

УДК 550.343.6

## СВЯЗЬ ВЕРОЯТНОСТИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СИЛЬНОГО АФТЕРШОКА С СЕЙСМИЧНОСТЬЮ, ПРЕДШЕСТВУЮЩЕЙ ОСНОВНОМУ ТОЛЧКУ

© 2019 г. С.В. Баранов<sup>1</sup>, П.Н. Шебалин<sup>2</sup>, И.П. Габсатарова<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Кольский филиал ФИЦ “Единая геофизическая служба РАН”, г. Апатиты, Россия

<sup>2</sup> Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН, г. Москва, Россия

<sup>3</sup> ФИЦ “Единая геофизическая служба РАН”, г. Обнинск, Россия

Рассматривается вопрос связи вероятности возникновения сильных афтершоков с сейсмичностью, предшествующей основному толчку. Под сильным понимается афтершок в смысле закона Бота с магнитудой не ниже средней разности магнитуд сильнейших афтершоков и их основных толчков. Проверяется предлагаемая авторами гипотеза о том, что сильные афтершоки с большей вероятностью происходят после основных толчков, приуроченных к местам с высокой фоновой сейсмичностью. На глобальном уровне проверка гипотезы осуществлялась по данным каталога землетрясений *ANSS ComCat* Геологической службы США; на региональном – по данным каталогов землетрясений Федерального исследовательского центра “Единая геофизическая служба РАН” для ряда сейсмоопасных регионов России (Камчатка и Курильские острова, Байкал и Забайкалье, Северный Кавказ). Было протестировано несколько функций, характеризующих фоновую сейсмическую активность, предшествующую основному толчку, значения которых рассматривались как возможный предвестник или антипредвестник сильного афтершока. Эффективность предвестника (антипредвестника) оценивалась по специально разработанному критерию, представляющему собой отношение суммы всех удачных прогнозов к числу всех неудачных. Значение, на котором достигается максимум эффективности, принималось в качестве порогового. Значение предшествующей активности выше порогового считалось предвестником сильного афтершока, ниже – антипредвестником. По результатам выполненного исследования гипотеза была подтверждена на глобальном и региональном уровнях независимо от способа измерения предшествующей сейсмической активности. Наиболее информативной характеристикой активности является отношение накопленного сейсмического момента фоновых землетрясений, предшествующих основному толчку, к моменту основного толчка, нормированное на площадь круга, ограничивающего область фоновой сейсмичности. Вероятность ожидаемых повторных толчков в зависимости от времени и магнитуды оценивалась по модели Ризенберга–Джонс. Параметры модели для Земли в целом и для ряда сейсмоопасных регионов России оценивались как с учетом, так и без учета предшествующей активности. Сопоставление фактических и расчетных значений вероятности возникновения хотя бы одного сильного афтершока на разных интервалах времени показало хорошее соответствие модели фактическим данным. С помощью выигрыша по вероятности показано, что предпочтительнее использование модели Ризенберга–Джонс с учетом предшествующей фоновой сейсмичности.

**Ключевые слова:** сейсмическая активность, фоновые землетрясения, предвестник, афтершоки, вероятность.

### Введение

В работе рассматривается вопрос о связи возникновения сильного афтершока с сейсмичностью до основного толчка. Под сильным толчком понимается афтершок с магнитудой  $M \geq E[M_1]$ , где  $E[M_1]$  – среднее значение разности магнитуд сильнейших афтершоков и основных толчков, рассчитанное по данным для Земли в целом и для трех

сейсмоопасных регионов России – Камчатки и Курильских островов, Байкала и Забайкалья, Северного Кавказа. Согласно закону Бота [Bath, 1965], это среднее значение не зависит от магнитуды основного толчка, и его конкретная величина определяется используемой магнитудной шкалой.

Задача исследования – проверка авторской гипотезы, согласно которой возникновение сильных афтершоков более вероятно после основных толчков, приуроченных к местам с высокой фоновой сейсмичностью. Авторами использовались данные глобального каталога землетрясений *ANSS ComCat* Геологической службы США и данные региональных каталогов Федерального исследовательского центра “Единая геофизическая служба РАН” (ФИЦ ЕГС РАН).

Был протестирован ряд простых функций, описывающих сейсмическую активность относительно основного толчка. В частности, анализировались отношение сумм длин разрывов землетрясений до основного толчка к длине разрыва основного толчка; отношение суммарной деформации по Беньоффу от землетрясений до основного толчка к деформации, возникшей в результате основного толчка; отношение суммы площадей разрыва землетрясений до основного толчка к площади разрыва основного толчка; отношение суммарного скалярного момента землетрясений до основного толчка к скалярному моменту основного толчка. Рассматривалась задача разбиения множества значений относительной предшествующей сейсмической активности с точки зрения предвестника (антипредвестника) сильного афтершока.

