

УДК 539.219.2

## ИЗУЧЕНИЕ ПОВЕДЕНИЯ КРИТИЧЕСКИ НАПРЯЖЕННЫХ ТРЕЩИН НА РАЗНЫХ ГЛУБИНАХ

© 2019 г. Н.В. Дубиня<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
г. Долгопрудный, Московская обл., Россия*

<sup>2</sup> *Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия*

Работа посвящена анализу поведения критически напряженных трещин, существующих в горных породах, слагающих верхние слои земной коры. Основное внимание уделено пространственной ориентации таких трещин, в частности, азимутам и углам падения, под которыми естественные сдвиговые трещины могут находиться в критическом напряженном состоянии на разных глубинах; рассмотрены глубины до 3 км. Представлено аналитическое выражение, позволяющее определять границы возможных значений углов падения критически напряженных трещин для известной глубины и соотношения между главными напряжениями. Описано использование стереограмм для исследования пространственной ориентации критически напряженных трещин с построением их серий, позволяющих определять основные тенденции изменения свойств зон трещиноватости с глубиной. Рассмотрена зависимость углов падения и азимутов критически напряженных трещин на разных глубинах от эффективного коэффициента внутреннего трения горных пород. Определены граничные значения глубин, на которых могут возникать критически напряженные трещины при разных тектонических режимах. Найдена максимальная глубина, на которой может находиться критически напряженная трещина, существующая во взбросовом режиме, и минимальная глубина, на которой трещина может быть критически напряженной, если в регионе преобладает сбросовый тектонический режим. Показано, что область критически напряженных трещин может быть построена на стереограмме, характеризующей некоторый представительный объем трещиноватой горной породы при известных компонентах тензора напряжений, действующих в нем. Если при этом выполняется предположение о субвертикальности одной из главных осей тензора напряжений, то для построения стереограммы критически напряженных трещин достаточно данных о глубине объекта исследования и соотношении между действующими в регионе горизонтальными напряжениями. Полученные результаты могут быть использованы для предварительного анализа зон трещиноватости, развивающейся в массивах горных пород.

**Ключевые слова:** геомеханика, напряжение, критически напряженные трещины, коэффициент внутреннего трения.

### Введение

В настоящее время значительное количество научных работ посвящено проблемам описания механического поведения горных пород, характеризующихся сложной внутренней структурой. В первую очередь речь идет о естественных трещинах, наличие которых приводит к усложнению реологических свойств пород. Такого рода усложнение реологических свойств пород подтверждается результатами как экспериментальных исследований (см., например, [Gao, Zimmerman, Kachanov, 2013; Mas, Chemenda, 2015; Fan et al., 2017; Cerfontaine, Collin, 2018]), так и математического моделирования (см., например, [David et al., 2012; Стефанов и др., 2013; Стефанов, Бакеев, 2015; Гараган и др., 2018; Bruno et al., 2018]).

Наличие трещин в насыщенных горных породах, в свою очередь, представляет значительный интерес с точки зрения изучения процессов фильтрации, протекающих в таких средах, что имеет отдельную практическую значимость в вопросах, связанных с добычей полезных ископаемых [Kolditz *et al.*, 2016; Zhu *et al.*, 2016]. Понятие критически напряженных трещин, о которых пойдет речь в данном исследовании, напрямую связано с вопросом флюидопроводимости естественных сдвиговых трещин, существующих во флюидонасыщенных горных породах. Согласно определению, впервые данному в работе [Barton, Zoback, Moos, 1995], критически напряженной полагалась трещина, на поверхности которой действует касательное напряжение, достаточно большое для того, чтобы по ее поверхности был возможен сдвиг при малом увеличении дифференциального напряжения. В названной работе на основании расширенного комплекса геофизических исследований скважин показано, что подавляющее большинство критически напряженных трещин, находящихся в околоскважинном пространстве, являются флюидопроводящими. Как результат, была сформулирована следующая гипотеза: трещины, являющиеся критически напряженными в текущем напряженном состоянии породы, имеют тенденцию быть также и флюидопроводящими. В свою очередь, трещины, не являющиеся критически напряженными, флюидопроводящими быть не должны.

Эта гипотеза нашла подтверждение на разных объектах [Hickman *et al.*, 1997; Townend, Zoback, 2000; Ito, Zoback, 2000; Rogers, 2002; Ligtenberg, 2005; Zhigulskiy *et al.*, 2018; Mattila, Follin, 2019] и на данный момент иногда используется для оптимизации режима работы скважин и определения положения зон развитой трещиноватости, в которых подавляющее большинство трещин критически напряжены [Иноземцев и др., 2017; Schwab, Bigdoli, Taylor, 2017; Bayuk *et al.*, 2019; Chan, Brem, Abd Rahim, 2019]. Такие зоны считаются приоритетными для дальнейшей разработки. При этом результаты некоторых исследований (см., например, [Fisher *et al.*, 2003; Sathar *et al.*, 2012; Bisdom, Bertotti, Nick, 2016]) указывают на то, что гипотеза о наличии связи между критически напряженными и флюидопроводящими трещинами в некоторых случаях может нарушаться. К причинам такого нарушения относят геологические факторы, сложную историю изменения напряженно-деформированного состояния региона и нелинейные геологические эффекты.

По результатам комплексного геомеханического и петрофизического моделирования, выполненного для одного из месторождений углеводородов России с использованием концепции критически напряженных трещин [Bayuk *et al.*, 2019], были выявлены определенные закономерности в положении и пространственной ориентации таких трещин. Так, было обнаружено, что количество критически напряженных трещин растет по мере приближения к крупным разломам, при этом изменяются их азимуты и углы падения. Это наблюдение находится в качественном соответствии с явлением концентрации напряжений и изгибом траекторий главных напряжений в окрестности крупных разломов [Осокина, 2000]. Обнаруженные тенденции подтолкнули к постановке вопроса поиска возможных пространственных ориентаций трещин, являющихся критически напряженными в заданном поле напряжений. Решение такой задачи для произвольного тензора напряжений представлено в работе [Dubinya, 2019a], где в рамках рассматриваемого алгоритма компоненты тензора напряжений пересчитываются в граничные значения возможных азимутов и углов падения критически напряженных трещин. Этот алгоритм может быть использован для выявления разного рода зависимостей геометрических свойств трещин от тех или иных параметров, определяющих напряженно-деформированное состояние массива, например от глубины его залегания и действующих в регионе тектонических сил. В частности, в названной работе основное

внимание уделялось тенденциям в поведении критически напряженных трещин в при-разломных зонах.

Не меньший интерес вызывает и вопрос пространственной ориентации критически напряженных трещин на разных глубинах. Известно [Родионов, Сизов, Цветков, 1986], что с глубиной изменяется тензор напряжений и, следовательно, пространственная ориентация критически напряженных трещин также должна зависеть от глубины.

Цель данной работы – исследование именно зависимости тенденций изменения пространственной ориентации критически напряженных трещин по мере увеличения глубины. Для решения этой задачи автором применялись математический аппарат, предложенный им в работе [Dubinya, 2019a], и оценки возможных значений горизонтальных напряжений на глубинах до 3 км, полученные по результатам обобщения данных прямых и косвенных измерений тектонических напряжений с использованием скважинных наблюдений [Hoek, Brown, 1980; Sheorey, 1994].

### Математическая модель

Используемый математический аппарат для определения пространственной ориентации критически напряженных трещин подробно описан в работе [Dubinya, 2019a]. Ставится следующая задача: для заданного симметричного тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$  для трехмерного случая) необходимо найти все множество азимутов и углов падения трещин, являющихся критически напряженными. Прежде всего, необходимо дать строгое математическое определение критически напряженной трещины. Согласно [Barton, Zoback, Moos, 1995], трещина является критически напряженной, если на ее поверхности действуют такие нормальное  $\sigma_n$  и касательное  $\tau_n$  напряжения, что выполняется условие:

$$\tau_n \geq \mu \cdot \sigma_n, \quad (1)$$

где  $\mu$  – коэффициент внутреннего трения породы, содержащей трещину. Коэффициент трения также может быть представлен как тангенс угла внутреннего трения породы  $\psi$ :  $\mu = \text{tg}\psi$ . Значение коэффициента  $\mu$ , согласно [Barton, Zoback, Moos, 1995], часто принимается равным 0.6, но, поскольку в данной работе будет исследоваться зависимость критически напряженных трещин от глубины, следует принимать во внимание, что  $\mu$  также может меняться с глубиной. В частности, это показано в работе [Каменев, Богомолов, 2017], где на фактических данных продемонстрирована зависимость коэффициента трения от глубины и довольно широкие пределы его изменений. Согласно результатам экспериментальных исследований, на глубинах до 3 км характерные значения  $\mu$  могут составлять от 0.2 до 0.8; при этом прослеживается общая тенденция к возрастанию коэффициента трения с глубиной.

Критически напряженная трещина в терминах [Barton, Zoback, Moos, 1995] представляется площадкой, пространственная ориентация которой определяется двумя направляющими косинусами. При анализе критически напряженных трещин часто используются два направляющих косинуса:  $l$  – косинус угла между нормалью к площадке и направлением действия максимального главного напряжения  $\sigma_1$ ;  $n$  – косинус угла между нормалью к площадке и направлением действия минимального главного напряжения  $\sigma_3$ . Далее будет рассматриваться тройка главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , которые представляют собственные значения введенного выше тензора  $\sigma_{ij}$ . При использовании правила нумерации  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  сжимающие напряжения будут считаться положительными.

