

УДК 550.34.01

АТМОСФЕРНЫЙ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

© 2019 г. Е.А. Спиридонов

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия

Современные гравиметрические измерения позволяют изучать как глобальные, так и местные особенности внутреннего строения Земли, получать всё более достоверные оценки упругих модулей и факторов добротности мантии. Важное значение имеет изучение резонансных эффектов внешнего и внутреннего ядра, а также волн больших периодов. В этой связи особенно важна правильная и надежная интерпретация данных гравиметрических измерений, для чего среди прочего необходим точный расчет атмосферного гравиметрического эффекта, суммарная амплитуда которого на разных пунктах наблюдения может достигать 5–10 мкГал. В настоящей работе представлена методика расчета атмосферного гравиметрического нагрузочного эффекта и прямого ньютоновского притяжения атмосферы. Все вычисления проводятся в приближении простого слоя. Вычисление атмосферных эффектов выполнено путем разложения приземного атмосферного давления по сферическим функциям до порядка $n=360$. В качестве исходных данных использованы значения приземного атмосферного давления, полученные в рамках современного европейского проекта повторного анализа ERA5. Расчет нагрузочного эффекта проводился по нагрузочным числам Лява, вычисленным автором настоящей работы для случая неупругой вращающейся самогравитирующей эллипсоидальной Земли [Спиридонов, 2017; Спиридонов, Виноградова, 2017]. Даны оценки относительных погрешностей вычислений, возникающих как вследствие замены реальной толщи атмосферы простым слоем, так и по причине конечности порядка разложения атмосферного давления по сферическим функциям. Для этого проанализированы погрешности соответствующих интегралов для стандартной атмосферы, а также проведен сравнительный анализ карт разложений приземного атмосферного давления до порядков 180, 360 и 720. Итоговая суммарная относительная погрешность вычислений составила 0.01 %. Получены численные оценки абсолютных значений атмосферного гравиметрического эффекта и возможных диапазонов изменения коэффициентов регрессии в зависимости от погодных и местных условий.

Ключевые слова: земные приливы, атмосферный гравиметрический эффект, гравитационное притяжение атмосферы, атмосферный нагрузочный эффект.

Введение

Целью настоящей работы является высокоточный расчет атмосферных поправок, вводимых в данные гравиметрических измерений. Актуальность постановки такой задачи связана в первую очередь с все возрастающими требованиями к точности обработки современных экспериментальных данных, получаемых с использованием абсолютных и относительных гравиметров последнего поколения.

Предлагаемая авторами статья включает три раздела. В Разделе 1 приведена методика расчета атмосферного гравиметрического эффекта; Раздел 2 посвящен расчетам гравиметрических поправок по реальным картам давления. В нем, в частности, проведена оценка погрешностей, возникающих вследствие ограниченности порядка разложения; здесь же приведена карта распределения значений коэффициента регрессии по территории Европы. В Разделе 3 рассматриваются погрешности, связанные с заменой реального слоя атмосферы простым сферическим слоем. В Заключении резюмируются основные положения разработанной авторами методики расчета атмосферного гравиметрического эффекта.

В настоящее время на практике наиболее распространено вычисление гравиметрической редукиции за атмосферное давление по известной регрессионной зависимости $\Delta g = -3\Delta p$, где Δg и Δp – местные приращения ускорения свободного падения [$\text{нм}\cdot\text{с}^{-2}$] и атмосферного давления [ГПа]; -3 – коэффициент регрессии, учитывающий усредненные эффекты нагрузки и прямого притяжения атмосферы. Иногда применяются и более совершенные регрессионные зависимости, учитывающие влияние дальней зоны.

Недостатки подобного подхода иллюстрирует рис. 1, где синей кривой показаны остатки после вычитания теоретического динамического прилива для Земли с океаном из ряда наблюдений, выполненных на сверхпроводящем гравиметре в Вене в период с ноября 2005 по октябрь 2006 г. Красная кривая демонстрирует ход атмосферного давления, снятого с микробарографа прибора и умноженного на коэффициент -2.9 .

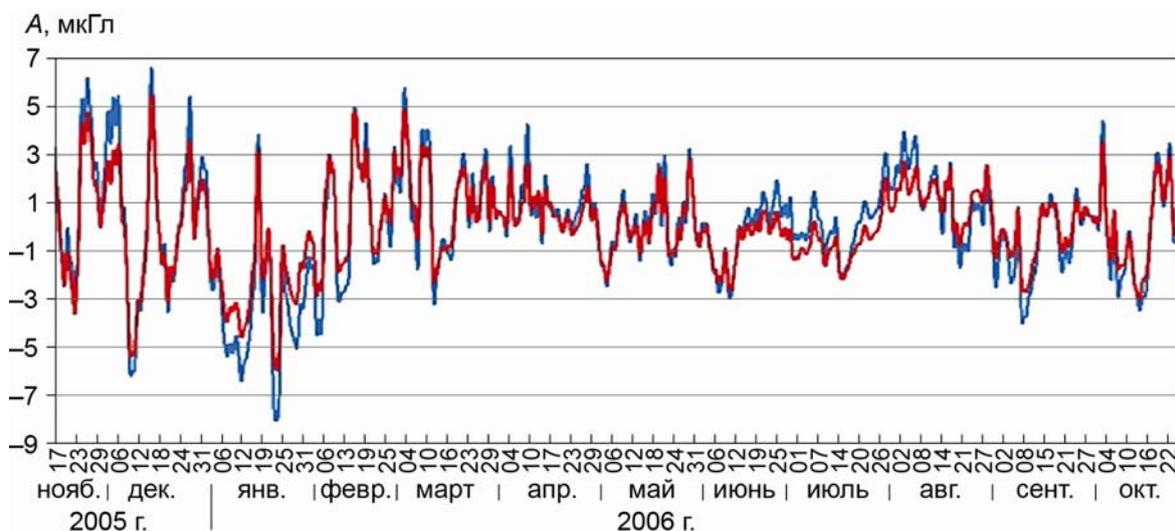


Рис. 1. Атмосферный гравиметрический эффект в Вене, Австрия. Наблюдения 17.11.2005–23.10.2006 г. Красная кривая – ряд атмосферного давления; синяя – ряд остатков после вычитания теоретического прилива для Земли с океаном

Fig. 1. Atmospheric gravimetric effect in Vienna, Austria. Observations November 17, 2005 – October 23, 2006. Red curve – series of atmospheric pressure; blue curve – series of residues after subtracting the theoretical tide for the Earth with the ocean

Можно видеть, что хотя практически вся кривая ряда остатков очень хорошо коррелирует с графиком атмосферного давления, полностью учесть атмосферный гравиметрический эффект при помощи регрессионной модели с достаточной степенью точности практически невозможно. Кривая остатков имеет амплитуду порядка 0.6 мкГал. Дело здесь в том, что коэффициент регрессии может существенно меняться в зависимости от конкретных погодных условий и их масштаба. Следовательно, для более точного учета влияния атмосферы необходим непосредственный расчет как прямого ньютоновского притяжения атмосферных масс, так и атмосферного нагрузочного эффекта для любой точки земного шара и любого момента времени.

В разное время рассматриваемой проблеме был посвящен ряд работ, ставших уже классическими (см., например, [Warburton, Goodkind, 1977; Spratt, 1982; Merriam, 1992; Boy, Gegout, Hinderer, 2002; Boy, Chao, 2005]); нагрузочный эффект рассматривался отдельно в работе [Petrov, Boy, 2004]. Настоящая работа имеет ряд отличий от более ранних исследований. Прежде всего, в отличие, например, от работы [Merriam, 1992],

в ней применяется метод простого слоя для вычисления не только нагрузочного эффекта, но и притяжения атмосферы, т.е. высота атмосферы полагается малой по сравнению с радиусом Земли. Кроме того, применение метода простого слоя при расчете притяжения атмосферы позволяет избежать включения в расчеты температурных градиентов стандартной атмосферы, которыми пользуется ряд авторов для расчета плотности и давления на разных высотах. Дело в том, что в реальных погодных условиях величины этих градиентов могут в разы отличаться от своих стандартных значений, что неизбежно влияет на точность получаемых результатов.

Вторая отличительная особенность настоящей работы – применение для расчетов атмосферного гравиметрического эффекта не функций Грина, как это делается практически во всех работах других авторов (см., например, [Merriam, 1992; Boy, Gegout, Hinderer, 2002]), а коэффициентов разложения приземного атмосферного давления по сферическим функциям. Хотя с математической точки зрения эти подходы полностью идентичны, применяемый нами имеет как минимум два практических преимущества. Во-первых, он существенно сокращает время и объем производимых вычислений, что, в частности, отмечено в работе [Petrov, Boy, 2004]. Во-вторых, разложение атмосферного давления по сферическим функциям позволяет рассчитать гравиметрический эффект атмосферы в данной точке и в данный момент времени с учетом всех особенностей поведения атмосферы над всей земной поверхностью. Следовательно, не стоит вопрос о том, какую зону выбрать для проведения расчетов – ближнюю или дальнюю: в нашем случае ближней зоной является весь земной шар.

Раздел 1. Расчет атмосферного гравиметрического эффекта

Представим атмосферу в виде простого сферического слоя поверхностной плотности $\mu = \mu(\theta, \lambda)$, являющейся функцией географических координат – кошироты θ и долготы λ . Тогда потенциал этого слоя на точку $P = P(r, \theta, \lambda)$, расположенную над сферическим слоем ($r > a$) и под ним ($r < a$), будет иметь вид [Идельсон, 1936]

$$V(P) = \sum_0^{\infty} \frac{4\pi f a^{n+2}}{(2n+1)r^{n+1}} Y_n(\theta, \lambda) \quad \text{при } r > a, \quad (1)$$

$$V(P) = \sum_0^{\infty} \frac{4\pi f r^n}{(2n+1)a^{n-1}} Y_n(\theta, \lambda) \quad \text{при } r < a. \quad (2)$$

Здесь $Y_n(\theta, \lambda)$ – “игреки” Лапласа поверхностной плотности, так что $\mu(\theta, \lambda) = \sum Y_n(\theta, \lambda)$; f – гравитационная постоянная; $a = 6371000$ м – средний радиус Земли.

Учитывая, что $\mu(\theta, \lambda) = p(\theta, \lambda) / g_E$, где $p(\theta, \lambda)$ – приземное атмосферное давление, g_E – значение ускорения свободного падения на экваторе, а также то, что $4\pi f / g_E = 3 \cdot 1.00407 / \rho_0 a$, где ρ_0 – средняя плотность Земли; 1.00407 – поправочный коэффициент, который в дальнейшем изложении для простоты мы будем опускать, из (1) и (2) получаем

$$V(P) = \frac{3}{\rho_0 a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^{n+2}}{(2n+1)r^{n+1}} \sum_{k=0}^n (A_n^k \cos(k\lambda) + B_n^k \sin(k\lambda)) \cdot P_n^k \quad \text{при } r > a, \quad (3)$$

$$V(P) = \frac{3}{\rho_0 a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r^n}{(2n+1)a^{n-1}} \sum_{k=0}^n (A_n^k \cos(k\lambda) + B_n^k \sin(k\lambda)) \cdot P_n^k \quad \text{при } r < a. \quad (4)$$

В (3) и (4) A_n^k и B_n^k – коэффициенты разложения приземного атмосферного давления по сферическим функциям; P_n^k – многочлены Лежандра порядка n и степени k . Дифференцируя (3) и (4) по r , для эффекта прямого ньютоновского притяжения воздушных масс, обозначаемого далее как $\Delta g_{\text{пр.}}$, на поверхности Земли (положительное направление вниз) имеем:

$$\Delta g_{\text{пр.}} = \frac{3}{\rho_0 a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1} \sum_{k=0}^n (A_n^k \cos(k\lambda) + B_n^k \sin(k\lambda)) \cdot P_n^k \text{ над слоем,} \quad (5)$$

$$\Delta g_{\text{пр.}} = -\frac{3}{\rho_0 a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2n+1} \sum_{k=0}^n (A_n^k \cos(k\lambda) + B_n^k \sin(k\lambda)) \cdot P_n^k \text{ под ним.} \quad (6)$$

Для инструментов (приборов), расположенных на поверхности Земли и находящихся целиком под слоем атмосферы, применим формулу (6). Поскольку среднее значение плотности Земли равно $5.5134 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, величина $-\frac{3}{\rho_0 a} \cdot 1.00407$ будет составлять

$-8.5755 \text{ нм} \cdot \text{с}^{-2} / \text{ГПа}$. После умножения этой величины на $\frac{n}{2n+1}$ получим множитель $k_{\text{пр.}}$ для пересчета приращений атмосферного давления [ГПа] в приращения ускорения свободного падения [$\text{нм} \cdot \text{с}^{-2}$] в зависимости от порядка n .