Проверка гипотезы осуществлялась путем решения задачи бинарного прогноза: используя значение сейсмической активности до основного толчка, авторы определяли (прогнозировали), произойдет или нет сильный афтершок. Удачными прогнозами считались случаи, когда значение предшествующей сейсмической активности превышало пороговое значение для основного толчка, сопровождаемого сильным афтершоком (*true positive*), или когда это значение было ниже порогового для основного толчка, за которым не следовал сильный афтершок (*false negative*). К неудачным прогнозам относились случаи, когда значение предшествующей сейсмической активности было выше порогового для основного толчка без сильного афтершока (*false positive*) или когда значение активности было ниже порога для основного толчка, за которым следует сильный афтершок (*true negative*).

Для измерения эффективности бинарных прогнозов авторами предложен новый критерий *SFR (Success Failure Ratio)* – отношение общего числа “успехов” к общему числу “неуспехов”. Пороговое значение предшествующей сейсмичности определяется максимизацией *SFR*. Новизна критерия заключается в одновременном учете всех возможных “успехов” и “неуспехов”, что избавляет от необходимости выписывать два отдельных выражения для выигрыша по вероятности и для *ROC*-диаграммы (*Receiver Operating Characteristic*) (подробнее о *ROC*-диаграммах см. ниже).

Для определения вероятности возникновения сильного афтершока использовалась модель П. Ризенберга и Л. Джонса [Reasenber, Jones, 1989], представляющая афтершоковый процесс суперпозицией законов Гутенберга–Рихтера [Gutenberg, Richter, 1954] и Омори–Утсу [Utsu, 1961]. При этом параметры модели оценивались для Земли в целом и отдельно для ряда регионов России.

Для иллюстрации воздействия высокой предшествующей фоновой сейсмичности на возникновение повторных толчков авторы рассчитали вероятность возникновения афтершоков с магнитудами не ниже магнитуды основного толчка  $M_m$  и  $M_m-1$  в зависимости от времени.

Результаты выполненного авторами исследования имеют важное практическое значение, поскольку позволяют оценить возможность повторных сильных толчков, возникающих после сильных землетрясений.

### Исходные данные

Как уже отмечалось выше, в качестве исходных для Земли в целом использовались данные глобального каталога *ANSS ComCat* Геологической службы США<sup>1</sup>. Сейсмичность рассматриваемых сейсмоопасных регионов России принималась в соответствии с региональными каталогами Федерального исследовательского центра “Единая геофизическая служба РАН” и его филиалов. Так, для Камчатки и Курильских островов использовался каталог землетрясений Камчатки и Командорских островов Камчатского филиала ФИЦ ЕГС РАН<sup>2</sup>; для Байкала и Забайкалья – каталог землетрясений Байкала и Забайкалья Иркутского филиала ФИЦ ЕГС РАН<sup>3</sup>. Использованный для Северного Кавказа каталог землетрясений Кавказа ФИЦ ЕГС РАН [Габсатарова, Борисов, 2017, 2018] был дополнен данными сейсмологического бюллетеня Кавказа за 1971–1986 гг. [Сейсмологический . . ., 1990], из которого были исключены взрывы. Основные толчки и афтершоки выделялись методом Г.М. Молчана и О.Е. Дмитриевой [Molchan, Dmitrieva, 1992], реализованным в программе В.Б. Смирнова [2009].

Для Земли в целом в качестве основных толчков рассматривались землетрясения с  $M \geq 6.5$  и глубиной очага  $\leq 200$  км (за период с 1975 по октябрь 2017 г. было выделено 718 таких серий); для Камчатки и Курильских островов – землетрясения с магнитудой  $M_L \geq 6$  и глубиной очага  $\leq 200$  км (за период с 1962 по октябрь 2017 г. выделено 69 серий); для Байкала и Забайкалья – землетрясения с магнитудой  $M \geq 5.5$  (за период 1960–2015 гг. выделено 36 серий); для Северного Кавказа – землетрясения с магнитудой  $M \geq 5$  (за период с 1960 по май 2016 г. выделено 42 серии). Надо отметить, что поскольку для района Байкала и Кавказа отсутствуют основные толчки с глубинами очага более 200 км, при отборе серий это условие не использовалось.

