

УДК 532.51: 551.511.3: 551.513: 551.558

## ОБ АНАЛОГИИ МЕЖДУ ТЕРМИЧЕСКИМИ И “ГРАВИТАЦИОННЫМИ” МЕЗОМАСШТАБНЫМИ ЦИРКУЛЯЦИЯМИ В АТМОСФЕРЕ

© 2019 г. Л.Х. Ингель<sup>1,2,3</sup>, А.А. Макоско<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> “НПО “Тайфун”, г. Обнинск, Россия

<sup>2</sup> Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, г. Москва, Россия

<sup>3</sup> Межведомственный центр аналитических исследований по физике, химии и биологии при Президиуме РАН, г. Москва, Россия

В ряде предыдущих работ авторов показано, что неоднородности поля силы тяжести могут, вообще говоря, влиять на поле ветра, приводить к возникновению течений в атмосфере. В настоящей работе сравниваются линейные стационарные модели мезомасштабных течений, связанных с термическими неоднородностями подстилающей поверхности и с неоднородностями поля силы тяжести. Для обоих типов задач рассматриваются линейные возмущения в устойчиво стратифицированном полуограниченном объеме среды, вращающемся вокруг вертикальной оси. Используется приближение Буссинеска – предполагается, что плотность среды линейно зависит от возмущений потенциальной температуры. Определяющие параметры рассматриваемых задач – аналоги чисел Рэлея и Тейлора:  $R = N^2 / \kappa v k^4$ ,  $Ta = f^2 / \nu^2 k^4$ . Здесь  $N$  – частота плавучести;  $\nu$ ,  $\kappa$  – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности соответственно;  $f$  – параметр Кориолиса (удвоенная угловая скорость фонового вращения);  $k$  – горизонтальное волновое число возмущения (обратный горизонтальный масштаб неоднородностей). Рассматривается характерный для мезомасштабных возмущений в атмосфере предельный случай  $1 \ll R^{2/3} \ll Ta \ll R$ . Найденные решения прозрачно демонстрируют подобие течений, вызываемых в стратифицированной атмосфере неоднородностями поля силы тяжести и циркуляций над термическими неоднородностями подстилающей поверхности. Найдено соотношение между амплитудами таких течений. Неоднородности поля силы тяжести с амплитудой  $G$  (м/с<sup>2</sup>) приводят к возникновению течений приблизительно такой же амплитуды и структуры, как горизонтальные неоднородности потока тепла на подстилающей поверхности (Вт/м<sup>2</sup>) с амплитудой  $Q_{eff} \approx (\kappa \nu)^{1/2} c \rho_0 \gamma N G / f g$ . Здесь  $\rho_0$ ,  $c$  – фоновая плотность и теплоемкость воздуха соответственно;  $\gamma > 0$  – фоновый вертикальный градиент потенциальной температуры;  $g$  – среднее ускорение силы тяжести.

**Ключевые слова:** мезомасштабные атмосферные циркуляции, термические неоднородности подстилающей поверхности, неоднородности поля силы тяжести, линейные возмущения, аналитическая модель.

### Введение

В недавней работе авторов [Ингель, Макоско, 2018] теоретически исследован один из возможных механизмов генерации атмосферных возмущений под влиянием неоднородностей поля силы тяжести (НПСТ). Названные неоднородности в порядке убывания степени влияния обусловлены центробежной силой, сплюснутостью Земли, аномалиями расположения масс внутри Земли, приливными явлениями в гидро- и атмосфере, перераспределениями воздушных масс и др. Учет первых двух факторов обеспечивается выбором подходящей системы отсчета, например, декартовой, связанной с общим земным эллипсоидом. Принимая во внимание, что влияние аномальных масс на три

порядка превышает влияние остальных факторов, ниже обоснованно следует считать, что НПСТ обусловлены гравитационными аномалиями Земли<sup>1</sup>.