Множитель $k_{\text{пр.}}$ в зависимости от n , как это можно видеть на рис. 2, принимает значения от $-3.43 \text{ нм} \cdot \text{с}^{-2} / \text{ГПа}$ для $n=2$ до $-4.28 \text{ нм} \cdot \text{с}^{-2} / \text{ГПа}$ для $n=360$, т.е. ощутимо зависит от размера аномалий атмосферного давления, изменяясь почти на 20%. При больших n значение $k_{\text{пр.}}$ стремится к $-4.29 \text{ нм} \cdot \text{с}^{-2} / \text{ГПа}$, что достаточно точно совпадает с оценкой $-4.3 \text{ нм} \cdot \text{с}^{-2} / \text{ГПа}$, которая приводится в [Торге, 1999, с. 354, формула (10.10б)] и получена путем представления изменений атмосферного давления притяжением слоя Буге.

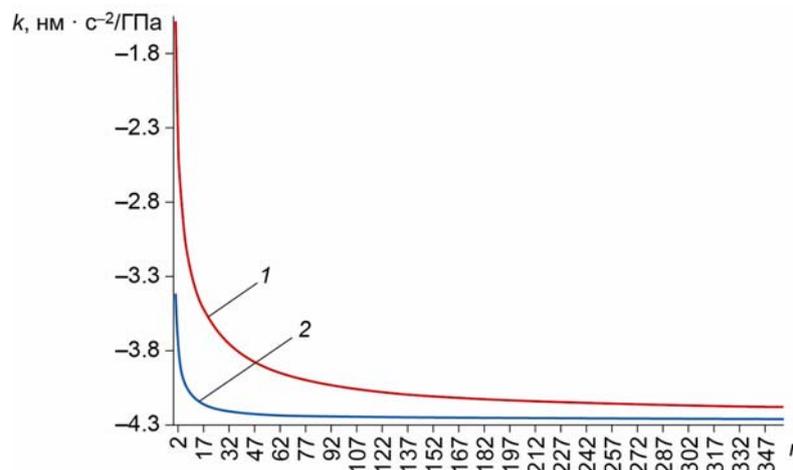


Рис. 2. Зависимости коэффициентов регрессии $k_{\text{пр.}}$ (1) и k_{Σ} (2) от порядка разложения по сферическим функциям n

Fig. 2. Dependencies of regression coefficients $k_{\text{пр.}}$ (1) and k_{Σ} (2) from degree n of decomposition into spherical functions

Как следует из формулы (6), притяжение внутри однородного ($n=0$) слоя атмосферы равно нулю. Это является следствием взаимной компенсации вкладов от его

элементарных составляющих, что полностью эквивалентно ситуации равномерно заряженной сферы, напряженность электростатического поля внутри которой равна нулю.

Если же обратиться к формуле (5), то при $n=0$ и среднем значении атмосферного давления $p_0=1013.25$ ГПа для притяжения вне сферического атмосферного слоя, но вблизи земной поверхности, имеем

$$\Delta g_{\text{пр.}} = \frac{3p_0}{\rho_0 a} \approx 0.8689 \text{ мГал.}$$

Это направленное вниз ускорение убывает с высотой по закону обратных квадратов и действует на объекты, расположенные не под атмосферой, а над ней, например, на спутники. На объекты, размещенные на земной поверхности, это ускорение не действует. Именно поэтому его вычитают в современных формулах нормальной силы тяжести, куда оно входит в виде поправки -0.87 мГал.

Перейдем теперь к оценке атмосферного нагрузочного эффекта. Согласно, например, работе [Перцев, 1967], этот эффект порядка n и степени k равен

$$\Delta g_{\text{нагр.}_n}^k = -\frac{2}{a} \delta_n V_n^k(a),$$

где $\delta_n = h'_n - \frac{n+1}{2} k'_n$ – нагрузочный амплитудный дельта-фактор; $V_n^k(a)$ – составляющая потенциала вида (3) или (4) на поверхности сферы. Суммируя по всем степеням и порядкам, для приращений силы тяжести, обусловленных атмосферным нагрузочным эффектом, получаем

$$\Delta g_{\text{нагр.}} = -\frac{6}{\rho_0 a} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta_n}{2n+1} \sum_{k=0}^n \left(A_n^k \cos(k\lambda) + B_n^k \sin(k\lambda) \right) \cdot P_n^k [u]. \quad (7)$$

Входящие в амплитудный дельта-фактор δ_n нагрузочные числа Лява h'_n и k'_n определяют вклады в нагрузочные изменения ускорения свободного падения $\Delta g_{\text{нагр.}}$ от смещения земной поверхности и изменения геопотенциала в результате деформации. Эти два эффекта входят в (7) с разными знаками.

Применяемые значения нагрузочных амплитудных дельта-факторов δ_n были рассчитаны в [Спиридонов, Виноградова, 2017] путем интегрирования системы уравнений шестого порядка, полученной в [Спиридонов, 2016, 2017]. Значения входящего в (7)

множителя $-\frac{6}{\rho_0 a} \frac{\delta_n}{2n+1}$ с ростом n достаточно быстро падают от $+1.84 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}/\text{ГПа}$ при $n=2$ до $+0.08 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}/\text{ГПа}$ при $n=360$.

В сумме с обсуждаемым выше множителем $k_{\text{пр.}}$ множитель в выражении (7) дает итоговую зависимость от порядка коэффициента перевода изменений давления в соответствующие изменения ускорения свободного падения (коэффициента регрессии) k_{Σ} . Значения этого коэффициента (см. рис. 2) изменяются более чем на 70 % – от $-1.59 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}/\text{ГПа}$ при $n=2$ до $-4.20 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}/\text{ГПа}$ при $n=360$. В пределе при больших n значение k_{Σ} стремится к указанному выше значению $k_{\text{пр.}}$, составляющему $-4.29 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}/\text{ГПа}$. В целом это соответствует приводимому в [Merriam, 1992] диапазону изменения от -2.7 до $-4.3 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}/\text{ГПа}$.

В нашей работе значение $-2.7 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}/\text{ГПа}$ достигается при $n=5$, т.е. при характерном пространственном масштабе атмосферной аномалии порядка 2000 км.

Для вычислений по формулам (6) и (7) в работе применены разложения по сферическим функциям карт приземного атмосферного давления в узлах сетки $0.25 \times 0.25^\circ$

с шагом по времени 1 ч. Использованные данные, находящиеся в свободном доступе в Интернете (<https://cds.climate.copernicus.eu/>) получены в рамках новейшего проекта глобального атмосферного повторного анализа ERA5, осуществленного Европейским центром среднесрочных прогнозов погоды (ECMWF) [Dee, 2011].

Раздел 2. Численные оценки атмосферного гравиметрического эффекта. Оценка точности разложений по сферическим функциям

В качестве примера для получения оценок атмосферного гравиметрического эффекта рассмотрим карту приземного атмосферного давления, построенную для всего земного шара по состоянию на 00:00 UTC 01.01.2018 г. (рис. 3¹), значения давления на которой приведены в ГПа. Прежде всего обращают на себя внимание достаточно резкие скачки давления вдоль береговых линий. Особенно это касается Антарктиды, где модельный перепад между сушей и морем доходит до 200–300 ГПа. В Европе подобные перепады отмечаются для Скандинавии. Заранее понятно, что названные скачки существенно ухудшают качество разложения по сферическим функциям, но эта проблема может быть частично устранена путем введения маски “суша–океан”. Тем не менее, далее рассматриваются результаты, полученные без введения такой маски, т.е. вся методика расчета оценивается в наиболее неблагоприятных условиях.

На рис. 4 представлена карта разности между значениями приземного давления, отображаемыми на рис. 3, и значениями, полученными в результате разложения поля атмосферного давления по сферическим функциям до порядка $n=360$. Этот порядок выбран, исходя из пространственного разрешения данных $1 \times 1^\circ$, т.е. было оставлено две точки на наименьший период пространственной гармоник по кошироте. Погрешности разложения атмосферного давления на материках достигают 20 ГПа, оставаясь на большей части территории в пределах 2.5–5 ГПа (см. рис. 4). Указанные разности очевидно велики, составляя в пересчете на ускорения 0.75–1.5 мкГал и более. Тем не менее, эти ошибки практически полностью могут быть устранены из итоговых вычислений прямого притяжения атмосферы. Действительно, как мы видим, показанные на рис. 4 разности имеют ярко выраженный высокочастотный характер, т.е. являются следствием конечности расстояния между точками данных и отсутствия маски “суша–океан”, а не недостатка порядка разложения. В то же время входящий в формулу (6) коэффициент $\frac{n}{2n+1}$ с ростом n достаточно быстро стремится к пределу – так, уже при $n=180$ он отличается от 1/2 всего на 0.27 %, а при $n=360$ – на 0.14 %.

Таким образом, складывая полученное разложение с показанными на рис. 4 “остатками”, умноженными на $-\frac{3}{2\rho_0 a}$ (см. формулу (6)), получаем итоговый результат, ошибки которого на большей части суши не превышают 2–3 нГал, а в зонах с пиковыми ошибками разложения составляют ~10 нГал. Понятно, что подобными ошибками на практике можно полностью пренебречь (особенно на низких временных частотах).

Касательно нагрузочного эффекта отметим, что входящий в (7) множитель $\frac{\delta_n}{2n+1}$ уже при $n=360$ составляет всего 0.0047, вследствие чего с учетом удвоенного множителя перед знаком суммы ошибки нагрузочного эффекта будут всего в 6–8 раз превышать ошибки расчета притяжения, т.е. на большей части суши они составят 10–20 нГал, а в пиковых зонах – ~60–80 нГал.

¹ Далее все карты, кроме приведенных на рис. 14, 15, построены по состоянию на ту же дату.