Фоновые землетрясения выделялись методом “ближайшего соседа” [Zaliapin, Benzion, 2016], который основан на вычислении функции близости между текущим землетрясением и предшествующими событиями, зависящей от параметров сейсмического режима –  $b$ -значения и фрактальной размерности. Названный метод получил широкое распространение благодаря относительной простоте и высокой наглядности разделения фоновых и группированных (рои, форшоки, афтершоки) событий. И хотя, на наш взгляд, по сравнению с методом Молчана–Дмитриевой этот метод хуже подходит для выделения серий афтершоков, в случае выделения фоновых землетрясений после его применения группированных событий практически не остается.

### Связь сейсмичности, предшествующей основному толчку, с возникновением сильного афтершока

Рассматривалась пространственная область, имеющая форму круга, центр которого совпадает с эпицентром основного толчка; радиус круга  $R$  пропорционален длине разрыва и определяется как

$$R \text{ [км]} = cf \cdot 10^{M_m/2}, \quad (1)$$

где  $cf$  – подлежащий определению параметр;  $M_m$  – магнитуда основного толчка [Баранов, Шебалин, 2018а].

<sup>1</sup> URL: <https://earthquake.usgs.gov/data/comcat/> (дата обращения 25.12.2018).

<sup>2</sup> URL: <http://www.emsd.ru/sdis/earthquake/catalogue/catalogue.php> (дата обращения 25.12.2018).

<sup>3</sup> URL: <http://seis-bykl.ru/modules.php?name=Data&da=1> (дата обращения 25.12.2018).

Анализировались фоновые землетрясения за  $T$  лет до основного толчка, выделенные методом “ближайшего соседа” из круга радиуса  $R$ . В качестве характеристики фоновой сейсмичности до основного толчка тестировались четыре варианта функций с разными параметрами  $k$ , принимающими значения 0.5, 0.75, 1, 1.5:

$$r_k = \lg \left[ \sum_{t_0-T \leq t \leq t_0} 10^{k(M(t)-M_m)} \right] - \lg S. \quad (2)$$

В этом выражении  $T$  – длина временного интервала до момента основного толчка  $t_0$ ;  $M(t)$  – магнитуа землетрясения, произошедшего в момент времени  $t$ ;  $S$  – площадь круга с радиусом  $R$ , определяемым формулой (1).

Выражение в квадратных скобках в формуле (2) в зависимости от значения  $k$  имеет разный смысл [Kanamori, Anderson, 1975]:

$k=0.5$  – отношение сумм длин разрывов землетрясений до основного толчка к длине разрыва основного толчка;

$k=0.75$  – отношение суммарной деформации по Беньоффу от землетрясений до основного толчка к деформации, возникшей в результате основного толчка;

$k=1$  – отношение площадей разрыва землетрясений до основного толчка к площади разрыва основного толчка;

$k=1.5$  – отношение суммарного скалярного момента землетрясений до основного толчка к скалярному моменту основного толчка.

Величина  $r_k$  в выражении (2) является логарифмом соответствующей  $k$  характеристики, нормированной на площадь круга с радиусом  $R$ , из которого берутся фоновые землетрясения. Чем больше значение  $r_k$ , тем выше предшествующая фоновая сейсмическая активность относительно основного толчка.

Разобьём множество значений  $r_k$  на две непересекающиеся части –  $r_k < x$  и  $r_k \geq x$ . Для выявления наличия или отсутствия связи фоновой сейсмичности с возникновением сильного афтершока будем рассматривать событие  $r_k > x$  как предвестник сильного афтершока, а событие  $r_k \leq x$  – как антипредвестник (предвестник отсутствия сильного афтершока).

Традиционным способом оценивания эффективности предвестника является выигрыш по вероятности [Гусев, 1974; Aki, 1993]:

$$PG(A, r_k > x) = P(A|r_k > x)/P(A), \quad (3)$$

где  $A$  обозначает событие – возникновение сильного афтершока в серии;  $P(A|r_k > x)$  – вероятность возникновения сильного афтершока при условии  $r_k > x$ ;  $P(A)$  – вероятность возникновения сильного афтершока. Для антипредвестника выигрыш по вероятности записывается отрицанием условий в скобках выражения (3):  $PG(!A, r_k \leq x) = P(!A|r_k \leq x)/P(!A)$ , где  $!A$  – событие, противоположное к  $A$  (отсутствие сильного афтершока в серии).