В покоящейся свободной атмосфере в приближении идеальной жидкости имеет место гидростатическое равновесие, при котором изоэпикны, изотермы, изобары совпадают с поверхностями равного потенциала. Но это равновесие нарушается при учете термического взаимодействия упомянутых искривленных изоповерхностей с плоской горизонтальной подстилающей поверхностью, что, вообще говоря, приводит к возникновению “гравитационных” течений.

Обращает на себя внимание близкое сходство полученного в [Ингель, Макоско, 2018] аналитического решения с ранее известным решением [Перестенко, Ингель, 1990], относящимся к стационарным течениям, возникающим над термически неоднородной подстилающей поверхностью (с точностью до обозначений и постоянного множителя; следует также иметь в виду, что статья [Перестенко, Ингель, 1990] ограничивается частным случаем равенства значений коэффициентов обмена для разных субстанций и что в формулы (10), (12) этой статьи вкратились опечатки). Такое сходство выглядит нетривиальным, поскольку постановки задач, на первый взгляд, существенно различаются. В частности, в задаче [Ингель, Макоско, 2018] среда подвержена действию объемной неоднородной силы тяжести, а на нижней границе задана фиксированная однородная температура. Все это отличается от постановки задачи в [Перестенко, Ингель, 1990], где источник возмущений – неоднородные краевые условия на нижней границе. Цель настоящей работы проанализировать, действительно ли имеется далеко идущая прозрачная аналогия между этими двумя задачами. Поскольку “термические” течения давно и интенсивно изучаются, накопленный при этом опыт в случае положительного ответа мог бы быть использован для расчета “гравитационных” течений.

### Постановка задачи о мезомасштабных термических циркуляциях

Рассматривается полуограниченный объем среды  $z \geq 0$ , вращающийся вокруг направленной вертикально вверх оси  $z$ . Используя приближение Буссинеска, предполагаем, что плотность среды линейно зависит от возмущений температуры  $T$  (в задачах физики атмосферы в качестве соответствующей переменной удобно использовать отклонения потенциальной температуры [Гершуни, Жуховицкий, 1972; Перестенко, Ингель, 1990]):

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha T), \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность;  $\rho_0$  – фоновое (отсчетное) значение плотности;  $\alpha$  – термический коэффициент расширения среды.

Линеаризованная система уравнений динамики и переноса тепла во вращающейся системе координат для стационарной двумерной задачи имеет вид [Гершуни, Жуховицкий, 1972; Перестенко, Ингель, 1990]

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \Delta u + f v, \quad 0 = \nu \Delta v - f u, \quad 0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + \nu \Delta w + \alpha g T, \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \gamma w = \kappa \Delta T. \quad (3)$$

Здесь  $u, v, w$  – составляющие вектора скорости  $\mathbf{v}$  вдоль горизонтальных осей  $x, y$  и вертикальной оси  $z$  соответственно;  $P = p/\rho_0$ ,  $p$  – возмущение давления;  $g$  – ускорение

<sup>1</sup> Подробнее см. в работе [Макоско, Панин, 2002].

свободного падения;  $\nu$ ,  $\kappa$  – коэффициенты обмена;  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2$  – двумерный оператор Лапласа;  $f$  – параметр Кориолиса (удвоенная угловая скорость фонового вращения). Температурная стратификация предполагается устойчивой, так что фоновый градиент потенциальной температуры  $\gamma > 0$ . Отметим совпадение (с точностью до коэффициентов) уравнений для завихренности  $\partial v/\partial x$  и вертикального градиента температуры  $\partial T/\partial z$ , которое легко видеть, если продифференцировать вторые уравнения (2) и (3) по  $x$  и  $z$  соответственно и учесть уравнение неразрывности. Поэтому завихренность конвективных течений, возникающая в поле кориолисовых ускорений, весьма просто связана с горизонтальными неоднородностями вертикального потока тепла.