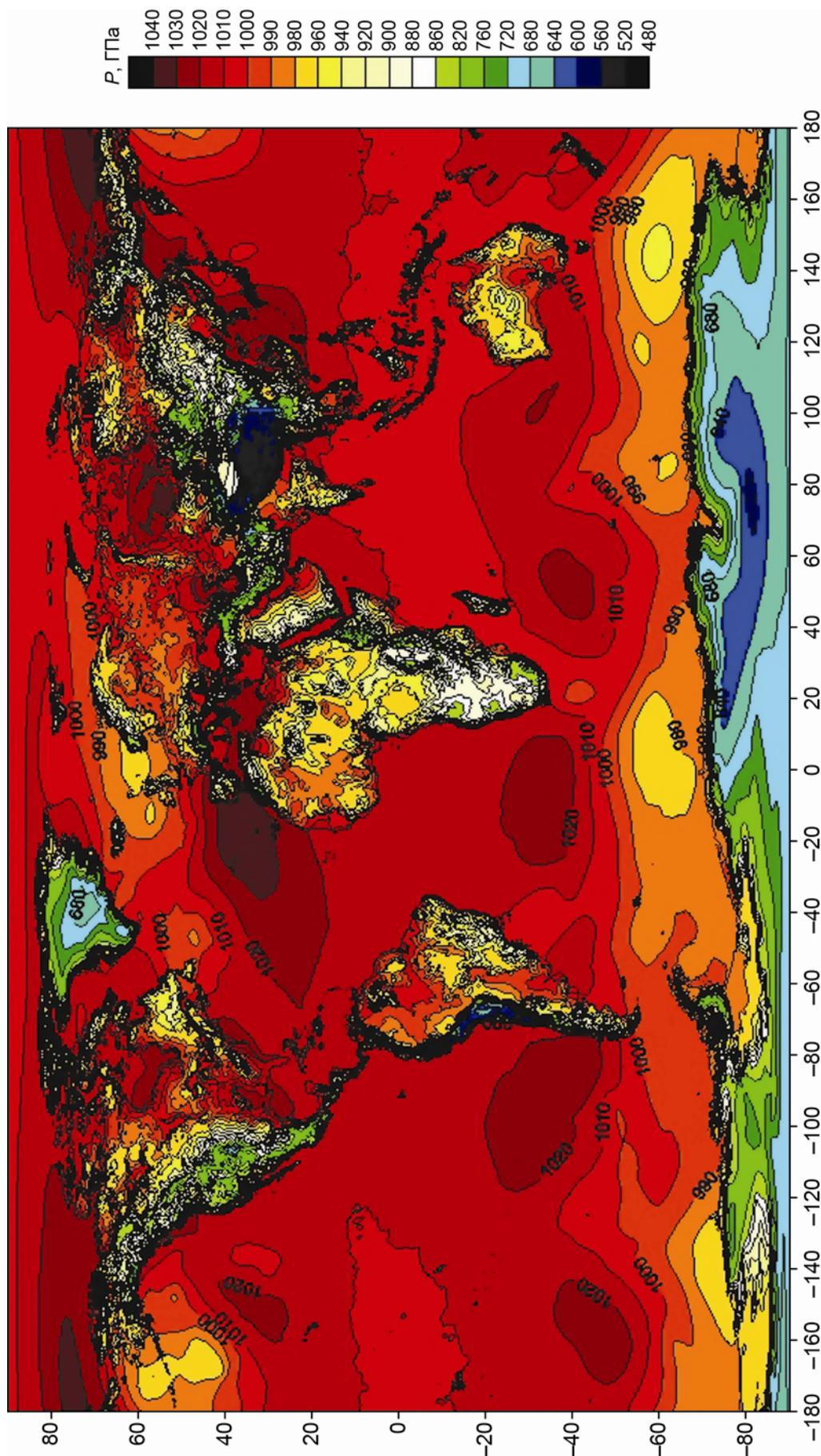


Рис. 3. Карта приземного атмосферного давления, построенная для всего земного шара по состоянию на 00:00 UTC 01.01.2018 г.

Fig. 3. The map of the surface atmospheric pressure (GPa), January 01, 2018, 00:00 UTC

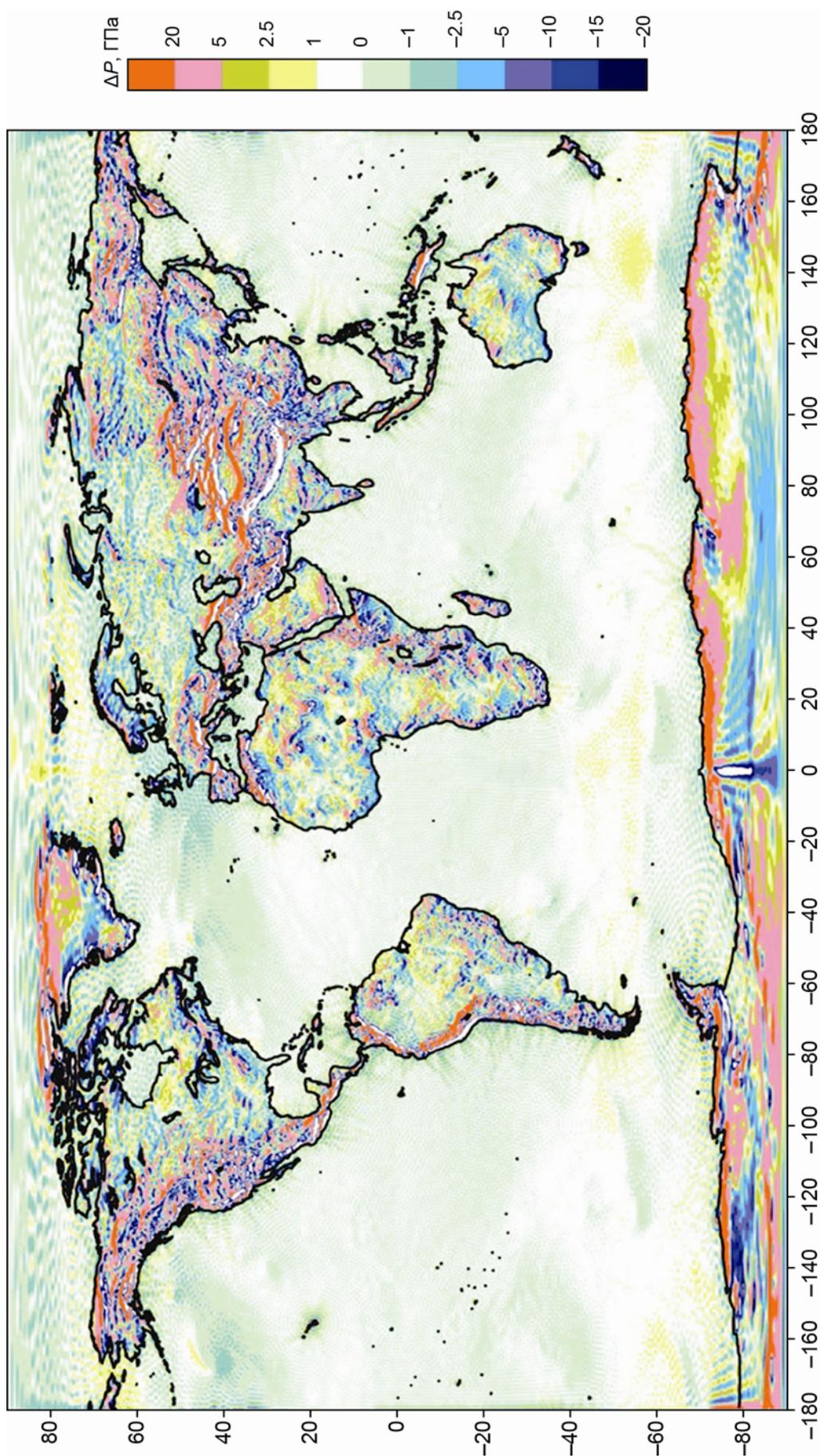


Рис. 4. Карта разности между приземным атмосферным давлением (см. рис. 3) и его разложением по сферическим функциям до $n=360$

Fig. 4. The differences between the surface atmospheric pressure (see Fig 3) and its decomposition into spherical functions up to $n=360$

Названные ошибки достаточно малы, поскольку даже самые большие из них не превышают 1 % от средней амплитуды атмосферного гравиметрического сигнала, а обычные находятся на уровне 0.01 %. Напомним, что ситуация может быть улучшена путем применения уже упомянутой маски “суша–океан”.

В правильности приведенных оценок точности убедимся на примере Европы и европейской части России, используя для этих регионов карты, аналогичные рассмотренным выше для всего земного шара. На рис. 5 представлена карта приземного атмосферного давления для территории Европы по состоянию на 00:00 UTC 01.01.2018 г. На ней обращают на себя внимание области пониженного давления на юго-востоке Черного моря, севере Скандинавии и почти вдоль всего средиземноморского побережья Европы. Контраст между давлением по разные стороны от береговой линии, т.е. при переходе с суши в море, доходит в отдельных зонах до 200 ГПа. Понятно, что без применения маски “суша–море” это вызывает определенные проблемы при разложении поля давления по сферическим функциям. На рис. 6 представлена карта разности между значениями приземного атмосферного давления и значениями, полученными при его разложении по сферическим функциям до $n=360$. В названных выше прибрежных зонах ошибки разложения достигают 15–20 ГПа. Вдали от береговой линии в зонах достаточно плавного изменения поля в пространстве они не превышают 1–2.5 ГПа. Здесь видна достаточно мелкаячешуйчатая структура “остатков”. Размеры зон смены их знаков лежат в пределах долей градуса. Это свидетельствует о том, что ошибки разложения связаны, как уже было сказано выше, в основном с резкими скачками давления на границе суша–море и конечностью расстояния между точками данных.

Обратимся к вычислению прямого ньютоновского притяжения для территории Европы. К полученным по формуле (6) результатам были добавлены поправки, определенные вычитанием из поля атмосферного давления его разложения по сферическим функциям до $n=360$ и умножения полученных разностей на $-\frac{3}{2\rho_0 a}$; окончательные ре-

зультаты этого расчета представлены на рис. 7. Прежде всего отметим достаточно большую величину полученного эффекта. Так, в отдельных зонах (на западе Скандинавии, части средиземноморского побережья и юго-восточного побережья Черного моря) его величина достигает 850–1000 $\text{нм}\cdot\text{с}^{-2}$, причем со знаком плюс, т.е. притяжение атмосферы приводит к ускорениям, направленным не от земной поверхности, а к ней, что говорит об уходе за горизонт локального центра масс атмосферы вследствие сильно пониженного приземного атмосферного давления. Отрицательные значения ускорений наблюдаются в основном в Средиземном море и в глубине континента. Этим зонам соответствуют области повышенного атмосферного давления (см. рис. 5).

Для оценки качества расчета притяжения атмосферы для разных порядков разложения атмосферного давления по сферическим функциям была построена карта разностного притяжения атмосферы (рис. 8) путем вычитания из эффекта, рассчитанного для порядка $n=360$, эффекта, полученного аналогичным образом для $n=180$. На рисунке видно, что в ряде мест разностное притяжение достигает своих наибольших значений $\pm 0.8 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}$, но на подавляющей части территории Европы не превосходит $\pm 0.05 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}$. В целом по земному шару увеличение n с 180 до 360 приводит к разностям, составляющим $\sim 0.05\%$ от величины притяжения атмосферы. К такому же выводу можно прийти при сравнении карт на рис. 7, 8. Следовательно, увеличение порядка n разложения атмосферного давления от 180 до 360 приводит к достаточно малым (около 0.05 %) вкладам в рассчитываемое прямое ньютоновское притяжение атмосферы. Этот результат понадобится нам позже в Разделе 3, а пока мы перейдем к оценке аналогичных разностей величины притяжения атмосферы для $n=720$ и $n=360$ (рис. 9).

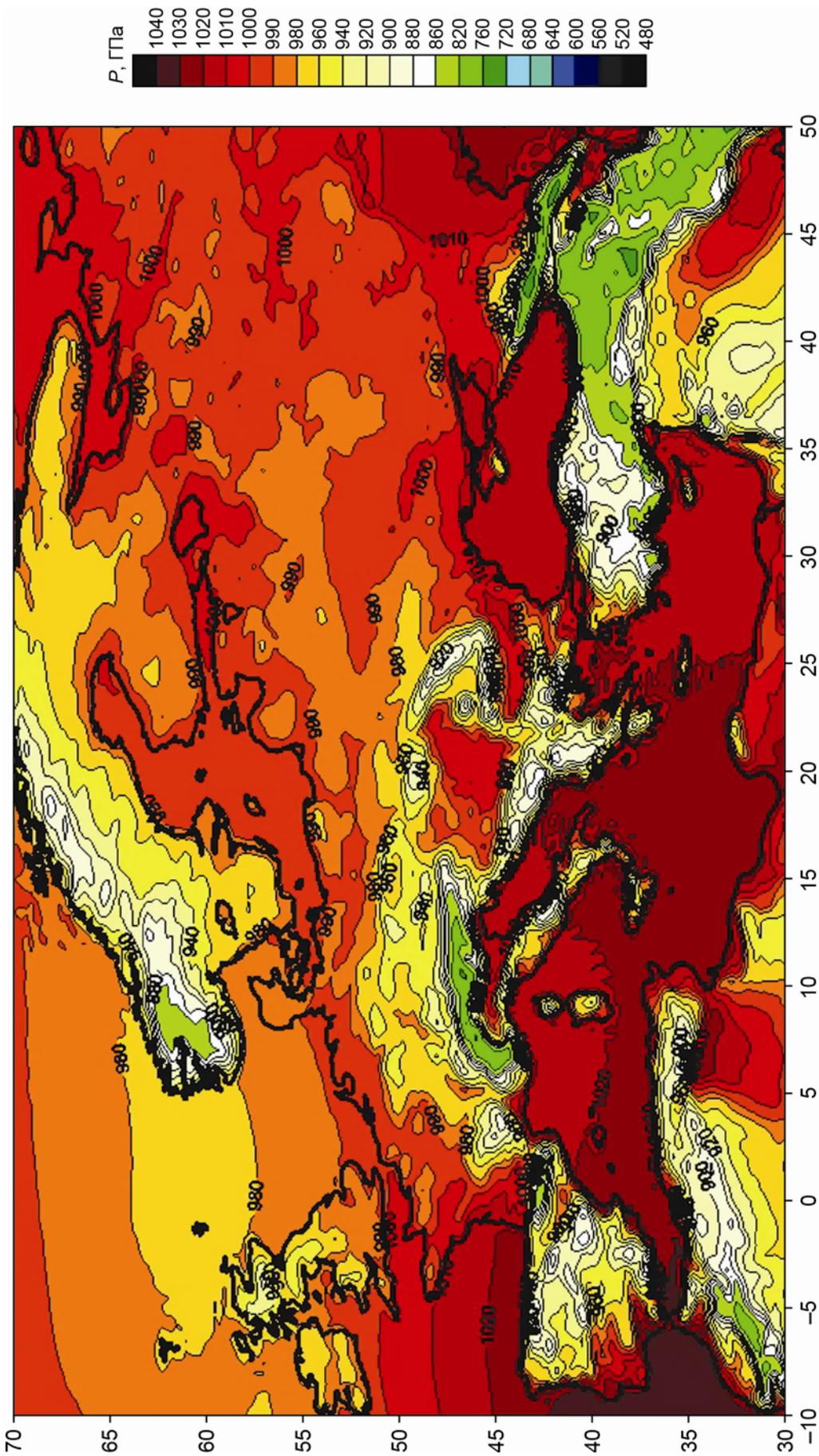


Рис. 5. Карта приземного атмосферного давления, построенная для территории Европы по состоянию на 00:00 UTC 01.01.2018 г.