С другой стороны, оценивание эффективности рассматриваемого предвестника является задачей оценивания эффективности бинарной классификации: имеется два состояния – ожидается сильный афтершок в будущей серии (первое состояние) или не ожидается (второе состояние). Стандартным способом оценивания эффективности бинарной классификации является ROC-диаграмма [Rundle et al., 2011], представляющая собой график, горизонтальная ось которого отображает долю ошибочных классификаций при выполнении условия предвестника ( $FPR_1$ ) и антипредвестника ( $FPR_2$ ):

$$FPR_1 = N(!A | r_k > x) / N(!A), \quad FPR_2 = N(A | r_k \leq x) / N(A); \quad (4)$$

на вертикальной оси – доля верных классификаций при выполнении условий предвестника  $TPR_1$  и антипредвестника  $TPR_2$ :

$$TPR_1 = N(A | r_k > x) / N(A), \quad TPR_2 = N(!A | r_k \leq x) / N(!A). \quad (5)$$

В (4), (5)  $N(\dots)$  – число серий, удовлетворяющих условиям, указанным в скобках;  $!A$  – событие, обратное к  $A$  (отсутствие сильного афтершока). Определить оптимальное значение  $x$  можно с помощью минимизации функции потерь как  $g = -1 - TPR + FPR$ .

И выигрыш по вероятности, и  $ROC$ -диаграмма рассматривают “успех” как возникновение сильного афтершока при выполнении условия (предвестника), а “неуспех” или “ложную тревогу” – как отсутствие сильного афтершока при выполнении условия. Иными словами, “успех” не учитывает случай, когда условие выполнено и сильный афтершок отсутствует, а “неуспех”, в свою очередь, не учитывает случай невыполнения условия при возникновении сильного афтершока. Таким образом, эти критерии оценивания эффективности предвестника учитывают только часть “успехов” и часть “неуспехов”, вследствие чего приходится выписывать два отдельных выражения для выигрыша по вероятности и для  $ROC$ -диаграммы.

Для устранения указанного недостатка рассмотрим отношение суммы долей всех “успехов” к сумме долей всех “неуспехов”:

$$SFR(x) = [P(r_k > x | A) + P(r_k \leq x | !A)] / [P(r_k \leq x | A) + P(r_k > x | !A)]. \quad (6)$$

В числителе (сумма долей всех “успехов”):  $P(r_k > x | A)$  – вероятность того, что  $r_k > x$  при условии, что имеется сильный афтершок ( $A$ );  $P(r_k \leq x | !A)$  – вероятность того, что  $r_k \leq x$  при условии отсутствия сильного афтершока ( $!A$ ). Смысл слагаемых в знаменателе (сумма долей всех “неуспехов”) получается аналогично. Отметим, что

$$TPR_1 + FPR_2 = TPR_2 + FPR_1 = 1.$$

Если между предвестником  $r_k > x$  и целевым событием  $A$  (возникновение сильного афтершока) нет связи, то  $SFR = 1$ ; если эта связь существует и положительна, то  $SFR > 1$ , а если отрицательна, то  $SFR < 1$ . Чем сильнее  $SFR$  отклоняется от 1, тем эффективнее классификация.

### Схема расчетов

Левый конец временного окна  $T$  смещался в прошлое до 5 лет с шагом полгода. На каждой итерации по формуле (2) вычислялись значения величин  $r_k$  для  $k = 0.5, 0.75, 1, 1.5$  в круге радиуса  $R$ , определяемого по формуле (1); затем рассчитывалось значение критерия  $SFR$  в соответствии с выражением (6); значения параметров  $cf$ ,  $T$  и  $x$ , на которых достигался максимум  $SFR$ , считались оптимальными. Результаты выполненных расчетов приводятся в табл. 1, где  $x^*$  – значение, на котором достигается максимум критерия  $SFR$ ;  $cf$  – коэффициент, определяющий радиус круга  $R$ , из которого берутся фоновые землетрясения, произошедшие за  $T$  лет до основного толчка;  $SFR^* = SFR(x^*)$  – максимальное значение критерия  $SFR$ , определяемого по (6);  $TPR_1$  ( $TPR_2$ ) – доля верных классификаций: ожидается сильный афтершок, и он происходит (не ожидается сильный афтершок, и он не происходит), см. формулу (5);  $FPR_1$  ( $FPR_2$ ) – доля ошибочных классификаций: ожидается сильный афтершок, но он не происходит (не ожидается сильный афтершок, но он происходит), см. формулу (4).

Из приведенного в табл. 1 следует, что и для Земли в целом, и для рассматриваемых сейсмоопасных регионов России  $SFR > 1.4$  при любом значении  $k$ .