На нижней границе заданы стационарные двумерные периодические по горизонтали термические неоднородности и условия прилипания и непротекания:

$$c\rho_0\kappa\frac{\partial T}{\partial z} = -Q \cos kx, \quad u = v = w = 0 \quad \text{при } z = 0. \quad (4)$$

Здесь  $c$  – теплоемкость среды; смысл параметров  $Q$  и  $k$  очевиден. Предполагается, что вдали от поверхности (при  $z \rightarrow \infty$ ) все возмущения затухают.

### Система уравнений для амплитуд и ее общее решение

Ищем периодические по горизонтали решения в виде

$$u(x, z) = U(z) \sin kx, \quad v(x, z) = V(z) \sin kx, \quad w(x, z) = W(z) \sin kx, \\ P(x, z) = \Phi(z) \cos kx, \quad T(x, z) = \theta(z) \cos kx. \quad (5)$$

Система уравнений для амплитуд имеет вид

$$-k\Phi = \nu \left( \frac{d^2 U}{dz^2} - k^2 U \right) + fV, \quad 0 = \nu \left( \frac{d^2 V}{dz^2} - k^2 V \right) - fU, \quad (6)$$

$$\frac{d\Phi}{dz} = \nu \left( \frac{d^2 W}{dz^2} - k^2 W \right) + \alpha g \theta, \quad kU + \frac{dW}{dz} = 0, \quad (7)$$

$$\gamma W = \kappa \left( \frac{d^2 \theta}{dz^2} - k^2 \theta \right). \quad (8)$$

Исключая из последней системы все неизвестные кроме  $W$ , получаем уравнение

$$\left( \frac{d^2}{dZ^2} - 1 \right)^3 W = -\text{Ta} \frac{d^2 W}{dZ^2} + RW, \quad (9)$$

в котором  $R = \frac{N^2}{\kappa \nu k^4}$ ,  $\text{Ta} = \frac{f^2}{\nu^2 k^4} = \left( \frac{4}{kh_E} \right)^4$ ,  $N = (\alpha g \gamma_T)^{1/2}$ ,  $h_E = \left( \frac{2\nu}{f} \right)^{1/2}$ . Здесь введены

частота плавучести  $N$  и безразмерная переменная  $Z = kz$ ; безразмерные параметры  $R > 0$ ,  $\text{Ta} > 0$  являются некоторыми аналогами чисел Рэлея и Тейлора.

Решение уравнения (9) стандартным образом ищем в виде линейной комбинации экспонент типа  $\exp(\sigma Z)$ .

Характеристическое уравнение имеет вид

$$(\sigma^2 - 1)^3 = -\text{Ta}\sigma^2 + R. \quad (10)$$

С учётом затухания при  $z \rightarrow \infty$  решение для вертикальной скорости представляет собой линейную комбинацию трёх экспонент

$$w(x, z) = \sum_{j=1}^3 C_j \exp(k\sigma_j z) \cos kx, \quad (11)$$

где отобраны корни  $\sigma_j$  с отрицательными действительными частями (здесь предполагается, что эти корни различны); постоянные интегрирования  $C_j$  определяются из краевых условий. Из уравнения неразрывности следует

$$u(x, z) = -\sum_{j=1}^3 C_j \sigma_j \exp(k\sigma_j z) \sin kx. \quad (12)$$

В выражениях для возмущений температуры, давления и вихревой составляющей горизонтальной скорости, как нетрудно убедиться, могут присутствовать также слагаемые с четвертой экспонентой  $\exp(-kz)$ :

$$T(x, z) = \left[ C_4 \exp(-kz) + \frac{\gamma}{\kappa k^2} \sum_{j=1}^3 \frac{C_j}{\sigma_j^2 - 1} \exp(k\sigma_j z) \right] \cos kx, \quad (13)$$

$$v(x, z) = \left[ C_5 \exp(-kz) - \frac{f}{\nu k^2} \sum_{j=1}^3 \frac{C_j \sigma_j}{\sigma_j^2 - 1} \exp(k\sigma_j z) \right] \sin kx. \quad (14)$$

Продифференцировав первое уравнение (2) по  $z$ , а последнее по  $x$ , нетрудно убедиться в соотношении

$$C_5 = \frac{\alpha g}{f} C_4. \quad (15)$$

Выражения для  $C_j$  удобно искать, предварительно выполнив некоторые упрощения.