Fig. 5. The map of the surface atmospheric pressure (GPa), January 01, 2018, 00:00 UTC, EUROPE

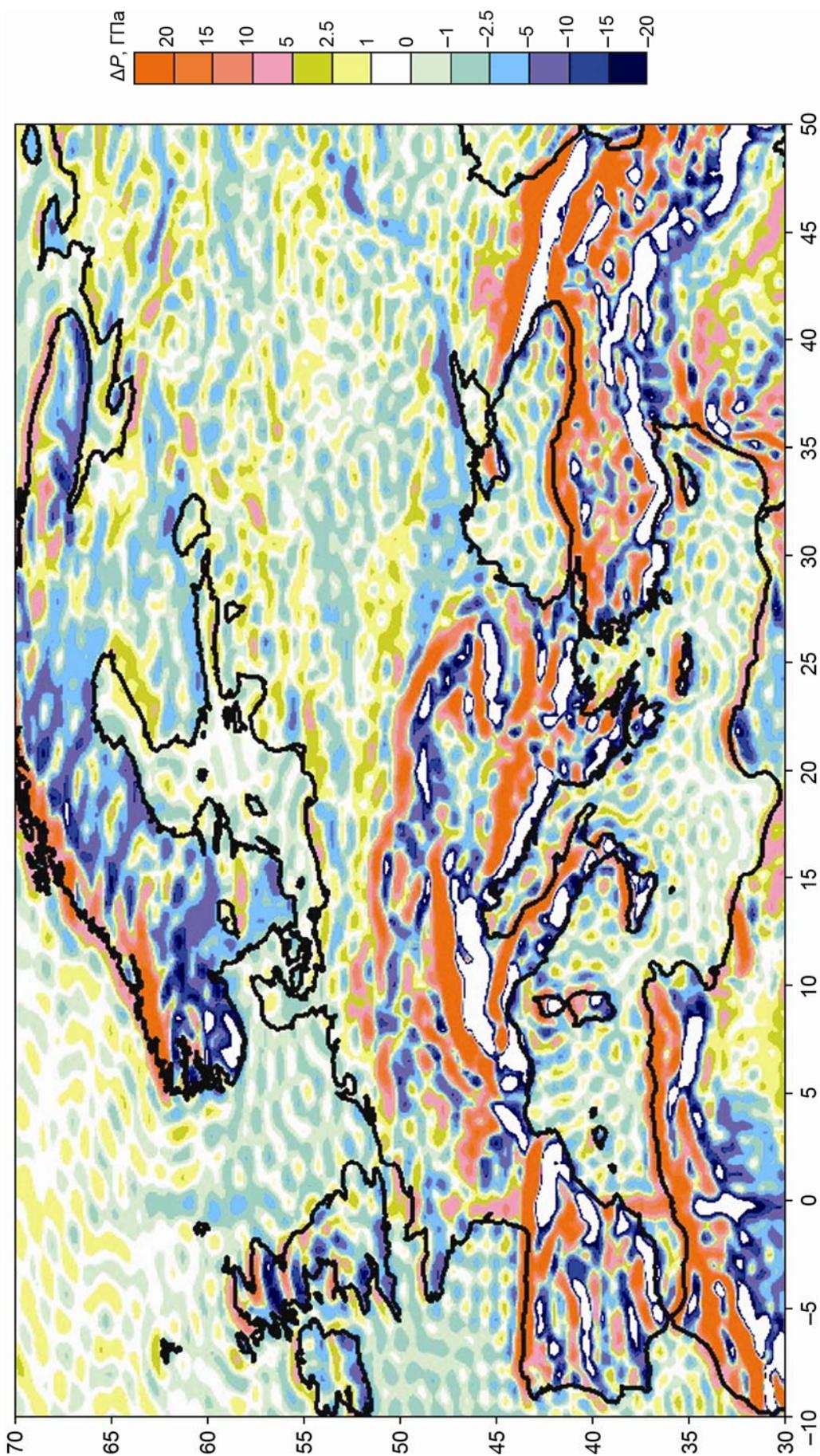


Рис. 6. Карта разности между приземным атмосферным давлением (см. рис. 5) и его разложением по сферическим функциям до $n=360$

Fig. 6. The differences between the surface atmospheric pressure (see Fig 5) and its decomposition into spherical functions up to $n=360$

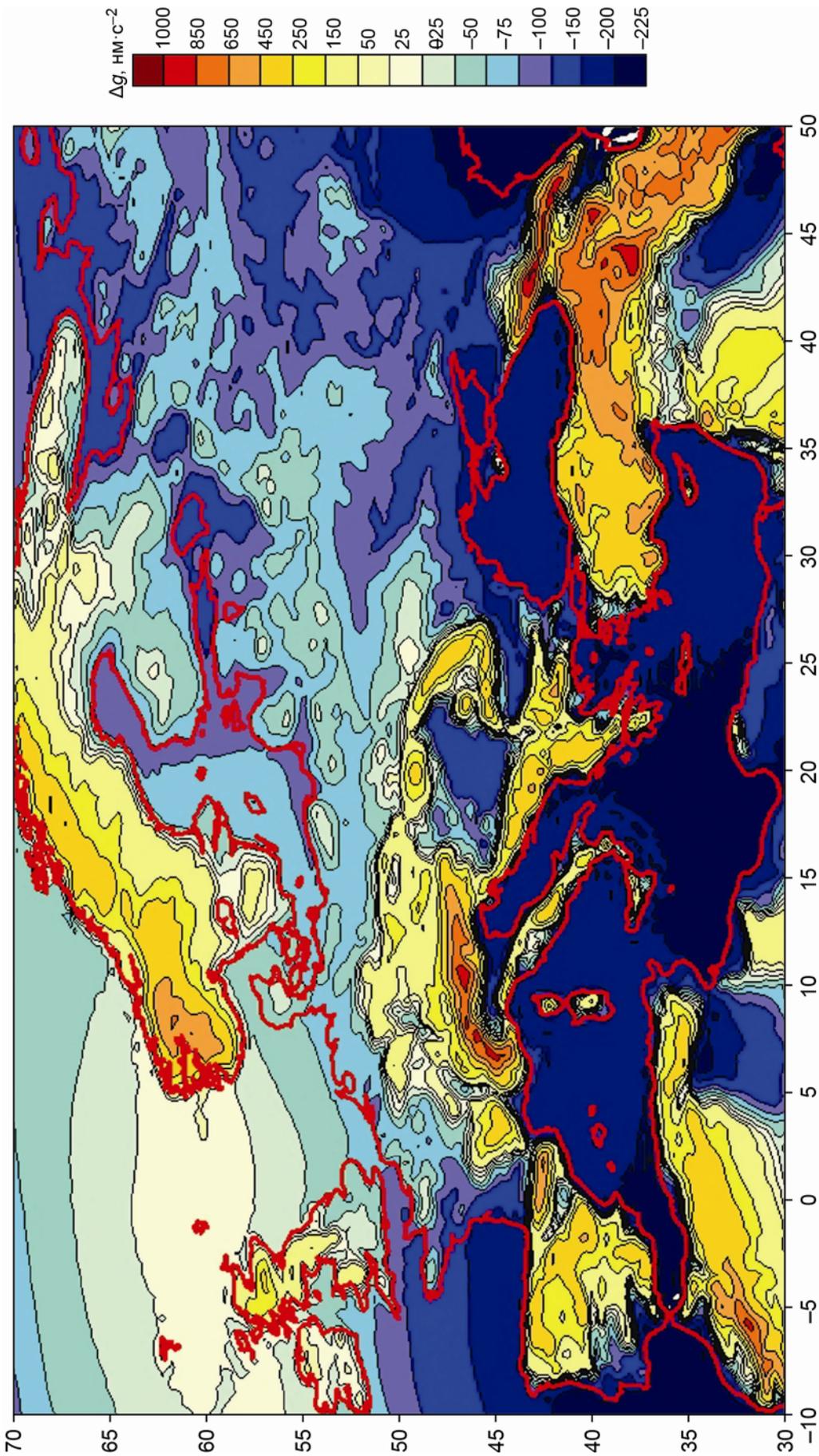


Рис. 7. Карта прямого ньютоновского притяжения атмосферы территории Европы по состоянию на 00:00 UTC 01.01.2018 г. при $n=360$

Fig 7. The map of the atmospheric direct Newtonian attraction ($n=360$), January 01, 2018, 00:00 UTC, EUROPE

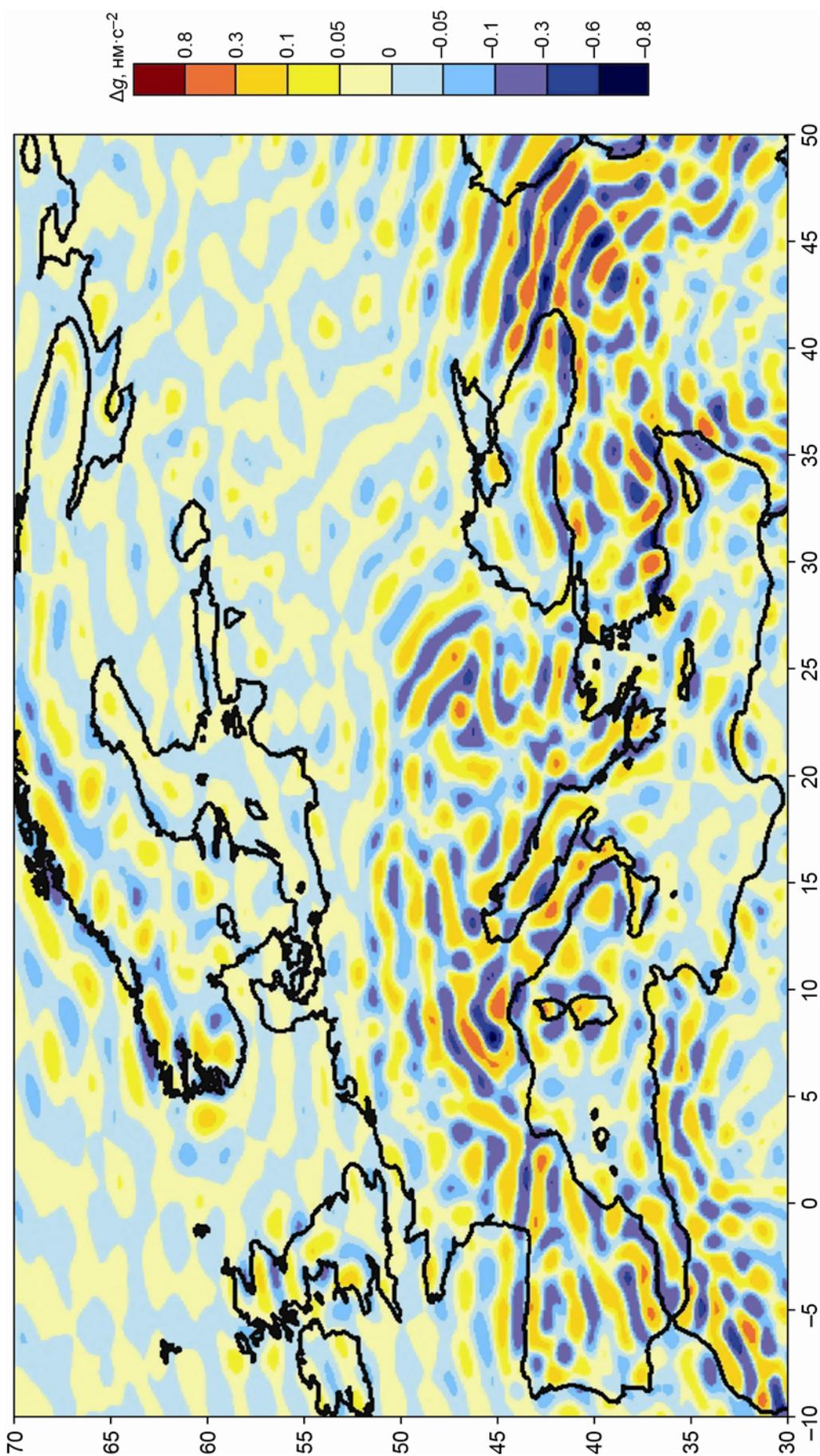


Рис. 8. Карта разности между разложениями притяжения атмосферы по сферическим функциям для $n=360$ и $n=180$, построенная для территории Европы