Значения главных напряжений и направления их действия рассчитываются путем решения характеристического уравнения, составленного для тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ . Надо отметить, что все напряжения, о которых пойдет речь, – эффективные в рамках теории Био, т.е. представляют собой разность между полными напряжениями и поровым давлением, домноженным на тензор коэффициентов Био согласно закону Терцаги [Biot, 1962].

Если известны все компоненты тензора напряжений  $\sigma_{ij}$ , главные напряжения и направления их действия могут определяться единственным образом. Нормальное и касательное напряжения, действующие на трещине, могут быть определены как

$$\sigma_n = \sigma_2 + l^2(\sigma_1 - \sigma_2) + n^2(\sigma_3 - \sigma_2), \quad (2)$$

$$\tau_n^2 = \left( \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \right)^2 + l^2(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3) - \left( \sigma_n - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right)^2. \quad (3)$$

Подстановка уравнений (2) и (3) в неравенство (1) позволяет найти множество таких возможных пар направляющих косинусов  $l$  и  $n$ , что неравенство (1) будет удовлетворено. Подробный анализ уравнений (2) и (3) и неравенства (1) на плоскости Мора  $(\sigma_n, \tau_n)$  позволяет определить это множество пар  $l$  и  $n$ .

Вывод рассматриваемых соотношений детально описан в работе [Dubinya, 2019a], в которой множество возможных значений  $n$  определяется как

$$n \in [\max(n_A; n_C); n_B], \quad (4)$$

где

$$n_p = \sqrt{\frac{(\mu \cdot \sigma_n^p)^2 + \left( \sigma_n^p - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)^2}{(\sigma_3 - \sigma_1)(\sigma_3 - \sigma_2)}}, \quad p = A, B, C, \quad (5)$$

$$\sigma_n^A = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2(\mu^2 + 1)}, \quad \sigma_n^{B,C} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3 \mp \sqrt{(\sigma_1 + \sigma_3)^2 - 4\sigma_1\sigma_3(\mu^2 + 1)}}{2(\mu^2 + 1)}.$$

Каждому значению  $n$  из интервала (4) соответствует интервал возможных значений второго направляющего косинуса  $l$  –

$$l \in [l_D(n); \min(l_E(n); l_F(n))], \quad (6)$$

где

$$l_q(n) = \sqrt{\frac{(\tau_n^q)^2 + \left( \sigma_n^q - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \right)^2 - \left( \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \right)^2}{(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3)}}, \quad q = D, E, F, \quad (7)$$

$$\sigma_n^{D,E} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4c}}{2}, \quad \tau_n^{D,E} = \mu \cdot \sigma_n^{D,E},$$

$$b = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\mu^2 + 1}, \quad c = -\frac{n^2(\sigma_3 - \sigma_1)(\sigma_3 - \sigma_2) - \sigma_1\sigma_2}{\mu^2 + 1},$$

$$\sigma_n^F = \sigma_1 + n^2(\sigma_3 - \sigma_1), \quad \tau_n^F = \sqrt{\left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2 - \left( \sigma_n^F - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2}.$$

Несмотря на громоздкий вид, представленные выражения позволяют единственным образом в аналитическом виде определить множество значений пар направляю-

ших косинусов, которые задают пространственную ориентацию всех трещин, являющихся критически напряженными для заданных главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Тем не менее, при работе с реальными данными чаще приходится использовать не направляющие косинусы, а измеряемые углы – азимуты трещин и углы их падения. Как было отмечено выше, для такого перехода необходимо знание направления действия главных напряжений в системе координат, в которой задан тензор напряжений  $\sigma_{ij}$ .

Далее будет использоваться система координат, в которой направление первой оси совпадает с направлением силы тяжести, вторая ось направлена на восток, третья – на север. Направления действия главных напряжений будут определяться направляющими косинусами  $n_r^k$  ( $k=1, 2, 3$ ), представляющими собой косинусы углов между направлением действия  $k$ -го главного напряжения и  $r$ -й осью системы координат. Например, величина  $n_3^2$  суть косинус угла между направлением действия промежуточного главного напряжения и направлением на север в принятой системе координат.

Для интерпретации направляющих косинусов с помощью стереограмм будет использоваться равновеликая азимутальная проекция Ламберта<sup>1</sup>. Использование в данной работе стереограмм обусловлено высоким уровнем развития тектонофизических подходов [Расцветаев, 1982; Сим, 1991], также использующих стереограммы. Из центра используемой системы координат строится сфера единичного радиуса; определяются широта и долгота точки пересечения этой сферы вектором, сонаправленным с направлением действия рассматриваемого главного напряжения. Для выбранной в работе системы координат широта  $\varphi_k$  и долгота  $\lambda_k$  направления действия  $k$ -го главного напряжения определяются как

$$\varphi_k = \arctg \left( \frac{n_3^k}{\sqrt{(n_1^k)^2 + (n_2^k)^2}} \right); \quad \lambda_k = \arctg \left( \frac{n_2^k}{n_1^k} \right). \quad (8)$$

Аналогичным образом на стереограмме может быть отмечена точка, соответствующая трещине с направляющими косинусами  $l, m$  и  $n$ . Направляющий косинус  $m$  определяется как косинус угла между нормалью к плоскости трещины и направлением действия промежуточного главного напряжения  $\sigma_2$  и рассчитывается из соотношения  $m^2 = 1 - l^2 - n^2$ .

Для построения соответствующей точки на стереограмме необходимо перейти от направляющих косинусов  $l, m, n$  в пространстве главных осей тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  к тройке направляющих косинусов  $l_0, m_0, n_0$  – косинусов углов между нормалью к плоскости трещины и осями системы координат, в которой задан тензор напряжений  $\sigma_{ij}$ . Эти косинусы определяются как

$$\begin{pmatrix} l_0 \\ m_0 \\ n_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_1^1 & n_1^2 & n_1^3 \\ n_2^1 & n_2^2 & n_2^3 \\ n_3^1 & n_3^2 & n_3^3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix}, \quad (9)$$

а положение соответствующей точки на стереограмме –

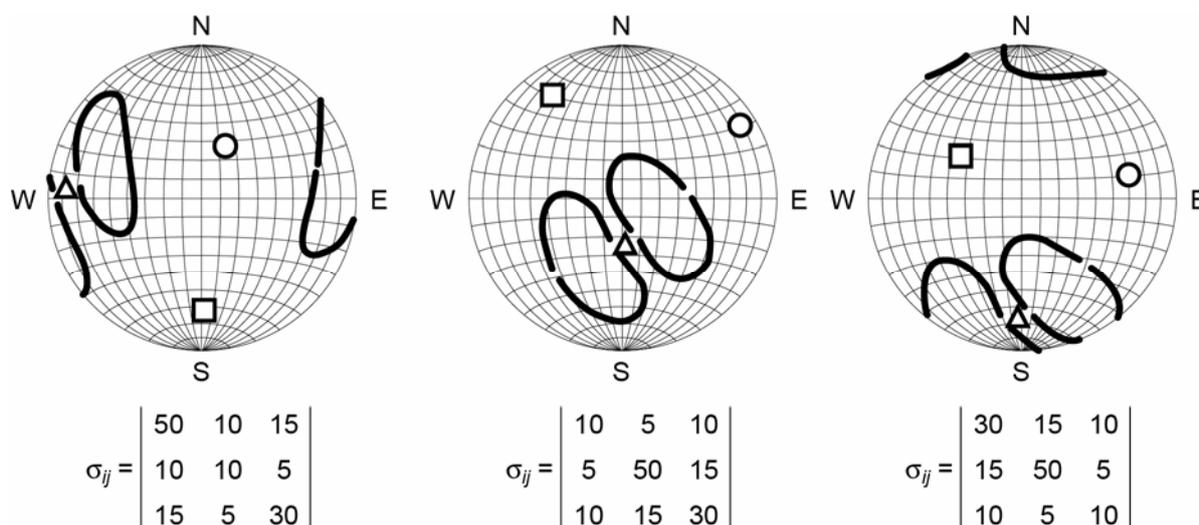
$$\varphi = \arctg \left( \frac{n_0}{\sqrt{(l_0)^2 + (m_0)^2}} \right); \quad \lambda_k = \arctg \left( \frac{m_0}{l_0} \right). \quad (10)$$

<sup>1</sup> Подробное описание перехода от угла падения и азимута к координатам на проекции можно найти, например, в [Snyder, 1987; Allmendinger, Cardazo, Fisher, 2012].

Таким образом, на стереограмме могут быть отмечены как направления действия главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  в соответствии с выражениями (8), так и граничные значения интервалов (4) и (6) в соответствии с выражениями (9) и (10). Совокупность выражений (4)–(10) представляет собой решение поставленной задачи поиска всех возможных пространственных ориентаций трещин, являющихся критически напряженными в среде с известным коэффициентом трения  $\mu$  и заданным тензором напряжений  $\sigma_{ij}$ .

Следует отметить, что поскольку представленные выше выражения (4)–(10) справедливы для произвольного тензора напряжений, в работе не используется часто принимаемая в геомеханике месторождений углеводородов гипотеза о субвертикальности одной из главных осей тензора напряжений [Zoback, 2007].