### Упрощения, основанные на масштабном анализе

В общем случае решение весьма громоздко. Но полезно иметь в виду, что значения параметров  $R$ ,  $Ta$  в атмосфере обычно весьма велики, так что имеет смысл проанализировать некоторые относительно простые предельные случаи. Например, при  $N=10^{-2} \text{ с}^{-1}$ ,  $f=10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ,  $\kappa=\nu=1 \text{ м}^2/\text{с}$  (эффективные коэффициенты турбулентного обмена),  $k=10^{-5} \text{ м}^{-1}$  (что соответствует длине горизонтальной полуволны около 300 км),  $R \sim 10^{16}$ ,  $Ta \sim 10^{12}$ . В этом случае корни характеристического уравнения  $\sigma_j$  велики по абсолютной величине по сравнению с единицей. В дальнейшем имеет смысл ограничиться характерными для атмосферы значениями рассматриваемых параметров, для которых выполняются неравенства  $1 \ll R^{2/3} \ll Ta \ll R$ .

Три корня характеристического уравнения, фигурирующие в (11), (12), выражаются в этом случае следующим образом:

$$\sigma_1 \approx -\left(\frac{R}{Ta}\right)^{1/2} = -\left(\frac{\nu}{\kappa}\right)^{1/2} \frac{N}{f}, \quad \sigma_{2,3} \approx -(1 \pm i) \left(\frac{Ta}{4}\right)^{1/4}, \quad (16)$$

при этом

$$|\sigma_{2,3}| = Ta^{1/4} \gg |\sigma_1| \gg 1. \quad (17)$$

Поэтому, как правило, пренебрегается величинами  $|\sigma_j^{-1}|$  и  $|\sigma_1/\sigma_{2,3}|$  по сравнению с единицей (в частности, в выражениях (10), (13), (14)).

С учетом нижних краевых условий для коэффициентов при экспонентах получается система уравнений:

$$\sum_{j=1}^3 C_j = 0, \quad \sum_{j=1}^3 \sigma_j C_j = 0, \quad (18)$$

$$C_4 \approx \frac{f^2}{\alpha g v k^2} \sum_{j=1}^3 \frac{C_j}{\sigma_j}, \quad C_4 - \frac{\gamma}{\kappa k^2} \sum_{j=1}^3 \frac{C_j}{\sigma_j} \approx \frac{Q}{c \rho_0 \kappa k}. \quad (19)$$

Исключив  $C_4$  из (19), получаем

$$\left(1 - \frac{\kappa f^2}{v N^2}\right) \sum_{j=1}^3 \frac{C_j}{\sigma_j} \approx -\frac{kQ}{c \rho_0 \gamma}.$$

Для рассматриваемых характерных значений параметров второе слагаемое в скобках много меньше единицы, поэтому совместно с двумя уравнениями (18) рассматриваем

$$\sum_{j=1}^3 \frac{C_j}{\sigma_j} \approx -v, \quad v \equiv \frac{kQ}{c \rho_0 \gamma}. \quad (20)$$

Приближенное решение системы (18), (20) с учетом неравенств (17) имеет вид

$$C_1 \approx -v \sigma_1 = \left(\frac{v}{\kappa}\right)^{1/2} \frac{N}{f} \frac{kQ}{c \rho_0 \gamma}, \quad C_{2,3} \approx v \sigma_1 \frac{\sigma_{3,2}}{\sigma_{3,2} - \sigma_{2,3}}, \quad (21)$$

откуда

$$C_4 \approx -\frac{f^2}{N^2} \frac{Q}{c \rho_0 v k}.$$

Искомые переменные:

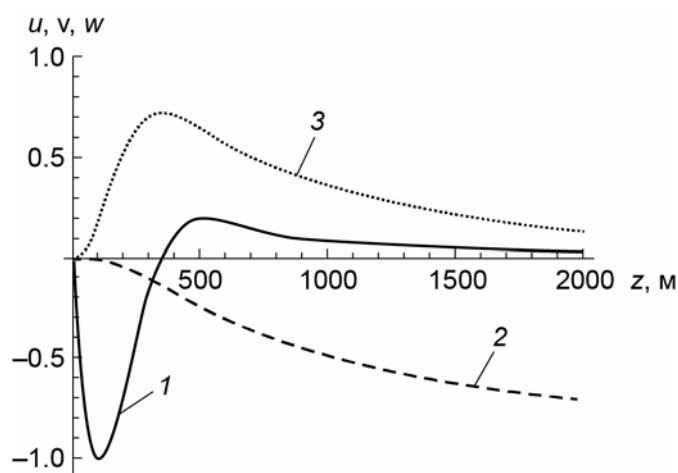
$$\begin{aligned} u &\approx \frac{v}{\kappa} \left(\frac{N}{f}\right)^2 \frac{kQ}{c \rho_0 \gamma} \left[ \exp(-z/h_B) - \frac{2}{\delta} \exp(-z/h_E) \sin(z/h_E) \right] \sin kx, \\ v &\approx -\frac{fQ}{c \rho_0 v k \gamma} \left[ \exp(-kz) - \exp(-z/h_B) \right] \sin kx, \\ w &\approx \left(\frac{v}{\kappa}\right)^{1/2} \frac{N}{f} \frac{kQ}{c \rho_0 \gamma} \left\{ \exp(-z/h_B) - \exp(-z/h_E) \left[ \sin(z/h_E) + \cos(z/h_E) \right] \right\} \cos kx, \\ T &\approx -\frac{fQ}{(v\kappa)^{1/2} c \rho_0 k N} \left[ \exp(-z/h_B) - \left(\frac{\kappa}{v}\right)^{1/2} \frac{f}{N} \exp(-kz) \right] \cos kx. \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь введены малый параметр  $\delta = (2R)^{1/2} / \text{Ta}^{3/4}$  и пространственные масштабы

$$h_B = (k\sigma_1)^{-1} = \frac{1}{k} \left(\frac{\text{Ta}}{R}\right)^{1/2} = \left(\frac{\kappa}{v}\right)^{1/2} \frac{f}{kN}, \quad h_E = \frac{1}{k} \left(\frac{\text{Ta}}{4}\right)^{-1/4} = \left(\frac{2v}{f}\right)^{1/2}.$$

Первый из них – толщина слоя, в котором число Бургера [Педлоски, 1984] порядка единицы (следовательно, степень влияния вращения и стратификации примерно одинаковы), второй – экмановский масштаб [Педлоски, 1984; Гилл, 1986].

Входящие в полученные решения пространственные масштабы существенно различны –  $k^{-1} \gg h_B \gg h_E$ . Составляющие скорости  $u$ ,  $w$  практически не выходят за пределы слоя толщиной  $h_B$  (резко выраженный максимум  $u$  заключен в значительно более тонком экмановском слое). Пример вертикальных профилей приведен на рисунке.



Вертикальные зависимости составляющих скорости  $u$  (1),  $v$  (2),  $w$  (3) в области нагрева от нижней границы ( $x=0$ ). Нормирование выполнено для  $u$  на  $(v/\kappa)(N/f)^2(kQ/c\rho_0\gamma)$ , для  $v$  на  $fQ/c\rho_0\gamma v\kappa$ , для  $w$  на  $(v/\kappa)^{1/2}(N/f)(kQ/c\rho_0\gamma)$

The vertical dependences of the velocity components  $u$  (1),  $v$  (2),  $w$  (3) in the region of heat influx from the lower boundary (near the vertical  $x=0$ ). Velocity components are normalized to  $(v/\kappa)(N/f)^2(kQ/c\rho_0\gamma)$ ,  $fQ/c\rho_0\gamma v\kappa$  and  $(v/\kappa)^{1/2}(N/f)(kQ/c\rho_0\gamma)$  respectively

Приняты приведенные выше значения параметров, при которых  $\sigma_{2,3} \approx -(1 \pm i) \cdot 700$ ,  $h_B \approx 1000$  м,  $h_E \approx 140$  м,  $\delta \approx 0.14$ . Подробный физический анализ решения содержится, например, в работе [Перестенко, Ингель, 1990], авторы которой ограничиваются частным случаем  $v=\kappa$ .

