, № 4. С.53–59.
- Зилитинкевич С.С.* Динамика пограничного слоя атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1970. 290 с.
- Калинин А.В., Григорьев Е.Е., Жидков А.А., Терентьев А.М.* Классификация и свойства решений системы уравнений теории классического электродного эффекта // Известия вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, № 11-12. С.829–852.
- Калиткин Н.Н., Альшин А.Б., Альшина Е.А., Рогов Б.В.* Вычисления на квазиравномерных сетках. М.: Физматлит, 2005. 224 с.

- Куповых Г.В., Морозов В.Н., Шварц Я.М.* Теория электродного эффекта в атмосфере. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998. 123 с.
- Куповых Г.В., Марченко А.Г., Морозов В.Н.* Электрическая структура нестационарного приземного слоя в приближении турбулентного электродного эффекта // Известия вузов. Северо-кавказский регион. Естественные науки. 2005. № 5. С.46–51.
- Морозов В.Н.* Математическое моделирование атмосферно-электрических процессов с учетом влияния аэрозольных частиц и радиоактивных веществ. СПб.: Изд-во РГГМУ, 2011. 253 с.
- Anisimov S.V., Galichenko S.V., Aphinogenov K.V., Prokhorchuk A.A.* Evaluation of the Atmospheric Boundary-Layer Electrical Variability // *Boundary-Layer Meteorology*. 2018. V. 167, N 2. P.327–348.
- Anisimov S.V., Galichenko S.V., Aphinogenov KV., Guriev A.V., Kozmina A.S., Prokhorchuk A.A.* Electricity of mid-latitude atmospheric boundary layer above land: results of observations and numerical modeling // *IOP Conf. Ser.: Earth and Environmental Science*. 2019. V. 231. P. 012007.
- Chalmers J.A.* Atmospheric Electricity. 2-nd ed. New-York: Pergamon Press, 1967. 450 p.
- Israelsson S., Knudsen E., Anisimov S.V.* Vertical profiles of electrical conductivity in the lowermost part of the turbulent boundary layer over flat ground // *J. Atm. Terr. Phys.* 1994. V. 56, N 12. P.1545–1550.
- Hoppel W.A.* Theory of the electrode effect // *J. Atm. Terr. Phys.* 1967. V. 29, N 6. P.709–721.
- Hoppel W.A.* Electrode effect: Comparison of theory and measurement // *Planetary Electrodynamics*. V. 2. Proceedings of the 4th International Conference on the Universal Aspects of Atmospheric Electricity / Eds. S.C. Coroniti, J. Hughes. New York: Gordon and Breach, 1969. P.167.
- Hoppel W.A., Gathman S.G.* Determination of Eddy Diffusion Coefficients from Atmospheric Electrical Measurements // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 76. P.1467–1477.
- Schweidler E.R.* Über die Ionenverteilung in den untersten Schichten der Atmosphäre // *Sitzungsberichte Akademie der Wissenschaften in Wien, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse Abteilung I*. 1908. Bd. 117. S.653–664.
- Thomson J.J.* Conduction of electricity through gases. Cambridge, 1903. 566 p.
- Tuomi T.J.* Atmospheric electrode effect: approximate theory and wintertime observations // *Pure Appl. Geophys.* 1980. V. 119. P.31–45.
- Willett J.C.* An analysis of the electrode effect in the limit of strong turbulent mixing // *J. Geophys. Res.* 1978. V. 83. P.402–408.

#### *Сведения об авторе*

**ДМИТРИЕВ Эльдар Михайлович** – кандидат физико-математических наук, ученый секретарь, Геофизическая обсерватория “Борок” Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 152742, Ярославская обл., Некоузский р-н, пос. Борок, д. 142. Тел.: +7(48547) 243-61. E-mail: eldar@borok.yar.ru

## **THE MODEL OF SURFACE ATMOSPHERE TURBULENT ELECTRODE EFFECT CONSIDERING PROCESSES BELOW UNDERLYING SURFACE ROUGHNESS PARAMETER**

E.M. Dmitriev

*Borok Geophysical Observatory of Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Science, Borok (Yaroslavl region), Russia*

**Abstract.** The electrical condition of weak ionized surface atmosphere is formed by the electrode effect resulting in dependence of electric characteristics on distance to an electrode (underlying surface) because of the repulsion

of the similarly charged air ions. Mathematically the surface electrode effect is described by a differential boundary problem for electric field and concentration of positive and negative air ions as altitude functions, with a boundary condition of equality to zero of negative air ions concentration on the underlying surface. Far away from the underlying surface an equality between unknown air electrical quantities and their equilibrium values is desired.

Under the turbulent electrode effect, air ions are transported not only by electric forces, but also by turbulent diffusion. It leads to absorption of all air ions by an underlying surface and to an additional boundary condition. Usually boundary conditions are given at surface roughness parameter altitude, due to the fact that turbulent diffusion below it is absent.

In this paper the surface turbulent electrode effect is considered in the assumption that the coefficient of turbulent diffusion increases with altitude under the power law above the surface roughness parameter altitude, and molecular diffusion takes place below it. At the same time densities of air ion flows are continuous at the surface roughness parameter altitude.