В качестве примера на рис. 1 представлены стереограммы, построенные для трёх произвольных тензоров напряжений. На стереограммах отмечены границы областей, в которых должны существовать критически напряженные трещины. Все стереограммы построены автором для коэффициента трения  $\mu=0.6$ ; значения компонент тензора напряжений приведены в МПа (при этом, вообще говоря, в силу линейности неравенства (1) все величины напряжений можно рассматривать как безразмерные).



**Рис. 1.** Стереограммы, построенные для трех произвольных тензоров напряжений (компоненты тензоров приведены под соответствующими стереограммами). Здесь и на рис. 4, 5 показаны направления максимального (*окружность*), промежуточного (*треугольник*) и минимального (*квадрат*) главных напряжений. Черные контуры – границы областей существования критически напряженных трещин

**Fig. 1.** Stereograms constructed for three arbitrary stress tensors (tensor components are given under the corresponding stereograms). Here and in Fig. 4, 5 are shown directions of maximum (*circle*), intermediate (*triangle*) and minimum (*square*) principle stresses. Black lines are the boundaries of domain of critically stressed fractures

Описанный алгоритм может быть напрямую использован для определения области существования критически напряженных трещин по результатам геомеханического моделирования полей напряжений  $\sigma_{ij}$  в горных породах. В данной работе предлагается использовать в качестве таких полей характерные распределения напряжений с глубиной в верхних слоях земной коры. Основным источником информации для построения таких распределений были результаты обобщения автором данных многочисленных измерений тектонических напряжений при скважинных наблюдениях, в том числе

представленных в [Hoek, Brown, 1980; Sheorey, 1994]. В этих исследованиях рассматривались напряжения, действующие в верхних слоях земной коры на глубинах до 3 км. Предполагалось, что одна из главных осей тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  субвертикальна. В используемой в данной работе системе координат это означает строгое выполнение условия  $\sigma_{12}=\sigma_{13}=\sigma_{21}=\sigma_{31}=0$ . С учетом этого главные напряжения соотносятся с вертикальным напряжением  $\sigma_V$ , максимальным горизонтальным напряжением  $\sigma_H$  и минимальным горизонтальным напряжением  $\sigma_h$ , значения которых соответственно равны

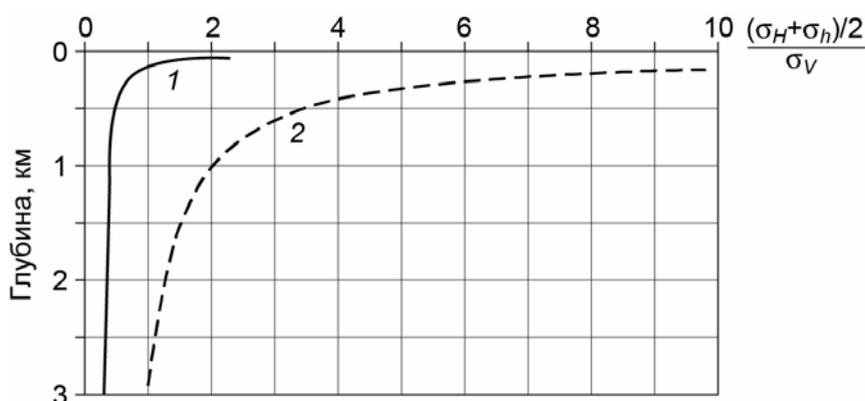
$$\sigma_V = \sigma_{11}, \quad \sigma_{H,h} = \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{2}\right)^2 + \sigma_{23}^2}. \quad (11)$$

В названных выше работах рассматривалась зависимость отношения среднего горизонтального напряжения (полусуммы горизонтальных напряжений  $\sigma_H$  и  $\sigma_h$ ) к вертикальному напряжению  $\sigma_V$ . Было обнаружено, что результаты подавляющего большинства измерений горизонтальных напряжений на глубинах до 3 км лежат внутри интервала, определяемого как

$$\frac{\sigma_H + \sigma_h}{2} \in \left[ \left( \frac{100}{z} + 0.3 \right) \cdot \sigma_V; \left( \frac{1500}{z} + 0.5 \right) \cdot \sigma_V \right], \quad (12)$$

где  $z$  – глубина внутри интервала, м.

Граничные значения отношения среднего горизонтального напряжения  $(\sigma_H + \sigma_h)/2$  к вертикальному  $\sigma_V$  показаны на рис. 2.



**Рис. 2.** Изменение с глубиной отношения среднего горизонтального напряжения к вертикальному. Приведены графики, рассчитанные для нижней (1) и верхней (2) границ интервала (12)

**Fig. 2.** Ratio between average horizontal stress and vertical stress as function of depth. Here are given the plots calculated for the lower (1) and upper (2) boundaries of the interval (12)

Для анализа изменения критически напряженных трещин с глубиной в данной работе предлагается рассмотреть нижнюю и верхнюю границы интервала (12). Ясно, что для расчета всех компонент тензора напряжений  $\sigma_{ij}$  недостаточно задания только глубины и выбора той или иной границы рассматриваемого интервала. Предположим, что одна из главных горизонтальных осей тензора напряжений направлена на север. Если направления действия  $\sigma_H$  и  $\sigma_h$  повернуть на определенный угол вокруг вертикальной оси, то и вся стереограмма в соответствии с выражениями (9) и (10) повернется на тот же угол.

Таким образом, для анализа стереограмм критически напряженных трещин без ограничения общности можно направить одну из главных горизонтальных осей на север и положить  $\sigma_{23}=\sigma_{32}=0$ . Тем не менее, даже такое упрощение не позволяет определить все компоненты тензора напряжений, действующих на заданной глубине, так как ограничения (12) действуют только на полусумму горизонтальных напряжений, но не на каждое из них в отдельности.

В связи с отмеченным в дальнейшем анализе напряженное состояние будет полностью определяться тремя параметрами – глубиной  $z$ , верхней или нижней границей интервала (12) и отношением горизонтальных напряжений  $\sigma_H/\sigma_h$ . Для выявления основных тенденций изменения параметров критически напряженных трещин с глубиной мы будем решать задачу построения стереограмм, аналогичных представленным на рис. 1, используя различные комбинации трех названных параметров.

### Результаты расчета

В полном соответствии с выражениями (4)–(10) были построены стереограммы для верхней и нижней границ интервала (12) для разных глубин до 3 км. Перед выбором интервалов глубин для построения стереограмм проводился анализ диапазонов глубин, на которых вообще могут возникать критически напряженные трещины при напряжениях, соответствующих границам интервала (12). Для этого анализа использовалась такая характеристика, как доля критически напряженных трещин, обозначаемая далее  $S_{crit}$ .

В работе [Dubinya, 2019b] доля критически напряженных трещин была введена как безразмерная характеристика напряженного состояния среды с известным коэффициентом трения  $\mu$ . Величина  $S_{crit}$  определялась как отношение количества критически напряженных сдвиговых трещин в элементарном объеме к общему количеству трещин в нем. В случае нескольких предположений, включая равномерное распределение пространственной ориентации трещин, определяемых направляющими косинусами  $l$  и  $n$ , и однородность напряженного состояния в рассматриваемом объеме, доля критически напряженных трещин  $S_{crit}$  может быть рассчитана как

$$S_{crit} = \frac{8(S_{13} - S_{12} - S_{23})}{\pi((\sigma_1 - \sigma_3)^2 - (\sigma_1 - \sigma_2)^2 - (\sigma_2 - \sigma_3)^2)}, \quad (13)$$

где

$$S_{ij} = \frac{(\sigma_i - \sigma_j)^2}{8} \left( \arccos B_{ij} - \arccos A_{ij} + B_{ij} \sqrt{1 - A_{ij}^2} - A_{ij} \sqrt{1 - B_{ij}^2} \right),$$