**Задача о возмущениях, обусловленных неоднородностями поля силы тяжести**

В этой задаче предполагается исследование линейных, двумерных возмущений, связанных с наличием неоднородностей силы тяжести, когда ее ускорение  $\mathbf{g} = (g_x(x, z), 0, -g + g_z(x, z))$ . Здесь малые отклонения  $g_x(x, z)$ ,  $g_z(x, z)$ , согласно свойствам гравитационного потенциала, связаны соотношением

$$\frac{\partial g_x}{\partial z} = \frac{\partial g_z}{\partial x} \tag{23}$$

В этом случае первое и третье уравнения динамики модифицируются следующим образом:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial x} + v\Delta u + fv + g_x, \quad 0 = -\frac{\partial P}{\partial z} + v\Delta w + \alpha gT + g_z \tag{24}$$

На нижней границе вместо первого условия (4) предполагается отсутствие отклонений температуры:

$$T = 0 \quad \text{при } z = 0. \tag{25}$$

Вдали от неё предполагается выход на статический режим, существующий при отсутствии теплообмена, т.е. без учета влияния подстилающей поверхности (горизонтальный теплообмен в рассматриваемой геометрии задачи незначителен). Последнее означает, что изобары, изопикны и изотермы вдали от нижней границы совпадают

с эквипотенциальными поверхностями, а возмущения скорости затухают. Обозначим через  $\Phi$  и  $\eta$  соответственно отклонения потенциала силы тяжести и вертикальные отклонения эквипотенциальных поверхностей, связанные с НПСТ. По определению,  $\eta = -\Phi/g = \int g_x dx/g$ , где нижний предел интегрирования – “отсчетная” точка, в которой упомянутые отклонения отсутствуют. Соответственно, верхнее граничное условие для температурного возмущения имеет вид

$$\theta \rightarrow \gamma\eta = -\gamma \int g_x dx/g \text{ при } z \rightarrow \infty. \quad (26)$$

Как и в предыдущей задаче, рассматривая одну горизонтальную гармонику возмущающей силы

$$g_x = G \exp(-kz) \sin kx, \quad g_z = G \exp(-kz) \cos kx, \quad (27)$$

где  $G$  – амплитуда;  $k$  – горизонтальное волновое число возмущения (обратный горизонтальный масштаб неоднородностей), мы ищем гармоническое решение подобно тому, как это сделано в (5).

Несмотря на модификацию исходных уравнений, уравнение (9) и корни характеристического уравнения, как нетрудно проверить, остаются неизменными, как и уравнения (18). Но с учетом изменившихся граничных условий вместо (20) получаем [Ингель, Макоско, 2018]

$$\sum_{j=1}^3 C_j / \sigma_j^2 \approx -\frac{\kappa k G}{g}; \quad C_4 \approx \frac{\gamma G}{kg}, \quad C_5 \approx \frac{f}{vk^2} \sum_{j=1}^3 \frac{C_j}{\sigma_j}. \quad (28)$$

### Сопоставление амплитуд возмущений скорости для двух задач

Направления возникающих течений исследованы в работах [Ингель, Макоско, 2018; Перестенко, Ингель, 1990]. В частности, нисходящие течения в первой из рассмотренных задач возникают над охлажденными участками поверхности, во второй – в областях с отрицательными аномалиями силы тяжести. Чтобы сопоставить амплитуды возмущений, сравним определители однородных систем уравнений для  $C_j$  в задачах о термической и “гравитационной” циркуляциях соответственно:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \\ \sigma_1^{-1} & \sigma_2^{-1} & \sigma_3^{-1} \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \\ \sigma_1^{-2} & \sigma_2^{-2} & \sigma_3^{-2} \end{vmatrix}. \quad (29)$$