Fig. 8. The map of the differences between decompositions of atmospheric attraction for $n=360$ and $n=180$, EUROPE

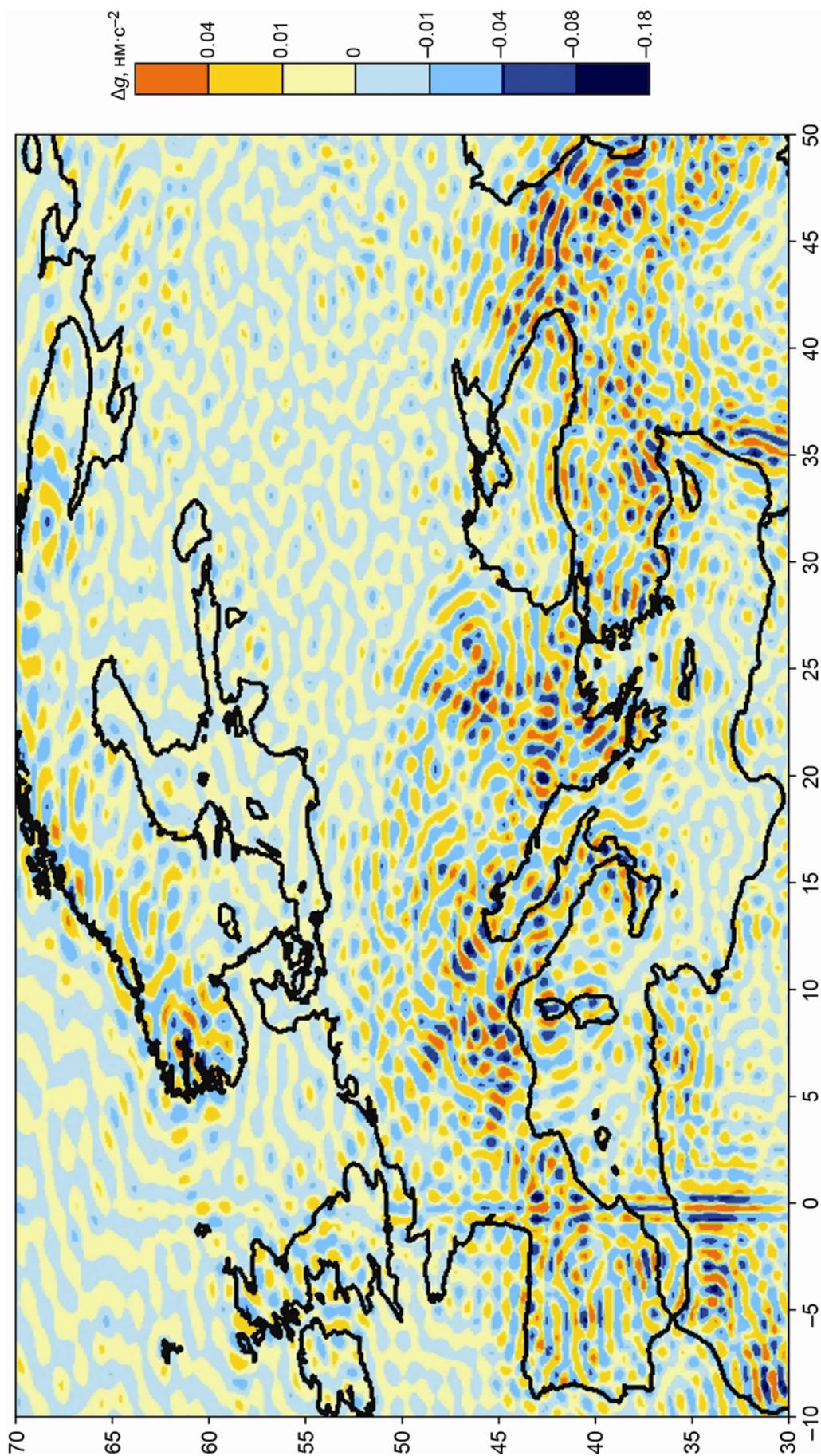


Рис. 9. То же, что на рис. 8, для $n=720$ и $n=360$.

Fig. 9. The same as in Fig. 8 for $n=720$ and $n=360$.

Показанные на рис. 9 разности более чем на порядок меньше аналогичных, представленных на рис. 8. Относительная погрешность, т.е. отношение показанных разностей к величине самого эффекта, при переходе от $n=360$ к $n=720$ составляет порядка 0.01 %. Это наша окончательная оценка погрешности вычислений прямого ньютоновского притяжения атмосферы, связанной с качеством разложения приземного атмосферного давления по сферическим функциям. Та же оценка следует из сравнения величин, представленных на рис. 9 и рис. 7. Дополнительно отметим, что малость разностей, представленных на рис. 8, 9, свидетельствует о правомерности учета неразложенной части атмосферного давления путем умножения ее на фактор $-\frac{3}{2\rho_0 a}$, как уже было сказано выше.

Обсудим теперь результаты расчета нагрузочного атмосферного эффекта, вычисление которого выполнялось по формуле (7) и разложению приземного атмосферного давления до порядка $n=360$. Карта нагрузочного эффекта для территории Европы представлена на рис. 10. Неразложенные остатки давления умножались на фактор $-\frac{6}{\rho_0 a} \frac{\delta_n}{2n+1} = 0.08$ для $n=360$. Подобный учет остатков приводит к оценке снизу. Действительно, в случае установки маски “суша–море” разложение до $n=360$ было бы гораздо более успешным, поскольку этот порядок соответствует плотности данных. При разложении до 180 и 720 порядка сигма остатков нарастает. Таким образом, в неразложенную часть давления входят в основном гармоники, порядок которых близок, но меньше 360. Нагрузочный дельта-фактор для этих гармоник несколько больше. Тем не менее, как мы увидим в дальнейшем, применение одного и того же фактора 0.08 для учета “остатков” после разложения до $n=180, 360$ и 720 приводит к результатам, хорошо совпадающим, что в целом доказывает оправданность применения этого множителя.

Показанные на рис. 10 нагрузочные ускорения существенно меньше ускорений, обусловленных притяжением атмосферы. Значения в акваториях морей являются, разумеется, условными вследствие эффекта обратного барометра. На суше знак эффекта в основном отрицательный. Наибольшие по модулю значения нагрузочных ускорений опять же наблюдаются в Скандинавии, на побережьях Средиземного и Черного морей, изменяясь от -20 до $-100 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}$; в глубине континента значения приближаются к 0.

Как и в случае вычисления притяжения атмосферы, для нагрузочного эффекта строились карты разностей его значений, рассчитанных для n , равных 180, 360, 720 (рис. 11, 12).

На рис. 11 видно, что на территории Европы переход при разложении атмосферного давления по сферическим функциям от $n=180$ к $n=360$ изменяет величину нагрузочного эффекта в среднем на 0.3 %, а при переходе от $n=360$ к $n=720$ – менее чем на 0.01 %. Такие же относительные погрешности наблюдаются и по всему земному шару. Последнее из этих значений является в данной работе окончательной оценкой погрешности расчета атмосферного нагрузочного эффекта, обусловленной конечностью порядка разложения атмосферного давления по сферическим функциям.

Наконец, на рис. 13 приведена карта распределения суммы прямого ньютоновского притяжения атмосферы и атмосферного нагрузочного эффекта, построенная для территории Европы. Нагрузочный эффект немного (примерно на $100 \text{ нм}\cdot\text{с}^{-2}$) компенсирует положительные значения прямого притяжения и в то же время увеличивает отрицательные значения приблизительно на такую же величину. В целом рис. 13 повторяет распределение, представленное на рис. 7.

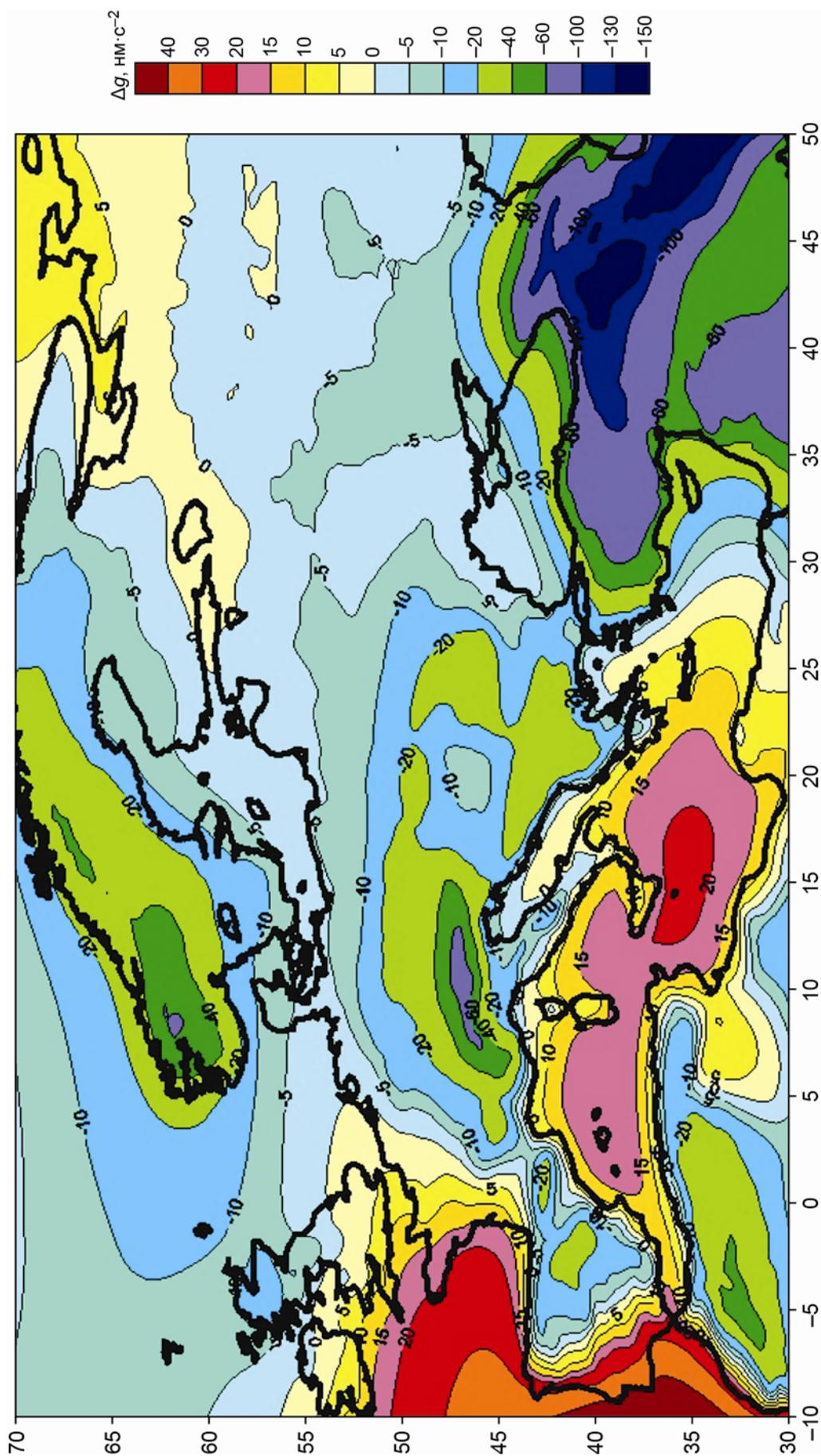


Рис. 10. Карта нагрузочного атмосферного эффекта, рассчитанного для территории Европы при $n=360$