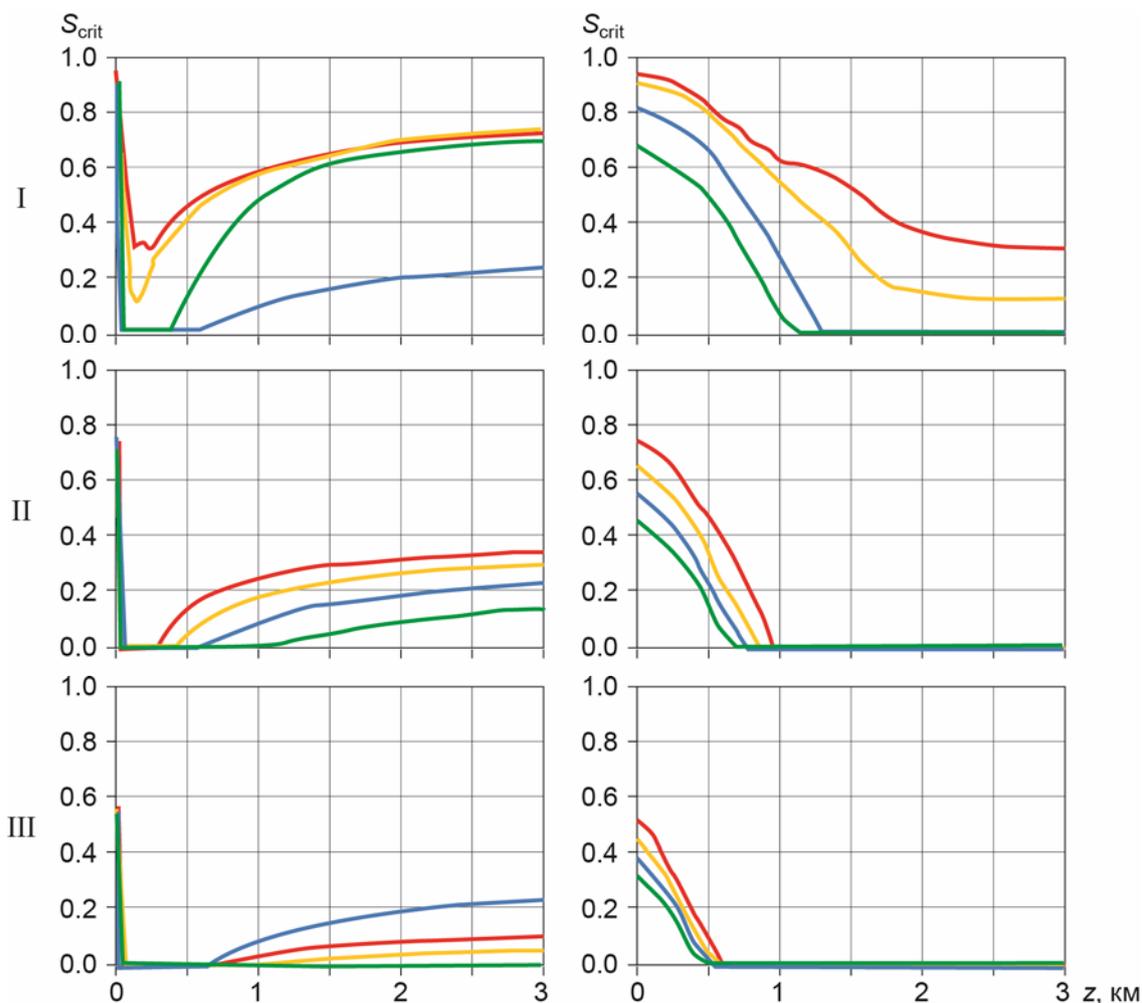
$$A_{ij} = \frac{-\mu^2(\sigma_i + \sigma_j) + \sqrt{(\sigma_i + \sigma_j)^2 - 4(1 + \mu^2)\sigma_i\sigma_j}}{(1 + \mu^2)(\sigma_i - \sigma_j)}, \quad (14)$$

$$B_{ij} = \frac{-\mu^2(\sigma_i + \sigma_j) - \sqrt{(\sigma_i + \sigma_j)^2 - 4(1 + \mu^2)\sigma_i\sigma_j}}{(1 + \mu^2)(\sigma_i - \sigma_j)}.$$

Выражения (13), (14) позволяют характеризовать различные напряженные состояния с позиций критически напряженных трещин. Величина  $S_{crit}$  изменяется в пределах от 0 до 1; ее нулевое значение соответствует отсутствию критически напряженных трещин.

Из выражений (13) и (14) следует, что доля критически напряженных трещин естественным образом зависит от главных напряжений и значения коэффициента

трения  $\mu$ . Соответственно, в рамках описанного в предыдущем разделе подхода значение  $S_{crit}$  может быть рассчитано для любой глубины, если задан коэффициент трения  $\mu$ , выбрана одна из границ интервала (12) и определено соотношение между горизонтальными напряжениями  $k = \sigma_H / \sigma_h$ . Зависимости доли критически напряженных трещин от глубины, рассчитанные при разных комбинациях названных параметров, представлены на рис. 3.



**Рис. 3.** Зависимости доли критически напряженных трещин  $S_{crit}$  от глубины  $z$ , рассчитанные при разных комбинациях значений  $k$  и  $\mu$  для нижней (левый столбец) и верхней (правый столбец) границ интервала (12). Ряды сверху вниз: I –  $\mu=0.4$ ; II –  $\mu=0.6$ ; III –  $\mu=0.8$ . Цвет кривых соответствует разным значениям  $k$ : зеленые кривые –  $k=1.5$ ; голубые –  $k=2.0$ ; желтые –  $k=2.5$ ; красные –  $k=3.0$

**Fig. 3.** Dependences of the fraction of critically stressed  $S_{crit}$  cracks on the depth  $z$  calculated for different combinations of  $k$  and  $\mu$  values for the lower (left column) and upper (right column) boundaries of the interval (12). Rows from top to bottom: I –  $\mu=0.4$ ; II –  $\mu=0.6$ ; III –  $\mu=0.8$ . The color of the curves corresponds to different values of  $k$ : green curves –  $k = 1.5$ ; blue –  $k=2.0$ ; yellow –  $k=2.5$ ; red –  $k=3.0$

Анализ рис. 3 позволяет сделать несколько общих выводов. Во-первых, уменьшение коэффициента трения  $\mu$  естественным образом увеличивает количество критически

напряженных трещин, что полностью соответствует неравенству (1). Во-вторых, увеличение соотношения между горизонтальными напряжениями  $\sigma_H/\sigma_h$  приводит к росту разницы между  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ , что также ведет к росту доли критически напряженных трещин.

Геомеханическое моделирование согласно представляемому в работе подходу дает разные результаты при использовании верхней и нижней границ интервала (12). Так, расчеты для нижней границы, соответствующей преимущественно сбросовому режиму напряжений, показывают немонотонное изменение доли критически напряженных трещин с глубиной. До небольших глубин (первые десятки метров) формируется локальная взбросовая обстановка с наличием значительного количества критически напряженных трещин. Дальнейшее увеличение глубины приводит к резкому уменьшению количества трещин. На глубинах 200–600 м начинается монотонный рост доли критически напряженных трещин уже в сбросовом режиме.

В случае расчетов для верхней границы интервала (12) изменение доли критически напряженных трещин происходит монотонно – увеличение глубины приводит к падению доли. При этом в большинстве рассмотренных случаев на глубинах до 1 км наступают условия, при которых доля критически напряженных трещин близка к нулю.

Могут быть выделены два критических значения глубины – минимальная глубина  $z_{\min}$ , при которой существуют критически напряженные трещины в обстановке сброса при расчетах для нижней границы интервала (12), и максимальная глубина  $z_{\max}$ , при которой существуют критически напряженные трещины в обстановке взброса при расчетах для верхней границы. Эти глубины определяются выражениями

$$z_{\min} = \frac{a_{\min}}{\frac{k+1}{2} \frac{\sqrt{\mu^2+1}-\mu}{\sqrt{\mu^2+1}+\mu} - b_{\min}},$$

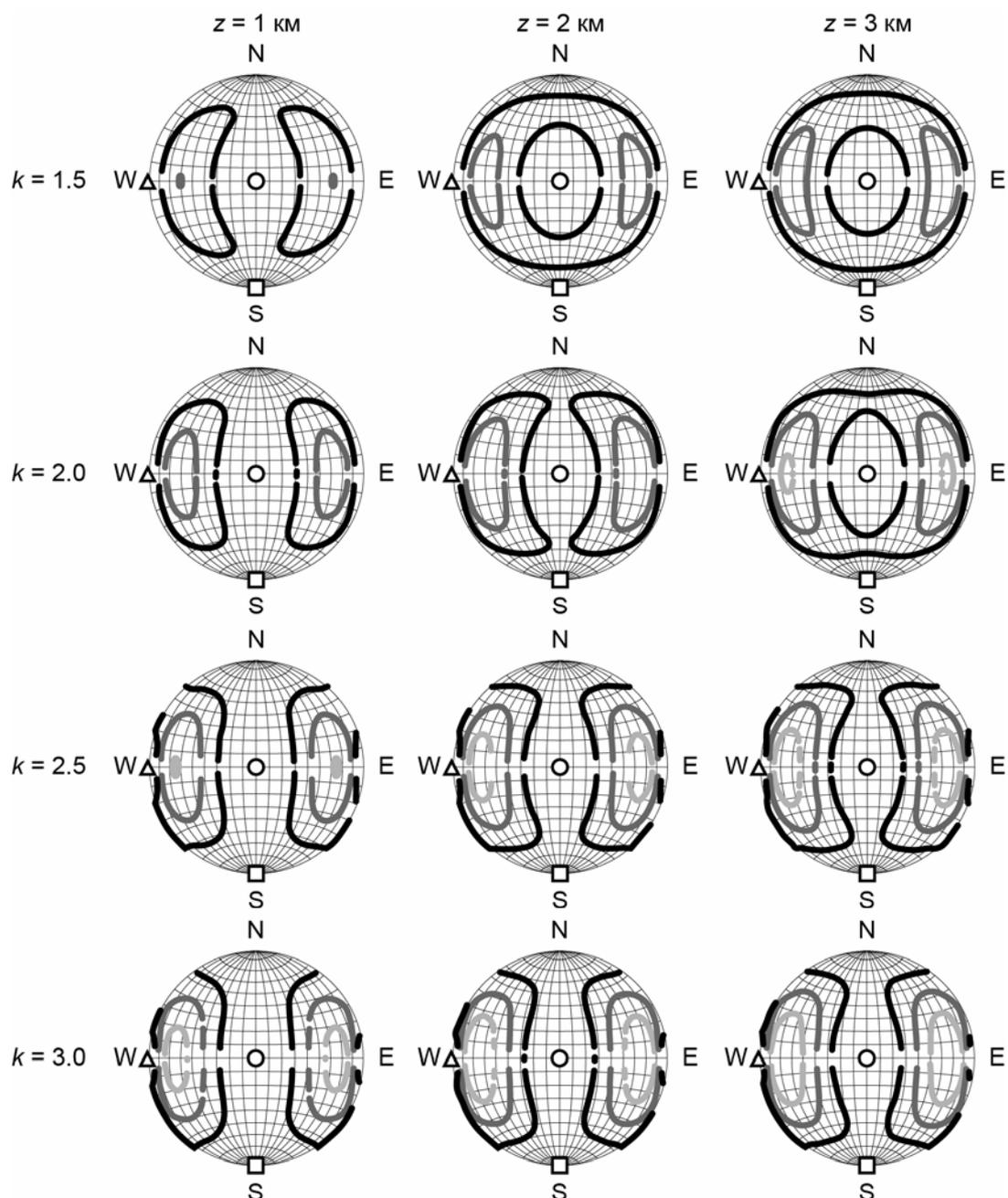
$$z_{\max} = \frac{a_{\max}}{2k \frac{\sqrt{\mu^2+1}-\mu}{\sqrt{\mu^2+1}+\mu} - b_{\max}},$$
(15)