Эти определители различаются только последней строкой. Если раскладывать их по элементам последних строк, то с учетом неравенств (17) легко видеть, что основными будут слагаемые с первыми элементами этой строки (с  $\sigma_1^{-1}$  и  $\sigma_1^{-2}$  соответственно) и абсолютная величина первого определителя больше второго на множитель, близкий к  $|\sigma_1| \gg 1$ . В остальном приближенные решения систем линейных уравнений для коэффициентов  $C_j$  в двух задачах различаются только на коэффициент, связанный с различием правых частей (20) и (28)<sup>1</sup>.

Таким образом, в рассматриваемом приближении вертикальные профили скорости в обеих задачах подобны. Аномалия силы тяжести с амплитудой  $G$  приводит

<sup>1</sup> В одну из формул статьи [Ингель, Макоско, 2018] вкралась опечатка. В первой строке формулы (22) отношение  $N/f$  должно быть не в первой, а в третьей степени.

к таким же (с точностью до знака) возмущениям скорости, как термическая неоднородность подстилающей поверхности с амплитудой

$$Q_{eff} \approx (\kappa v)^{1/2} c_p \gamma \frac{N}{f} \frac{G}{g}. \quad (30)$$

Если  $f=10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ,  $\kappa=v=3 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\gamma=3 \cdot 10^{-3} \text{ К/м}$ ,  $G/g=10^{-4}$ , то  $Q_{eff} \approx 0.1 \text{ Вт/м}^2$ . Отметим, что выражение (30) не зависит от горизонтального масштаба неоднородности, так что эффекты разных горизонтальных гармоник легко суммируются.

### Заключение

Выполненный анализ прозрачно демонстрирует аналогию между течениями, вызываемыми в стратифицированной атмосфере неоднородностями поля силы тяжести и циркуляциями над термическими неоднородностями подстилающей поверхности. Когда искривленные в неоднородном поле силы тяжести изотермы взаимодействуют с однородной по температуре нижней границей, это в какой-то мере эквивалентно ситуациям с возникновением “термических” течений. Поскольку такие течения давно и интенсивно изучаются (см., например, [Lin, 2007]), накопленный при этом опыт может быть использован и для расчета “гравитационных” течений.

### Литература

- Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
- Гилл А.Е. Динамика атмосферы и океана. Т. 1. М.: Мир, 1986. 397 с.
- Ингель Л.Х., Макоско А.А. Генерация вихревого движения в атмосфере под влиянием неоднородностей поля силы тяжести // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2018. Т. 54, № 6. С.635–640.
- Макоско А.А., Панин Б.Д. Динамика атмосферы в неоднородном поле силы тяжести. СПб.: РГГМУ, 2002. 244 с.
- Педлоски Дж. Геофизическая гидродинамика. Т. 1. М.: Мир, 1984. 398 с.
- Перестенко О.В., Ингель Л.Х. К линейной теории нестационарной конвекции в устойчиво стратифицированной вращающейся среде над термически неоднородной поверхностью // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1990. Т. 26, № 9. С.906–916.
- Lin Y.-L. Mesoscale Dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. 646 p.

### Сведения об авторах

**ИНГЕЛЬ Лев Ханаанович** – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, ФГБУ “НПО “Тайфун”. 249038, г. Обнинск, ул. Победы, д. 4; Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН. 119017, Москва, Пыжевский пер., д. 3; Межведомственный центр аналитических исследований в области физики, химии и биологии при Президиуме РАН. 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, стр. 6. Тел.: +7(903) 026-62-35, +7(484) 397-18-21. E-mail: lev.ingel@gmail.com