Fig. 10. The map of the atmospheric loading effect ($n=360$), EUROPE

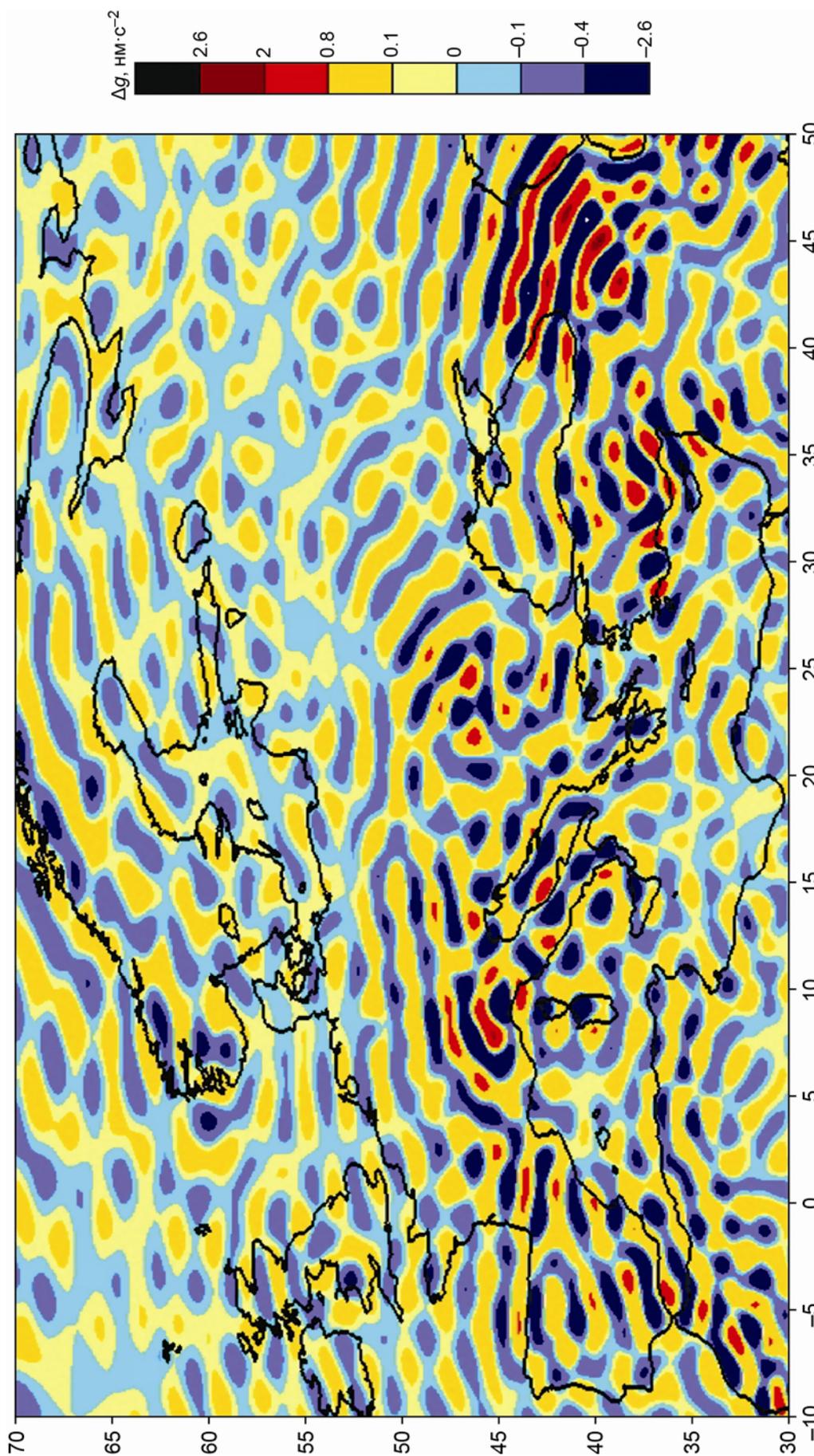


Рис. 11. Карта разности между нагрузочными атмосферными эффектами, рассчитанными для территории Европы при $n=360$ и $n=180$,

Fig. 11. The map of the differences between atmospheric loading effects for $n=360$ and $n=180$, EUROPE

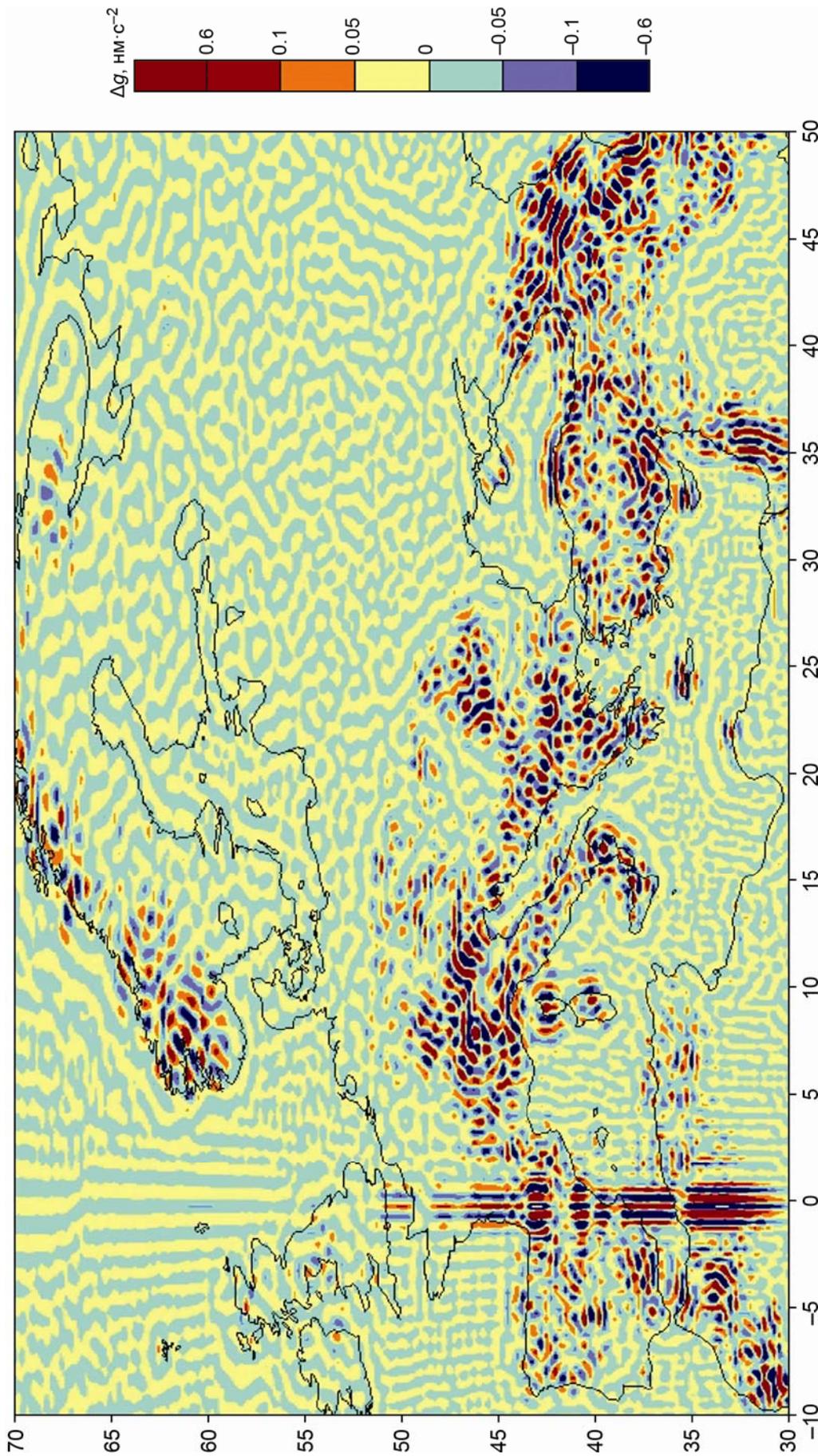


Рис. 12. То же, что на рис. 11, для $n=720$ и $n=360$

Fig. 12. The same as in Fig. 11 for $n=720$ and $n=360$

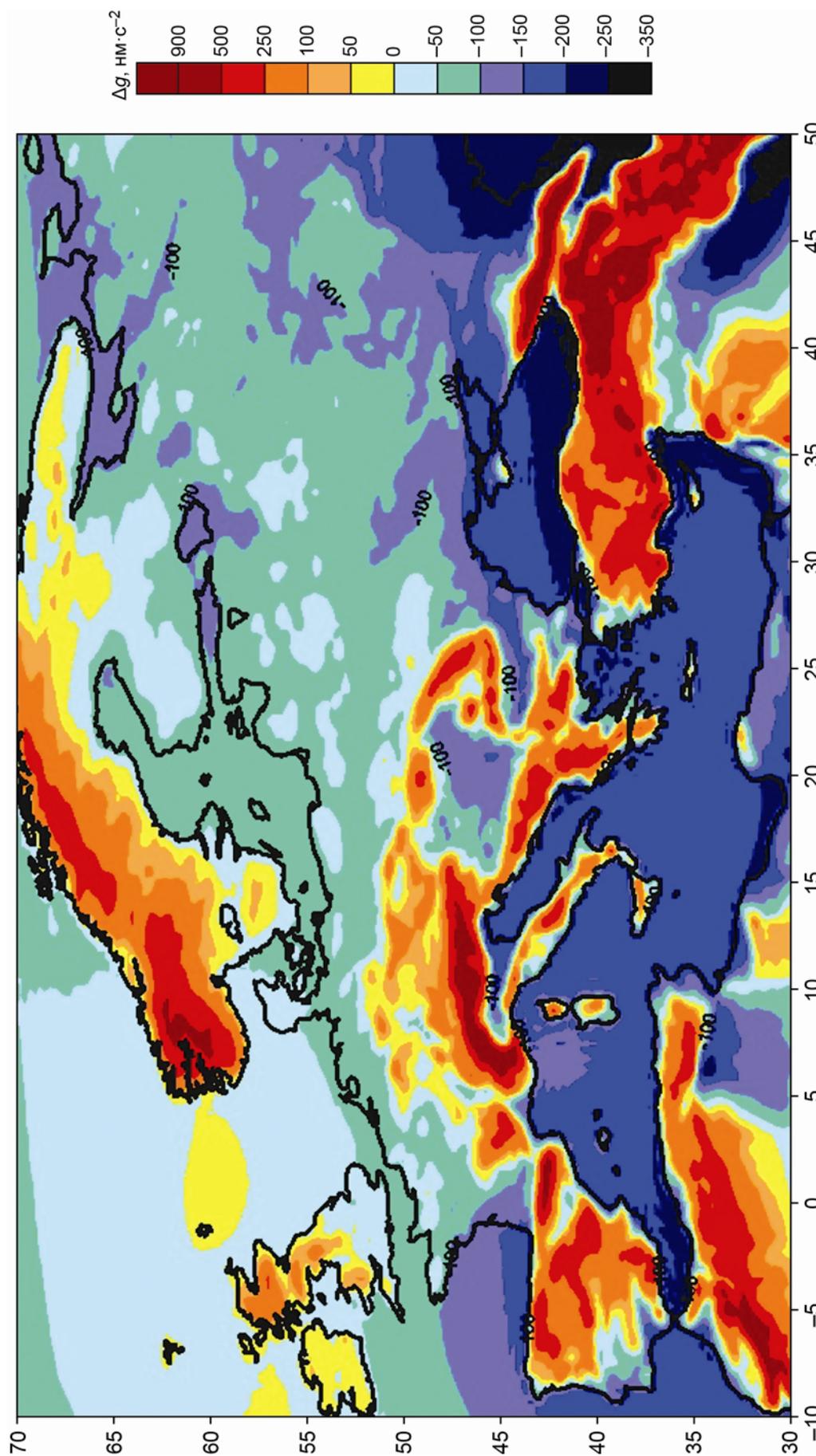


Рис. 13. Карта суммы нагрузочного атмосферного эффекта и прямого притяжения атмосферы при разложении до $n=360$, построенная для территории Европы

Fig. 13. The map of the sum of the atmospheric loading effect and atmospheric direct attraction for $n=360$, EUROPE

На рис. 14 показан прирост приземного атмосферного давления ΔP [ГПа] над территорией Европы за 71 час (с 00:00 UTC 01.01.2018 г. по 22:00 UTC 03.01.2018 г.); на рис. 15 – соответствующее этому приросту распределение по территории Европы коэффициента регрессии $\Delta g/\Delta P$, где под Δg понимается приращение суммы прямого ньютоновского притяжения атмосферы и атмосферного нагрузочного эффекта, произошедшее за рассматриваемый промежуток времени.