где  $k=\sigma_H/\sigma_h$  – соотношение между горизонтальными напряжениями;  $a_{\min}=100$ ,  $a_{\max}=1500$ ,  $b_{\min}=0.3$ ,  $b_{\max}=0.5$  – параметры, входящие в границы интервала (12).

С учетом рис. 3 было решено построить два варианта стереограмм с выделением областей существования критически напряженных трещин (их пространственной ориентации) – для полусумм горизонтальных напряжений, соответствующих точной нижней (рис. 4) и точной верхней (рис. 5) границам интервала (12). В первом случае расчеты выполнялись для глубин  $z$  до 3 км, во втором – до 1 км.

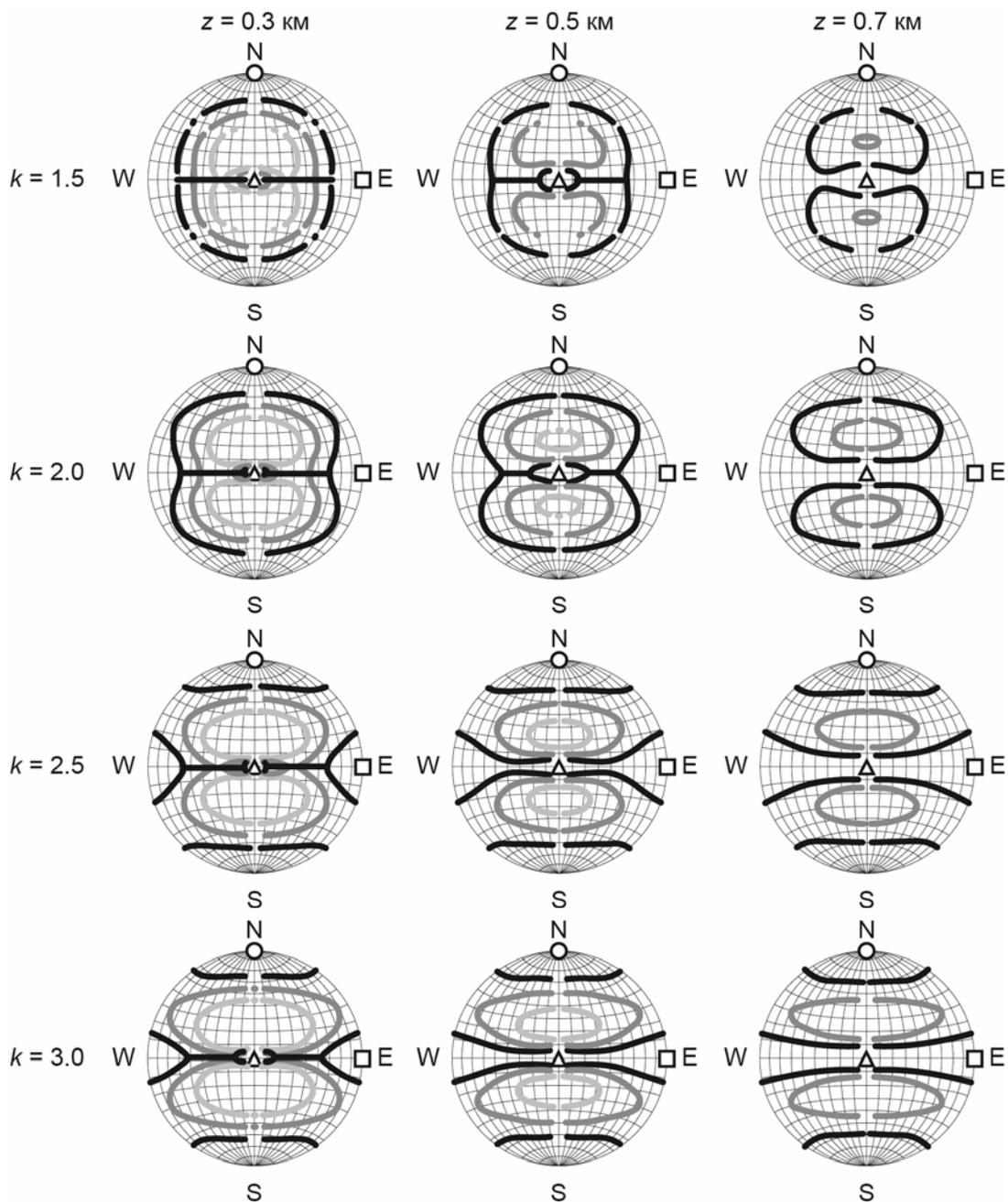
Вычисления проводились для коэффициентов трения  $\mu=0.4$ ; 0.6; 0.8 и соотношений между горизонтальными напряжениями  $k=\sigma_H/\sigma_h=1.5$ ; 2.0; 2.5; 3.0. Каждая стереограмма построена для неповторяющейся пары значений  $z$  и  $k$ ; значения  $\mu$  отображаются цветом границ областей существования критически напряженных трещин. Отметим, что в обоих случаях (см. рис. 4, 5) черными контурами обозначены границы самой широкой области, полученные при  $\mu=0.4$ .

Направления главных напряжений на рис. 4, 5 обозначены аналогично рис. 1: окружность – направление максимального главного напряжения, квадрат – промежуточного, треугольник – минимального. Принято, что максимальное горизонтальное напряжение действует в северном направлении.



**Рис. 4.** Стереограммы критически напряженных трещин, построенные для нижней границы интервала (12) при разных комбинациях значений глубины  $z$ , соотношения горизонтальных напряжений  $k$  и коэффициентов трения  $\mu$ . Левый столбец –  $z=1$  км; столбец по центру –  $z=2$  км; правый столбец –  $z=3$  км. Ряды сверху вниз: I –  $k=1.5$ ; II –  $k=2.0$ ; III –  $k=2.5$ ; IV –  $k=3.0$ . Цвет границ областей существования критически напряженных трещин определяется значениями  $\mu$ : черные линии –  $\mu=0.4$ ; темно-серые –  $\mu=0.6$ ; светло-серые –  $\mu=0.8$

**Fig. 4.** Stereograms of critically stressed cracks constructed for the lower boundary of interval (12) at different values of depth  $z$ , horizontal stress ratios  $k$  and friction coefficients  $\mu$ . Left column –  $z=1$  km; middle column –  $z=2$  km; right column –  $z=3$  km. Rows from top to bottom: I –  $k=1.5$ ; II –  $k=2.0$ ; III –  $k=2.5$ ; IV –  $k=3.0$ . Color of the boundaries of domain of critically stressed fractures is determined by the values of  $\mu$ : black lines –  $\mu=0.4$ ; dark gray –  $\mu=0.6$ ; light gray –  $\mu=0.8$



**Рис. 5.** То же, что на рис. 4, для верхней границы интервала (12)

**Fig. 5.** The same as in Fig. 4, for the upper boundary of interval (12)

Рис. 4, 5 организованы таким образом, что в рядах сверху вниз сохраняется соотношение между горизонтальными напряжениями (значение  $k$ ), а в столбцах слева направо неизменной остается глубина  $z$ .

Анализируя рис. 4 на качественном уровне, можно проследить, как по мере роста глубины от 1 км (левый столбец) до 3 км (правый столбец) расширяются области существования критически напряженных трещин, что полностью соответствует рис. 3.

В некоторых случаях границы областей пространственной ориентации критически напряженных трещин двух семейств сближаются, что приводит к слиянию областей (см. рис. 4 стереограммы в первом ряду по центру и справа, во втором ряду справа).

Кроме того, видно, что рост значения  $k$  также ведет к расширению области существования критически напряженных трещин. Так, при коэффициенте внутреннего трения  $\mu=0.8$  критически напряженные трещины возникают либо на больших глубинах, либо при высоких значениях  $k$ . Надо отметить при этом, что форма всех областей существования критически напряженных трещин остается симметричной относительно оси север–юг.