The examples of numerical solutions of the corresponding boundary problem for the typical scales representative for the surface atmosphere of middle latitudes are presented. The solutions are compared with the solutions of a problem in traditional definition where the area below a surface roughness parameter is not considered, and boundary conditions are desired at the altitude of surface roughness parameter. It is shown that the magnitudes of the electrode effect are rather close in both problem definitions, at the same time altitude profiles of concentrations of air ions in the area above a surface roughness parameter obtained from the considered problem solution differ from the altitude profiles obtained from the solution of the problem in traditional definition.

**Keywords:** atmospheric electricity, mathematical modeling, electrode effect.

## References

- Anisimov S.V., Dmitriev E.M., Numerical modeling of the lower atmosphere electricity, *Geophysical Research*, 2008, vol. 9, no. 3, pp. 7-15. (in Russian).
- Anisimov S.V., Galichenko S.V., Aphinogenov K.V., Prokhorchuk A.A., Evaluation of the Atmospheric Boundary-Layer Electrical Variability, *Boundary-Layer Meteorology*, 2018, vol. 167, no. 2, pp. 327-348.
- Anisimov S.V., Galichenko S.V., Aphinogenov K.V., Guriev A.V., Kozmina A.S., Prokhorchuk A.A., Electricity of mid-latitude atmospheric boundary layer above land: results of observations and numerical modeling, *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.*, 2019, vol. 231, p. 012007.
- Anisimov S.V., Galichenko S.V., Shikhova N.M., Afinogenov K.V., Electricity of the convective atmospheric boundary layer: Field observations and numerical simulation, *Izvestiya. Atmospheric and Oceanic Physics*, 2014, vol. 50, no. 4, pp. 390-398.
- Chalmers J.A., *Atmospheric Electricity*, 2-nd ed., New-York: Pergamon Press: 1967, 450 p.
- Dmitriev E.M., An asymptotic solution of the surface atmosphere electrode effect problem under weak turbulent mixing, *Geophysical Research*, 2011, vol. 12, no. 4, pp. 71-78. (in Russian).
- Dmitriev E.M., Filippov V.A., The analytical solution of the surface atmosphere classical electrode effect problem, *Geophysical Research*, 2010, vol. 11, no. 4, pp. 53-59. (in Russian).
- Hoppel W.A., Electrode effect: Comparison of theory and measurement, *Planetary Electrodynamics. vol. 2. Proceedings of the 4th International Conference on the Universal Aspects of Atmospheric Electricity*, Edited by Samuel C. Coroniti and James Hughes, New York: Gordon and Breach, 1969, p. 167.
- Hoppel W.A., Theory of the electrode effect, *J. Atm. and Terr. Phys.*, 1967, vol. 29, no. 6, pp. 709-721.
- Hoppel W.A., Gathman S.G., Determination of Eddy Diffusion Coefficients from Atmospheric Electrical Measurements, *J. Geophys. Res.*, 1971, vol. 76, pp. 1467-1477.
- Israelsson S., Knudsen E., Anisimov S.V., Vertical profiles of electrical conductivity in the lowermost part of the turbulent boundary layer over flat ground, *J. Atm. Terr. Phys.*, 1994, vol. 56, no. 12, pp. 1545-1550.
- Kalinin A.V., Grigor'ev E.E., Zhidkov A.A., Terent'ev A.M., Classification and Properties of Solutions for a System of Equations of Classical Electrode Effect Theory, *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2014, vol. 56, no. 11-12, pp. 747-768.
- Kalitkin N.N., Al'snin A.B., Al'snina E.A., Rogov B.V., *The calculations on quaziregular meshes*, Moscow: Fizmatlit, 2005, 224 p. (in Russian).
- Kupovykh G.V., Marchenko A.G., Morozov V.N., Electric structure of a non-stationary surface layer in turbulent electrode effect approximation, *Scientific-educational and applied journal University news North-Caucasian region Natural sciences series*, 2005, no. S5, pp. 45-50. (in Russian).
- Kupovykh G.V., Morozov V.N., Schwartz Ya.M., *The theory of the electrode effect in atmosphere*. Taganrog: Taganrog Radio Engineering University, 1998, 123 p. (in Russian).

- Morozov V.N., *Mathematical modeling of atmospheric electric processes taking into account influence of aerosol particles and radioactive substances*, Saint-Petersburg: Russian State Hydrometeorological University, 2011, 253 p. (in Russian).
- Schweidler E.R., Über die Ionenverteilung in den untersten Schichten der Atmosphäre, *Sitzungsberichte Akad. Wiss. Wien, Math.-Naturw. Kl. Abt. I*, 1908, bd. 117, s. 653-664.
- Thomson J.J., *Conduction of electricity through gases*, Cambridge, 1903, 566 p.
- Tuomi T.J., Atmospheric electrode effect: approximate theory and wintertime observations, *Pure Appl. Geophys.*, 1981, vol. 119, pp. 31-45.
- Willet J.C., An analysis of the electrode effect in the limit of strong turbulent mixing, *J. Geophys. Res.*, 1978, vol. 83, pp. 402-408.
- Zilitinkevich S.S., *Atmospheric boundary layer dynamics*, Leningrad: Gidrometeoizdat, 1970, 290 p. (in Russian).