Прежде всего на рис. 15 обращает на себя внимание достаточно большой разброс значений коэффициента регрессии – шкала рисунка покрывает практически весь допустимый диапазон его значений. Близкие к -3 значения коэффициента наблюдаются в основном в зонах наибольших отрицательных и положительных разностей атмосферного давления (см. рис. 14). При этом отрицательные значения отмечаются в Центральной и Восточной Европе, где нагрузочный эффект в значительной мере компенсирует прямое притяжение атмосферы. В целом же можно сказать, что ввиду ощутимой зависимости коэффициента регрессии от конкретных погодных условий, их масштаба и продолжительности, его применение для обработки современных гравиметрических данных весьма проблематично, поскольку априори не может привести к высокой точности, особенно в области низких временных частот.

Раздел 3. Ошибки, возникающие вследствие представления атмосферы простым слоем

Сначала рассмотрим прямое ньютоновское притяжение воздушных масс. Для проведения оценок, обсуждаемых в этом разделе, разобьем атмосферу на 30 слоев мощностью 1 км. Плотность каждого слоя будем считать равной плотности на его нижней границе, а рельеф поля давления одинаковым на разных высотах. В этом случае после суммирования по всем слоям из выражения (2) в приближении простого слоя для каждого порядка n на поверхности сферы будем иметь

$$\Delta g_{\text{пр.}_n} = \frac{4\pi f n}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda) \sum_{i=0}^{30} \alpha_i, \quad (8)$$

а считая толщину атмосферы конечной, придем к формуле

$$\Delta g_{\text{пр.}_n} = \frac{4\pi f n}{2n+1} Y_n(\theta, \lambda) \sum_{i=0}^{30} \left(\frac{a}{a+z_i} \right) \alpha_i. \quad (9)$$

Здесь i – номер слоя; $\alpha_i = \rho_i/\rho_0$ – отношение плотности воздуха на нижней границе каждого слоя к плотности воздуха на поверхности сферы¹; z_i – высота нижней границы каждого слоя.

Для вычисления относительной погрешности, возникающей при замене выражения (9) выражением (8), т.е. при замене реальной толщи атмосферы тонким слоем у поверхности Земли, необходимо вычесть из (8) выражение (9) и полученную разность разделить на (8). В результате, выражая относительную погрешность в процентах, получаем

$$\eta = \left(1 - \frac{\sum_{i=0}^{30} \left(\frac{a}{a+z_i} \right) \alpha_i}{\sum_{i=0}^{30} \alpha_i} \right) \cdot 100\%. \quad (10)$$

¹ Эти отношения рассчитывались по стандартной атмосфере [Атмосфера ..., 2004].

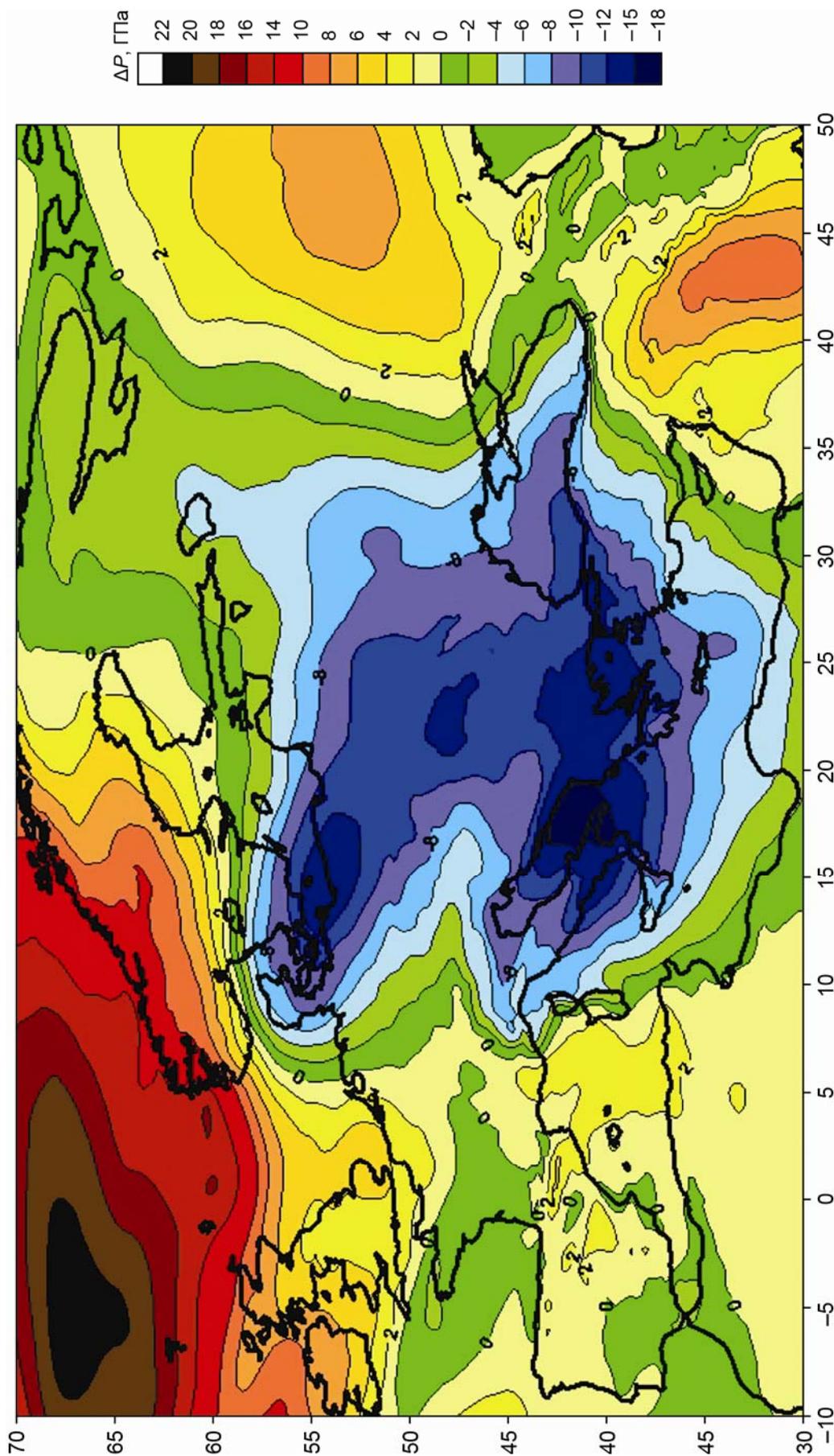


Рис. 14. Карта прироста атмосферного давления над территорией Европы за период с 00:00 UTC 01.01. по 22:00 UTC 03.01.2018 г.

Fig. 14. The map of the increase in atmospheric pressure for from January 1, 2018, 00:00 UTC to January 3, 2018, 22:00 UTC, EUROPE

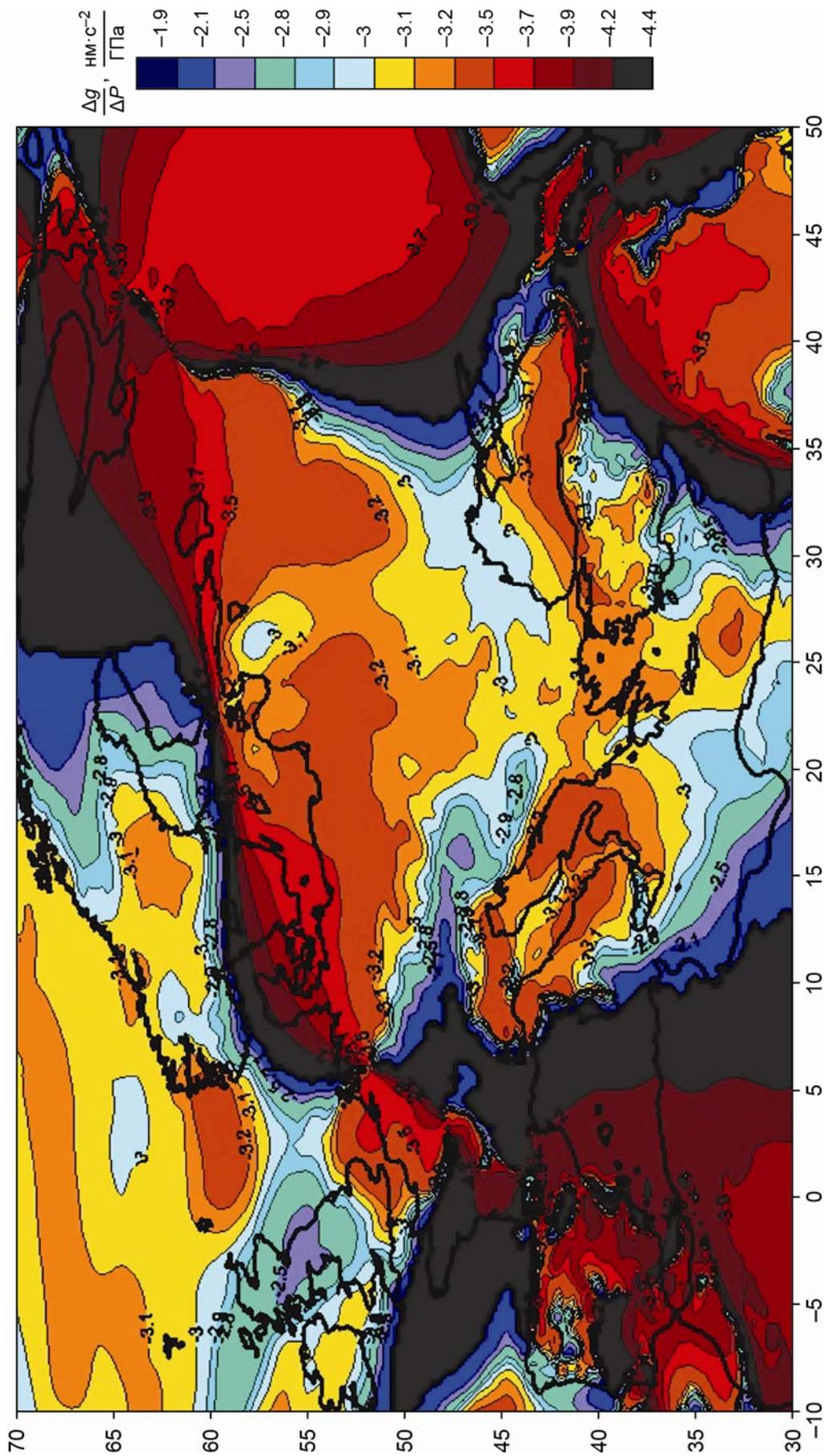


Рис. 15. Карта распределения значений коэффициента регрессии $\Delta g/\Delta P$, полученных для карты, представленной на рис. 14

Fig. 15. The map of the distribution of the values of the regression coefficient $\Delta g/\Delta P$ obtained for the map shown in Fig. 14

Вычисления погрешности по формуле (10), результаты которых представлены на рис. 16, показали, что погрешность достигает 0.05 % уже при $n=20$ и 1 % при $n=31$. Далее погрешность плавно нарастает и при $n=360$ составляет 11.9 %. Понятно, что приведенные значения довольно велики, однако вклад каждой пространственной гармоники в итоговый результат достаточно быстро убывает с ростом n , что иллюстрирует приводимый выше рис. 8. Несмотря на то, что относительная ошибка в диапазоне n от 180 до 360 в среднем составляет 10 % (0.1), вклад названного диапазона в итоговый результат, оцененный при обсуждении рис. 8, находится на уровне 0.05 % (0.0005). Вследствие этого итоговая относительная погрешность расчета притяжения атмосферы, возникающая вследствие ее замены простым слоем, оказывается на уровне 0.005 %. При обсуждении рис. 8 аналогичная поправка для нагрузочного эффекта оказывалась почти на порядок больше (0.3 %), но при этом сам эффект был в среднем на порядок ниже, поэтому названная оценка погрешности оставалась на том же уровне.