Аналогичным образом организован и рис. 5. Приведенные на нем стереограммы рассчитаны для верхней границы интервала (12) с использованием тех же значений коэффициентов трения и соотношений между горизонтальными напряжениями, что и при расчетах к рис. 4. Интервал глубин, отличающийся от использованного при построении рис. 4, был выбран с учетом графиков, представленных на рис. 3 в правом столбце. Как следует из рассмотрения этих графиков, наибольшие изменения наблюдаются на глубинах менее 1 км, в связи с чем для расчетов стереограмм, приводимых на рис. 5, использовался набор  $z=0.3; 0.5; 0.7$  км.

При расчетах для верхней границы интервала прослежена тенденция, противоположная обнаруженной при расчетах для нижней (см. рис. 4): с ростом глубины область существования критически напряженных трещин уменьшается, что соответствует графикам, приводимым в правом столбце рис. 3. С другой стороны, увеличение отношения  $\sigma_H/\sigma_h$  по-прежнему ведет к расширению области существования критически напряженных трещин.

Отмеченный эффект может быть объяснен тем, что в случае верхней границы интервала (12) проявляется взбросовый режим и между главными напряжениями выполняются соотношения  $\sigma_H=\sigma_1$ ,  $\sigma_V=\sigma_3$ . Как результат, увеличение коэффициента  $\sigma_H/\sigma_h$  приводит к росту дифференциального напряжения и, в соответствии с соотношениями (2) и (3), к упрощению достижения критерия (1). Области критически напряженных трещин остаются симметричными относительно направления действия максимального горизонтального напряжения.

На рис. 4, 5 представлены основные результаты работы – множество стереограмм для различных комбинаций параметров, определяющих напряженное состояние массива горной породы. К этим параметрам относятся глубина, полусумма горизонтальных напряжений и соотношение между ними. Помимо параметров собственно напряженного состояния, на область критически напряженных трещин влияет значение коэффициента трения содержащей их среды. Это очевидным образом следует из того, что  $\mu$  входит и в определение критически напряженной трещины (1), и в основные выражения (4)–(7), лежащие в основе разработанного алгоритма определения пространственной ориентации трещин, находящихся в критическом напряженном состоянии для заданного тензора напряжений.

### Обсуждение

Важно помнить, что приводимые на рис. 4, 5 результаты не отражают в полной мере все возможные варианты пространственной ориентации критически напряженных трещин для рассмотренных глубин. Напротив, эти результаты следует понимать как некие ограничения на области существования критически напряженных трещин, так как для построения стереограмм использовались только границы интервала возможных значений среднего горизонтального напряжения (12), в то время как на практике реализуются горизонтальные напряжения, не соответствующие границам этого интервала, а заключенные внутри него.

Тем не менее, представленные результаты позволяют сделать некоторые общие выводы о тенденциях изменения пространственной ориентации критически напряженных трещин с глубиной. Так, продемонстрировано, что относительное количество критически напряженных трещин и области их пространственной ориентации могут изменяться с глубиной немонотонно: на характер изменения свойств трещин оказывает влияние соотношение между главными напряжениями. Общие выводы могут быть сформулированы следующим образом.

В случае реализации сбросового режима можно ожидать рост количества и расширение области возможных пространственных ориентаций критически напряженных трещин с глубиной; при этом наиболее ярко критически напряженные трещины проявляются на глубинах более 1 км. В свою очередь, в случае взбросового режима наблюдается обратная закономерность: количество и область пространственных ориентаций критически напряженных трещин падают с глубиной, а наиболее представительными являются глубины до 1 км.

К общим выводам можно отнести также наблюдение о решающем влиянии соотношения между горизонтальными напряжениями. Вне зависимости от рассматриваемых глубин и выбора границы интервала возможных значений среднего горизонтального напряжения (12), рост отношения между горизонтальными напряжениями приводит к увеличению области пространственных ориентаций критически напряженных трещин на стереограмме и, соответственно, к росту их количества.

Сtereoграммы критически напряженных трещин дают возможность более глубокого анализа трещиноватости по сравнению с часто используемыми в западной практике подходами, основанными на концепции оптимально ориентированных трещин ([Zoback, 2007]). В рамках этих подходов рассматриваются только трещины, на которых критерий (1) обращается в строгое равенство. Соответственно, области пространственных ориентаций таких трещин на стереограмме очень малы – они имеют вид, схожий с областями критически напряженных трещин при  $\mu=0.8$  в случае сбросового режима (см. рис. 4, левый столбец, ряд третий сверху) и критически напряженных трещин при  $\mu=0.6$  в случае взбросового режима (см. рис. 5, правый столбец, первый ряд).

Сtereoграммы, приводимые на рис. 4, 5, представляют большее многообразие трещин. Так, стереограммы в третьем и четвертом сверху рядах III, IV демонстрируют, что в случае  $\mu=0.4$  при заданных условиях, определяющих напряженное состояние, критически напряженными могут оказаться и сдвиговые трещины, пространственная ориентация которых определяется точками, находящимися на границе стереограммы. С точки зрения оптимально ориентированных трещин, эти трещины не должны быть критически напряженными, так как сдвиговый режим напряжений при этих условиях не реализуется.

### Заключение

Сtereoграммы, представленные на рис. 4, 5, позволяют делать разные выводы о трещинах, находящихся в критическом напряженном состоянии на глубинах до 3 км. Для построения стереограмм были выбраны характерные значения параметров, определяющих возможность выполнения критерия сухого трения (1) на основании литературных источников, описывающих некоторые обобщенные наблюдения за напряжениями, действующими в верхних слоях земной коры, и прочностными свойствами пород, их слагающих. В связи с этим представленные стереограммы носят характер некоторых обобщений, использующих граничные значения горизонтальных напряжений на рас-

смаатриваемых глубинах. Внутри интервала возможных значений горизонтальных напряжений соответствующие стереограммы будут меняться, причем характер их изменения будет сильно зависеть от соотношения между напряжениями. Детальному изучению вопроса следует посвятить отдельное исследование. При изучении пространственных ориентаций критически напряженных трещин на каких-либо конкретных объектах следует использовать значения коэффициента трения, характеризующего рассматриваемые породы, и оценки напряжений, действующих в изучаемом регионе.

Важно отметить, что математический алгоритм, с применением которого строились стереограммы, изображенные на рис. 4, 5, использует выражения аналитические (4)–(7). Это позволяет напрямую использовать алгоритм для определения всех возможных пространственных ориентаций критически напряженных трещин для произвольного, наперед заданного тензора напряжений. При этом гипотеза о субвертикальности одной из главных осей тензора напряжений, часто используемая в западной практике решения задач геомеханики месторождений (см., например, [Zoback, 2007]), оказывается совершенно необязательной для анализа критически напряженных трещин (см. рис. 1). Алгоритм построения самих стереограмм с выделением области существования критически напряженных трещин также использует только аналитические выражения (8)–(10).

Необходимо понимать, что в рамках данной работы не рассматривалось значительное количество свойств, характеризующих критически напряженные трещины. Так, не рассматривались их форма, абсолютное количество, размеры и связность. Относительное количество трещин, о котором на качественном уровне шла речь в выражениях (13)–(15), рассматривалось в рамках очень сильных ограничений на распределение трещин по пространственной ориентации. Здесь следует пояснить, что при выводе выражений (4)–(7) и создании алгоритма для построения стереограмм решалась задача только нахождения множества допустимых пространственных ориентаций трещин, являющихся критически напряженными. Никаких заключений относительно того, как именно выглядят распределения направляющих косинусов внутри интервалов (4) и (6), разработанный алгоритм сделать не позволяет. Тем не менее, существуют модели, позволяющие делать такого рода выводы [Garaash и др., 2018] на основании истории изменения напряженно-деформированного состояния породы и накопленной ею пластической деформации.

Для решения важных вопросов о форме и размерах трещин можно воспользоваться разработанными подходами петроупругого моделирования трещиноватых горных пород на основании результатов геомеханических и сейсмических исследований [Bayuk et al., 2019]. При использовании этих подходов, как и в случае анализа распределения критически напряженных трещин по пространственной ориентации, помимо только тензора напряжений необходимо привлечение значительного количества дополнительных данных.

Представленный в настоящей работе алгоритм дает возможность количественно определять только границы областей существования критически напряженных трещин, что, в свою очередь, позволяет решить задачу в максимально общем случае произвольного тензора напряжений. Используемые выражения (4)–(7) имеют аналитический вид и могут быть напрямую использованы для решения этой задачи в любых условиях, в которых напряженное состояние считается известным.

Очевидным примером практического применения разработанного алгоритма может быть прогноз пространственных ориентаций критически напряженных трещин по результатам трехмерного геомеханического моделирования полей напряжений, действующих на месторождениях углеводородов. Учитывая гипотезу о существовании связи

между критически напряженными и флюидопроводящими трещинами, такой прогноз позволит делать заключения о возможных направлениях фильтрации в коллекторах, для которых естественные трещины служат преимущественными каналами фильтрации. Учитывая аналитическую форму записи выражений, используемых в представленном алгоритме, такой прогноз может быть выполнен после проведения геомеханического моделирования практически без затрат, повышая этим ценность результатов моделирования.

Разработанный алгоритм может найти применение при решении и других практических задач, например, при анализе критически напряженных трещин в зонах крупных разломов, в окрестности трещин гидроразрыва, при решении обратной задачи реконструкции напряжений по известным данным о пространственных ориентациях критически напряженных трещин и др.