**МАКОСКО Александр Аркадьевич** – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заведующий лабораторией, Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН. 119017, Москва, Пыжевский пер., д. 3; главный научный сотрудник, Межведомственный центр аналитических исследований в области физики, химии и биологии при Президиуме РАН. 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, стр. 6. Тел.: +7(499) 237-69-10, +7(499) 237-27-21. E-mail: aamacosco@mail.ru



## ON ANALOGY BETWEEN THERMAL AND “GRAVITY” MESOSCALE ATMOSPHERIC CIRCULATIONS

L.Kh. Ingel<sup>1,2,3</sup>, A.A. Makosko<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> RPA “Typhoon”, Obninsk, Russia

<sup>2</sup> Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>3</sup> Interdepartment Center of Analytical Research in Physics, Chemistry and Biology at the Presidium of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

**Abstract.** In a number of previous papers by the authors, it has been shown that inhomogeneities of gravity field can, generally speaking, affect the wind field, leading to the occurrence of currents in the atmosphere. In this paper, the authors compare linear stationary models of mesoscale flows associated with thermal inhomogeneities of the underlying surface and with inhomogeneities of gravity field. For both types of problems, linear perturbations are considered in a stably stratified semi-bounded volume of a medium rotating around a vertical axis. The Boussinesq approximation is used; it is assumed that the medium density depends linearly on the perturbations of the potential temperature. The defining parameters of the problems under consideration are analogues of the Rayleigh and Taylor numbers:  $R = N^2 / \kappa \nu k^4$ ,  $Ta = f^2 / \nu^2 k^4$ . Here  $N$  is the buoyancy frequency;  $\nu$ ,  $\kappa$  are the coefficients of kinematic viscosity and thermal diffusivity respectively;  $f$  is the Coriolis parameter (double angular velocity of background rotation);  $k$  is the horizontal wave number of disturbance (inverse horizontal scale of inhomogeneities). There is considered the limiting case that is characteristic for mesoscale disturbances in the atmosphere:  $1 \ll R^{2/3} \ll Ta \ll R$ . The solutions found transparently demonstrate the similarity of flows caused in the stratified atmosphere by inhomogeneities of the gravity field and circulations over thermal inhomogeneities of the underlying surface. The ratio between the amplitudes of such flows is found. Inhomogeneities of the gravitational field with amplitude  $G$  ( $m/s^2$ ) lead to the emergence of flows with approximately the same amplitude and structure as the horizontal heterogeneities of the heat flux on the underlying surface ( $W/m^2$ ) with the amplitude  $Q_{eff} \approx (\kappa \nu)^{1/2} c \rho_0 \gamma N G / f g$ . Here  $\rho_0$ ,  $c$  are the background density and heat capacity respectively,  $\gamma > 0$  is the background vertical gradient of the potential temperature,  $g$  is the mean gravity.

**Keywords:** mesoscale atmospheric flows, thermal inhomogeneities of the underlying surface, inhomogeneities of the gravitational field, linear disturbances, analytical model.

### References

- Gershuni G.Z., Zhukhovitskii E.M., *Konvektivnaya ustoychivost' neszhimaemoi zhidkosti* (Convective stability of incompressible fluid), Moscow: Nauka, 1972.
- Gill A.E. *Atmosphere-Ocean Dynamics*, New York: Academic Press, 1982.
- Ingel L.Kh. and Makosko A.A., Generation of the vortex movement in the atmosphere due to gravity inhomogeneities, *Izv. Atmos. Ocean Phys.*, 2018, vol. 54, no. 6, pp. 536-541.
- Lin Y.-L., *Mesoscale Dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- Makosko A.A. and Panin B.D., *Dinamika atmosfery v neodnorodnom pole sily tyazhesti* (Dynamics of the Atmosphere in the Inhomogeneous Field of Gravity), St. Petersburg: RGGMU, 2002.
- Pedlosky J. *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer-Verlag, 1987.
- Perestenko O.V. and Ingel L.Kh., Linear theory of nonsteady-state convection in a stably stratified rotating medium above a thermally nonuniform surface, *Izv. Atmos. Ocean Phys.*, 1990, vol. 26, no. 9, pp. 666-673.