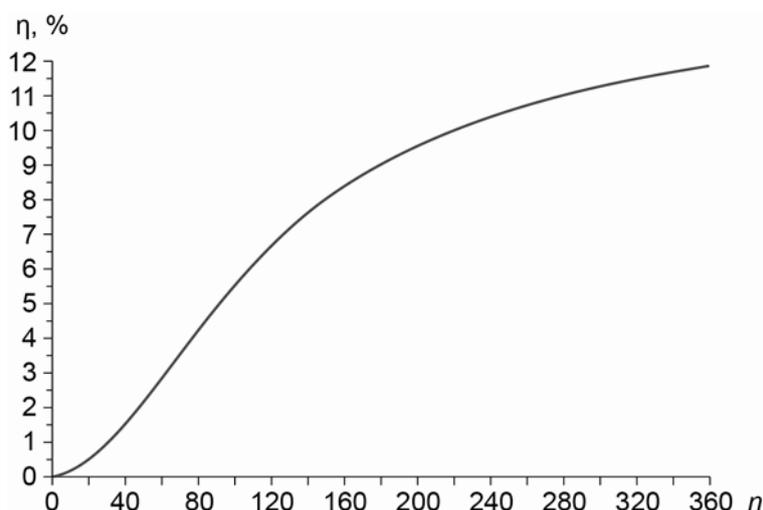


Рис. 16. Выражаемая в процентах относительная погрешность вычисления прямого притяжения атмосферы, возникающая вследствие представления ее тонким простым сферическим слоем

Fig. 16. The relative error of the atmospheric direct attraction calculating in %, arising from atmosphere representation as a thin simple spherical layer

Таким образом, относительная погрешность, возникающая вследствие замены атмосферы простым слоем, меньше погрешностей, обусловленных неточностями разложения атмосферного давления по сферическим функциям и составляющих величину порядка 0.01 %.

Заключение

Анализ ошибок предлагаемой в настоящей работе методики расчета атмосферного гравиметрического эффекта позволяет заключить, что суммарная относительная погрешность получаемых итоговых результатов не превышает 0.01 %. Анализу, в частности, были подвергнуты ошибки, связанные с заменой слоя атмосферы простым сферическим слоем и с разложением атмосферного давления по сферическим функциям до конечного порядка $n=360$.

Согласно изложенному в настоящей работе, для осуществления расчета атмосферного гравиметрического эффекта необходимо выполнение следующих действий.

1. Разложить необходимое количество ежечасных карт приземного атмосферного давления в узлах сетки $0.25 \times 0.25^\circ$ по сферическим функциям до порядка $n=360$. Предварительно необходимо вычесть из каждой карты сферическое среднее и для улучшения качества разложения применить к данным маску “суша–океан”. Исходные данные повторного анализа атмосферного давления следует представить с точностью не хуже седьмой значащей цифры.

2. Вычислить сферические “остатки”, т.е. разности между исходными и разложенными значениями атмосферного давления. Для этого необходимо восстановить поле давления по вычисленным коэффициентам разложения и вычесть его из исходного.

3. По полученным коэффициентам разложения определить поправки за прямое притяжение атмосферных масс и нагрузочный атмосферный эффект (формулы (6) и (7)). К значениям притяжения и нагрузочного эффекта прибавить сферические “остатки”, умноженные соответственно на факторы $-\frac{3}{2\rho_0 a}$ (для притяжения) и

$-\frac{6}{\rho_0 a} \frac{\delta_{360}}{2 \cdot 360 + 1}$ (для нагрузки), как это показано в Разделе 3.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН.

Литература

- Атмосфера стандартная. Параметры. ГОСТ 4401-81. М.: ИПК Издательство стандартов, 2004. 181 с.
- Идельсон Н.И. Теория потенциала. Л.: ОНТИ, НКТН, 1936. 424 с.
- Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1984. 751 с.
- Перцев Б.П. Оценка влияний морских приливов на земные в пунктах, удаленных от океанов // Земные приливы и внутреннее строение Земли / Под ред. Н.Н. Парийского. М.: Наука, 1967. С.10–22.
- Спиридонов Е.А. Амплитудные дельта-факторы второго порядка и их зависимость от широты // Геология и геофизика. 2016. № 4. С.796–807.
- Спиридонов Е.А. Амплитудные дельта-факторы и сдвиги фаз приливных волн для Земли с океаном // Геофизические процессы и биосфера. 2017. Т. 16, № 2. С.5–54.
- Спиридонов Е.А., Виноградова О.Ю. Результаты комплексного моделирования океанического гравиметрического эффекта // Сейсмические приборы. 2017. Т. 53, № 1. С.66–80.
- Boy J-P., Gegout P., Hinderer J. Reduction of surface gravity data from global atmospheric pressure loading // Geophys. J. Int. 2002. V. 149. P.534–545.
- Boy J-P., Chao B.F. Precise evaluation of atmospheric loading effects on Earth’s time-variable gravity field // J. Geophys. Res. 2005. V. 110. B08412. doi: 10.1029/2002JB002333
- Dee D.P., Uppala S.M., Simmons A.J., Berrisford P., Poli P., Kobayashi S., Andrae U., Balmaseda M.A., Balsamo G., Bauer P., Bechtold P., Beljaars A.C.M., van de Berg L., Bidlot J., Bormann N., Delsol C., Dragani R., Fuentes M., Geer A.J., Haimberger L., Healy S.B., Hersbach H., Hólm E.V., Isaksen I., Kållberg P., Köhler M., Matricardi M., McNally A.P., Monge-Sanz B.M., Morcrette J.-J., Park B.-K., Peubey C., de Rosnay P., Tavolato C., Thépaut J.-N., Vitart F. The ERA-Interim reanalysis: configuration and performance of the data assimilation system // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2011. V. 137. P.553–597. doi: 10.1002/qj.828

- Merriam J.B. Atmospheric pressure and gravity // *Geophys. J. Int.* 1992. V. 109. P.488–500.
- Petrov L., Boy J.P. Study of the atmospheric pressure loading signal in very long baseline interferometry observations // *J. Geophys. Res.* 2004. V. 109. B03405. doi: 10.1029/2003JB002500
- Spratt R.S. Modelling the effect of atmospheric pressure variations on gravity // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1982. V. 71. P.173–186.
- Warburton R.J., Goodkind J.M. The influence of barometric pressure variations on gravity // *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 1977. V. 48. P.281–292.

Сведения об авторе

СПИРИДОНОВ Евгений Александрович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123242, Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: +7(915) 141-78-76. E-mail: sp287@mail.ru

ATMOSPHERIC GRAVIMETRIC EFFECT

E.A. Spiridonov

Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. Modern gravimetric measurements allow us to study both global and local features of the internal structure of the Earth, to obtain more and more reliable estimates of elastic modulus and quality factors the mantle. It is important to study the resonant effects of the outer and inner cores, as well as waves of large periods. In this connection, correct and reliable interpretation of gravimetric measurement data is especially important. For this, in particular, it is necessary to be able to accurately calculate the atmospheric gravimetric effect, the total amplitude of which at various observation points can reach 5–10 μGal . In this regard, this paper presents a method for calculating the atmospheric gravimetric loading effect and direct Newtonian atmospheric attraction. All calculations are performed in the approximation of a simple layer. The calculation of atmospheric effects is carried out by decomposing the surface atmospheric pressure in spherical functions up to 360 degrees. As the initial data, the values of the surface atmospheric pressure of the modern European reanalysis ERA5 were applied. The load effect was calculated using the load Love numbers, calculated by the author of the present work for the case of an inelastic rotating self-gravitating ellipsoidal Earth [Spiridonov, 2017; Spiridonov, Vinogradova, 2018]. Estimates are given for the relative errors of the calculations arising both as a result of the replacement of the real thickness of the atmosphere by a simple layer and as a result of the finiteness of the degree of decomposition of atmospheric pressure into spherical functions. For this, the errors of the corresponding integrals for the standard atmosphere were analyzed, and a comparative analysis of decomposition maps of the surface atmospheric pressure up to 180, 360 and 720 orders was carried out. The total relative error of the calculations was 0.01 %. Numerical estimates of the absolute values of the atmospheric gravimetric effect, as well as possible ranges of variation of the regression coefficients depending on weather and local conditions, are obtained.

Keywords: Earth's tides, atmospheric gravimetric effect, atmospheric gravitational attraction, atmospheric loading effect

References

- Boy J-P., Gegout P., Hinderer J. Reduction of surface gravity data from global atmospheric pressure loading, *Geophys. J. Int.*, 2002, vol. 149, issue 2, pp. 534-545.
- Boy J-P., Chao B.F. Precise evaluation of atmospheric loading effects on Earth's time-variable gravity field, *J. Geophys. Res.*, 2005, vol. 110, B08412, doi: 10.1029/2002JB002333
- Dee D.P., Uppala S.M., Simmons A.J., Berrisford P., Poli P., Kobayashi S., Andrae U., Balmaseda M.A., Balsamo G., Bauer P., Bechtold P., Beljaars A.C.M., van de Berg L., Bidlot J., Bormann, N., Delsol C., Dragani R., Fuentes M., Geer A.J., Haimberger L., Healy S.B., Hersbach H., Hólm E.V., Isaksen L., Kållberg P., Köhler M., Matricardi M., McNally A.P., Monge-Sanz, B.M., Morcrette J.-J., Park B.-K., Peubey C., de Rosnay P., Tavolato C., Thépaut J.-N. and Vitart F., The ERA-Interim reanalysis: configuration and performance of the data assimilation system, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 2011, vol. 137, pp. 553-597, doi: 10.1002/qj.828

- Idelson N.I. The Potential Theory. Leningrad: ONTI, NKTN, 1936. 424 p.
- Matveev L.T. The course of general meteorology. Physics of the Atmosphere. L.: Gidrometeoizdat, 1984, 751 p.
- Merriam J.B. Atmospheric pressure and gravity, *Geophys. J. Int.*, 1992, vol. 109, pp. 488-500.
- Pertsev B.P. Evaluation of the effects of sea tides on the Earth tides at points remote from the oceans, *Earth tides and the internal structure of the Earth*, ed. N.N. Pariiskiy. M.: Science, 1967, pp. 10-22.
- Petrov L., Boy J.P. Study of the atmospheric pressure loading signal in very long baseline interferometry observations, *J. Geophys. Res.*, 2004, vol. 109, B03405, doi: 10.1029/2003JB002500
- Spiridonov E.A. Latitude dependence of amplitude factor δ for degree 2 tides, *Russian Geology and Geophysics*, 2016, vol. 57, pp. 629-636.
- Spiridonov E.A. Tidal Amplitude Delta Factors and Phase Shifts for an Oceanic Earth, *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*, 2017, vol. 53, no. 8, pp. 813-846.
- Spiridonov E.A., Vinogradova O.Yu. The Results of Integrated Modeling of the Oceanic Gravimetric Effect, *Seismic Instruments*, 2018, vol. 54, no. 1, pp. 43-53. ISSN: 0747-9239.
- Spratt, R.S. Modelling the effect of atmospheric pressure variations on gravity, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 1982, vol. 71, pp. 173-186.
- Standard atmosphere. Parameters. GOST 4401-81. Moscow: IPK Standards Publishing, 2004, 181 p.
- Warburton R.J., Goodkind J.M. The influence of barometric pressure variations on gravity, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 1977, vol. 48, pp. 281-292.