### Благодарности

Работа выполнена в рамках Государственного задания Института физики Земли им. О.Ю. Шмида РАН.

### Литература

- Гарагаш И.А., Дубиня Н.В., Русина О.А., Тихоцкий С.А., Фокин И.В. Определение прочностных свойств горных пород по данным трехосных испытаний // Геофизические исследования. 2018. Т. 19, № 3. С.57–72.
- Иноземцев А.Н., Ольнева Т.В., Ежов К.А., Семин Д.Г., Богатырев И.Ю. Оценка информативности векторных анизотропных карт на основе комплексирования сейсмических, скважинных и региональных данных // Геофизика. 2017. № 4. С.53–61.
- Каменев П.А., Богомолов Л.М. О распределении по глубине коэффициента внутреннего трения и сцепления в массивах осадочных пород о. Сахалин // Геофизические исследования. 2017. Т. 18, № 1. С.5–19.
- Осокина Д.Н. Исследование механизмов деформирования массива в зоне разрыва на основе изучения трехмерного поля напряжений (математическое моделирование) // М.В. Гзовский и развитие тектонофизики. М.: Наука, 2000. С.220–245.
- Расцветаев Л.М. Структурные рисунки трещиноватости и их геомеханическая интерпретация // Докл. АН СССР. 1982. Т. 267, № 4. С.904–909.
- Родионов В.Н., Сизов И.А., Цветков В.М. Основы геомеханики. М.: Недра, 1986. 304 с.
- Сим Л.А. Изучение тектонических напряжений по геологическим индикаторам (методы, результаты, рекомендации) // Известия вузов. Геология и разведка. 1991. № 10. С.3–22.
- Стефанов Ю.П., Бакеев Р.А. Формирование цветковых структур нарушений в слое геосреды при разрывном горизонтальном сдвиге основания // Физика Земли. 2015. № 4. С.81–93.
- Стефанов Ю.П., Бакеев Р.А., Ребецкий Ю.Л., Конторович В.А. Структура и стадии формирования разломной зоны в слое геосреды при разрывном горизонтальном сдвиге основания // Физическая мезомеханика. 2013. Т. 16, № 5. С.41–52.
- Allmendinger R.W., Cardozo N., Fisher D.M. Structural Geology Algorithms Vectors and Tensors. Cambridge: Cambridge University Press, 2012. 303 p.
- Barton C.A., Zoback M.D., Moos D. Fluid flow along potentially active faults in crystalline rocks // Geology. 1995. V. 23, N 8. P.683–686.
- Bayuk I.O., Dubinya N.V., Garagash I.A., Tikhotskiy S.A., Tikhotskaya O.A. Multiscale Rock-Physics Modeling of Effective Elastic Properties of Fractured Reservoir Rocks // ARMA 19–415 presented at the 53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium held in New York, USA, 23–26 June 2019. 9 p.
- Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media // Journal of Applied Physics. 1962. V. 33, N 4. P.1482–1498.

- Bisdom K., Bertotti G., Nick H.M.* The impact of different aperture distribution models and critical stress criteria on equivalent permeability in fractured rocks // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2016. V. 121, N 5. P.4045–4063.
- Bruno G., Kachanov M., Sevostianov I., Shyam A.* Micromechanical modeling of non-linear stress-strain behavior of polycrystalline microcracked materials under tension // *Acta Materialia*. 2018. V. 164. P.50–59.
- Cerfontaine B., Collin F.* Cyclic and fatigue behaviour of rock materials: review, interpretation and research perspectives // *Rock Mechanics and Rock Engineering*. 2018. V. 51, N 2. P.391–414.
- Chan A.W., Brem A.G., Abd Rahim M.H.* Lost Circulations Due to Fault Reactivation and the Implications on Stress Characterization // ARMA 19–492 presented at the 53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium held in New York, USA, 23-26 June 2019. 10 p.
- David E.C., Brantut N., Schubnel A., Zimmerman R.W.* Sliding crack model for nonlinearity and hysteresis in the uniaxial stress-strain curve of rock // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2012. V. 52. P.9–17.
- Dubinya N.* Stress state estimation based on local variations of effective elastic moduli caused by presence of critically stressed fractures // ARMA 19–139 presented at the 53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium held in New York, USA, 23-26 June 2019. 10 p.
- Dubinya N.* Patterns of hydraulically conductive fractures' positions and spatial orientations near large faults // SPE 196900 presented at SPE Russian Petroleum Technology Conference held in Moscow, Russia, 22-24 October 2019. 21 p.
- Fan J., Chen J., Jiang D., Chemenda A., Chen J., Ambre J.* Discontinuous cyclic loading tests of salt with acoustic emission monitoring // *International Journal of Fatigue*. 2017. V. 94. P.140–144.
- Fisher Q.J., Casey M., Harris S.D., Knipe R.J.* Fluid-flow properties of faults in sandstone: The importance of temperature history // *Geology*. 2003. V. 31, N 11. P.965–968.
- Gao Z., Zimmerman J.W., Kachanov M.* On microstructural mechanisms causing non-linear stress-strain behavior of porous ceramics under tension // *Int. J. Fract.* 2013. V. 183. P.283–288.
- Hickman S.H., Barton C.A., Zoback M.D., Morin R., Sass J., Benoit R.* In situ stress and fracture permeability along the Stillwater fault zone, Dixie Valley, Nevada // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 1997. V. 34. P.3–4.
- Hoek E., Brown E.T.* *Underground Excavations in Rock*. London: Chapman & Hall, 1980. 532 p.
- Ito T., Zoback M.D.* Fracture permeability and in situ stress to 7 km depth in the KTB scientific drill-hole // *Geophysical Research Letters*. 2000. V. 27, N 7. P.1045–1048.
- Kolditz O., Gorke U.J., Shao H., Wang W.* *Thermo-Hydro-Mechanical-Chemical Processes in Porous Media: Benchmarks and Examples*. Switzerland: Springer International Publishing Switzerland, 2016. 243 p.
- Ligtenberg J.H.* Detection of fluid migration pathways in seismic data: implications for fault seal analysis // *Basin Research*. 2005. V. 17. P.141–153.
- Mas D., Chemenda A.I.* An experimentally constrained constitutive model for geomaterials with simple friction–dilatancy relation in brittle to ductile domains // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. 2015. V. 77. P.257–264.
- Mattila J., Follin S.* Does In Situ State of Stress Affect Fracture Flow in Crystalline Settings? // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2019. V. 124, N 5. P.5241–5253.
- Rogers S.* Critical stress-related permeability in fractured rocks. Fracture and in situ stress characterization of hydrocarbon reservoirs // *Geological Society, London, Special Publications*. 2002. V. 209. P.7–16.
- Sathar S., Reeves H.J., Cuss R.J., Harrington J.F.* The role of stress history on the flow of fluids through fractures // *Mineralogical Magazine*. 2012. V. 76, N 8. P.3165–3177.
- Schwab D.R., Bidgoli T.S., Taylor M.H.* Characterizing the potential for injection-induced fault reactivation through subsurface structural mapping and stress field analysis, Wellington Field, Sumner County, Kansas // *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*. 2017. V. 122. P.10,132–10,154.
- Sheorey P.R.* A theory for in situ stresses in isotropic and transversely isotropic rock // *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 1994. V. 31, N 1. P.23–34.

- Snyder J.P.* Map Projections – A Working Manual. Washington D.C.: U.S. Government Printing Office, 1987. 397 p.
- Townend J., Zoback M.D.* How faulting keeps the crust strong // *Geology*. 2000. V. 28, N 5. P.399–402.
- Zhigulskiy S., Rotaru A., Kurbanov V., Zadvornov D., Maximov D., Ereemeev A., Rijikov P.* The Analysis of Critically Stressed Fractures with Reconstruction of Tectonic Stresses for Ranging the Area by Production Rates via Example of Riphean Carbonate Fractured Reservoir. SPE 176637-18RPTC presented at SPE Russian Petroleum Technology Conference held in Moscow, Russia, 15-17 October 2018. 14 p.
- Zhu H., Jin X., Guo J., An F., Wang Y., Lai X.* Coupled flow, stress and damage modelling of interactions between hydraulic fractures and natural fractures in shale gas reservoirs // *Int. J. Oil Gas Coal T.* 2016. V. 13, N 4. P.359–390.
- Zoback M.D.* Reservoir Geomechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. 505 p.

### Сведения об авторе

**ДУБИНЯ Никита Владиславович** – кандидат физико-математических наук, заместитель заведующего лабораторией, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет). 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9; научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(903) 789-57-07. E-mail: Dubinya.NV@gmail.com

## ANALYSIS OF CRITICALLY STRESSED FRACTURES BEHAVIOR AT VARIED DEPTHS

N.V. Dubinya<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> *Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russia*

<sup>2</sup> *Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

**Abstract.** The behavior critically stressed fractures existing in rock masses of the upper layers of the Earth's crust is studied. Spatial orientations of these fractures are the main focus of the study, with azimuthal and dip angles providing a critical stress state of natural shear fractures at varying depth being particularly analyzed. Depths up to 3 km are analyzed. An analytical solution for the limits on azimuthal and dip angles of critically stressed fractures obtained for given depth and ratio between principal stresses is given in the paper. Usage of stereogram as a tool for studying the spatial orientations of critically stressed fractures is described. A series of stereograms providing an opportunity to analyze the main patterns in changes of fractured zones' properties with depth are constructed. A relationship between azimuthal and dip angles of critically stressed fractures existing at different depths and effective internal friction coefficient of rock masses is established. The depths acting as boundary for domains of critically stressed fractures are found for different stress regimes. The maximum depth providing a possibility for any fracture to be critically stressed is determined for Reverse Fault stress regime. At the same time, the minimum depth for critically stressed fracture to emerge is determined for Normal Fault stress regime. It is shown that the domain of critically stressed fractures may be constructed on a stereogram characterizing a certain volume of fractured rock mass for the given components of stress tensor acting in this volume. If the hypothesis of one principal stress being directed in vertical direction is true, then it is enough to know depth of the studied object and ratio between horizontal stresses in the region in order to construct a stereogram. The obtained results may be used for preliminary analysis of fractured zones existing in rock masses.

**Keywords:** geomechanics, stress, critically stressed fractures, internal friction coefficient.

### References

- Allmendinger R.W., Cardozo N., and Fisher D.M., *Structural Geology Algorithms Vectors and Tensors*, Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

- Barton C.A., Zoback M.D., and Moos D., Fluid flow along potentially active faults in crystalline rocks, *Geology*, 1995, vol. 23, no. 8, pp. 683-686.
- Bayuk I.O., Dubinya N.V., Garagash I.A., Tikhotskiy S.A., and Tikhotskaya O.A., Multiscale Rock-Physics Modeling of Effective Elastic Properties of Fractured Reservoir Rocks. ARMA 19-415 presented at the 53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium held in New York, USA, 23-26 June 2019, 9 p.
- Biot M.A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, *Journal of Applied Physics*, 1962, vol. 33, no. 4, pp. 1482-1498.
- Bisdorn K., Bertotti G., and Nick H.M., The impact of different aperture distribution models and critical stress criteria on equivalent permeability in fractured rocks, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2016, vol. 121, no. 5, pp. 4045-4063.
- Bruno G., Kachanov M., Sevostianov I., and Shyam A., Micromechanical modeling of non-linear stress-strain behavior of polycrystalline microcracked materials under tension, *Acta Materialia*, 2018, vol. 164, pp. 50-59.
- Cerfontaine B. and Collin, F. Cyclic and fatigue behaviour of rock materials: review, interpretation and research perspectives, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2018, vol. 51, no. 2, pp. 391-414.
- Chan A.W., Brem A.G., and Abd Rahim M.H., Lost Circulations Due to Fault Reactivation and the Implications on Stress Characterization. ARMA 19-492 presented at the 53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium held in New York, USA, 23-26 June 2019. 10 p.
- David E.C., Brantut N., Schubnel A., and Zimmerman R.W., Sliding crack model for nonlinearity and hysteresis in the uniaxial stress-strain curve of rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, vol. 52, pp. 9-17.
- Dubinya N., Patterns of hydraulically conductive fractures' positions and spatial orientations near large faults. SPE 196900 presented at SPE Russian Petroleum Technology Conference held in Moscow, Russia, 22-24 October 2019. 21 p.
- Dubinya N., Stress state estimation based on local variations of effective elastic moduli caused by presence of critically stressed fractures. ARMA 19-139 presented at the 53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium held in New York, USA, 23-26 June 2019. 10 p.
- Fan J., Chen J., Jiang D., Chemenda A., Chen J., and Ambre J., Discontinuous cyclic loading tests of salt with acoustic emission monitoring, *International Journal of Fatigue*, 2017, vol. 94, pp. 140-144.
- Fisher Q.J., Casey M., Harris S.D., and Knipe R.J., Fluid-flow properties of faults in sandstone: The importance of temperature history. *Geology*, 2003, vol. 31, no. 11, pp. 965-968.
- Gao Z., Zimmerman J.W., and Kachanov M., On microstructural mechanisms causing non-linear stress-strain behavior of porous ceramics under tension, *Int. J. Fract.*, 2013, vol. 183, pp. 283-288.
- Garagash I.A., Dubinya N.V., Rusina O.A., Tikhotskiy S.A., and Fokin I.V., Estimation of rock strength properties from triaxial test data, *Geophysical Research*, 2018, vol. 19, no. 3, pp. 57-72.
- Hickman S.H., Barton C.A., Zoback M.D., Morin R., Sass J., and Benoit R., In situ stress and fracture permeability along the Stillwater fault zone, Dixie Valley, Nevada, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 1997, vol. 34, pp. 3-4.
- Hoek E. and Brown E.T., *Underground Excavations in Rock*, London: Chapman & Hall, 1980.
- Inozemtsev A.N., Olneva T.V., Ezhov K.A., Semin D.G., and Bogatyrev I.Yu., Anisotropic vector maps interpretation based on seismic, borehole and geological regional data, *The Russian Geophysics Journal*, 2017, no. 4, pp. 53-61.
- Ito T. and Zoback M.D., Fracture permeability and in situ stress to 7 km depth in the KTB scientific drillhole, *Geophysical Research Letters*, 2000, vol. 27, no. 7, pp. 1045-1048.
- Kamenev P.A. and Bogomolov L.M., Depth distribution of internal friction coefficient and cohesion in sedimentary rocks of Sakhalin island, *Geophysical Research*, 2017, vol. 18, no. 1, pp. 5-19.
- Kolditz O., Gorke U.J., Shao H., and Wang W., *Thermo-Hydro-Mechanical-Chemical Processes in Porous Media: Benchmarks and Examples*, Switzerland: Springer International Publishing Switzerland, 2016.
- Ligtenberg J.H., Detection of fluid migration pathways in seismic data: implications for fault seal analysis, *Basin Research*, 2005, vol. 17, pp. 141-153.
- Mas D. and Chemenda A.I., An experimentally constrained constitutive model for geomaterials with simple friction-dilatancy relation in brittle to ductile domains, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2015, vol. 77, pp. 257-264.
- Mattila J. and Follin S., Does In Situ State of Stress Affect Fracture Flow in Crystalline Settings? *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2019, vol. 124, no. 5, pp. 5241-5253.
- Osokina D.N., Research of mechanisms of deformation of a massif in a zone of rupture on the basis of studying of a three-dimensional stress field (mathematical modeling). In *M.V. Gzovskii i razvitie tektonofiziki* (M.V. Gzovsky and development tectonophysics), Moscow: Publ. Nauka, 2000, pp. 220-245.

- Rastsvetaev L.M., Structural drawings of fractures and their geomechanical interpretation, *Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 1982, vol. 267, no. 4, pp. 904-909.
- Rodionov V.N., Sizov I.A., and Tsvetkov V.M., *Fundamentals of geomechanics*, Moscow: Nedra, 1986.
- Rogers S., Critical stress-related permeability in fractured rocks. Fracture and in situ stress characterization of hydrocarbon reservoirs, *Geological Society, London, Special Publications*, 2002, vol. 209, pp. 7-16.
- Sathar S., Reeves H.J., Cuss R.J., and Harrington J.F., The role of stress history on the flow of fluids through fractures, *Mineralogical Magazine*, 2012, vol. 76, no. 8, pp. 3165-3177.
- Schwab D.R., Bidgoli T.S., and Taylor M.H., Characterizing the potential for injection-induced fault reactivation through subsurface structural mapping and stress field analysis, Wellington Field, Sumner County, Kansas, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2017, vol. 122, pp. 10,132-10,154.
- Sheorey P.R., A theory for in situ stresses in isotropic and transversely isotropic rock, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, 1994, vol. 31, no. 1, pp. 23-34.
- Sim L.A., Studies of tectonic stress from geological indicators (methods, results, recommendations), *Izvestia vuzov, Geologiya i Razvedka*, 1991, vol. 10, pp. 3-22.
- Snyder J.P., *Map Projections – A Working Manual*, Washington D.C.: U.S. Government Printing Office, 1987.
- Stefanov Yu.P. and Bakeev R.A., Formation of flower structures in a geological layer at a strike-slip displacement in the basement, *Izv. Phys. Solid Earth*, 2015, no. 4, pp. 81-93.
- Stefanov Yu.P., Bakeev R.A., Rebetsky Yu.L., and Kontorovich V.A., Structure and formation stages of a fault zone in a geomedium layer in strike-slip displacement of the basement, *Physical Mesomechanics*, 2013, vol. 16, no. 5, pp. 41-52.
- Townend J. and Zoback M.D., How faulting keeps the crust strong, *Geology*, 2000, vol. 28, no. 5, pp. 399-402.
- Zhigulskiy S., Rotaru A., Kurbanov V., Zadvornov D., Maximov D., Ereemeev A., and Rijikov P., The Analysis of Critically Stressed Fractures with Reconstruction of Tectonic Stresses for Ranging the Area by Production Rates via Example of Riphean Carbonate Fractured Reservoir. SPE 176637-18RPTC presented at SPE Russian Petroleum Technology Conference held in Moscow, Russia, 15-17 October 2018. 14 p.
- Zhu H., Jin X., Guo J., An F., Wang Y., and Lai X., Coupled flow, stress and damage modelling of interactions between hydraulic fractures and natural fractures in shale gas reservoirs, *Int. J. Oil Gas Coal T.*, 2016, vol. 13, no. 4, pp. 359-390.
- Zoback M.D., *Reservoir Geomechanics*, Cambridge: Cambridge University Press, 2007.