Таким образом, можно утверждать, что между сейсмичностью перед основным толчком и сильным афтершоком ( $M \geq E[M_1]$ ) существует значимая положительная связь – возникновение сильных афтершоков более вероятно в местах с высокой предшествующей сейсмичностью.

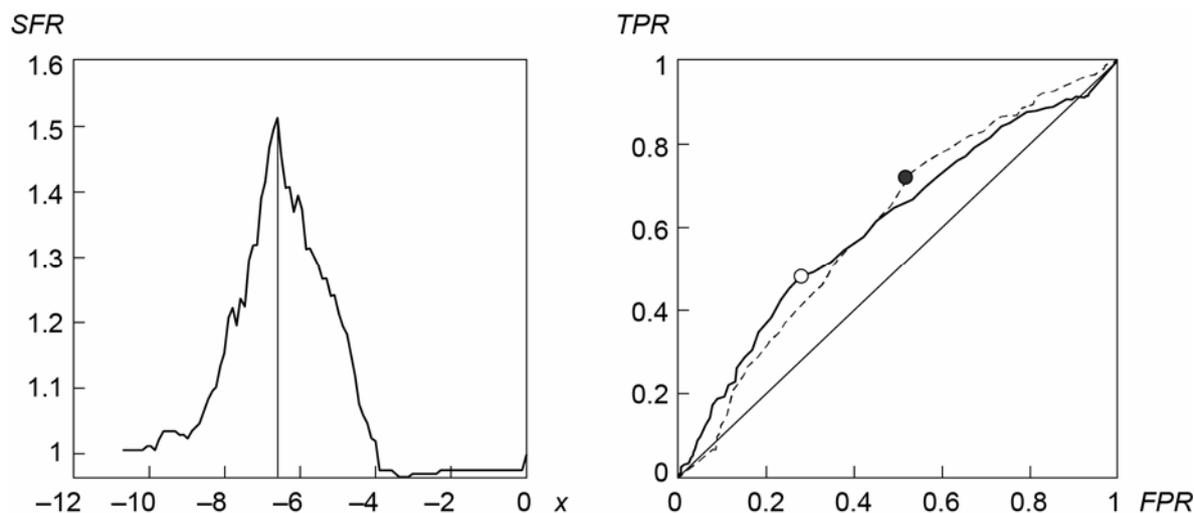
**Таблица 1.** Максимальные значения критерия  $SFR$ , рассчитанные по формуле (6) для разных значений  $k$

$k$	$SFR^*$	$x^*$	$cf$	$T$ (год)	$TPR_1$	$FPR_1$	$TPR_2$	$FPR_2$
Вся Земля, $E[M_1] = -1.1$								
0.5	1.47	-4.685	0.06	1.5	0.7	0.51	0.49	0.3
0.75	1.47	-4.653	0.04	3.5	0.66	0.47	0.53	0.34
1	1.49	-5.270	0.06	4	0.72	0.52	0.48	0.28
1.5	1.51	-6.598	0.03	1.5	0.72	0.52	0.48	0.28
Камчатка и Курильские острова, $E[M_1] = -0.9$								
0.5	1.93	-4.224	0.09	0.5	0.8	0.48	0.52	0.2
0.75	2.01	-3.772	0.08	3.5	0.76	0.43	0.24	0.24
1	2.04	-5.157	0.08	0.500	0.82	0.48	0.52	0.17
1.5	2.29	-6.036	0.07	0.5	0.88	0.48	0.52	0.12
Байкал и Забайкалье, $E[M_1] = -1.5$								
0.5	2.17	-3.620	0.04	1	0.37	0	1	0.63
0.75	2.17	-3.916	0.03	1.5	0.37	0	1	0.63
1	2.42	-4.502	0.03	1.5	0.47	0.06	0.94	0.53
1.5	2.42	-5.382	0.03	1	0.47	0.06	0.94	0.53
Северный Кавказ, $E[M_1] = -0.9$								
0.5	2.13	-3.748	0.03	1	0.78	0.42	0.58	0.22
0.75	2.51	-4.245	0.03	1	0.72	0.29	0.71	0.28
1	2.60	-4.689	0.04	0.5	0.61	0.17	0.83	0.39
1.5	2.60	-5.657	0.04	0.5	0.61	0.17	0.83	0.39

Для всех регионов наиболее информативной характеристикой предшествующей сейсмической активности является отношение суммарного скалярного момента землетрясений до основного толчка к скалярному моменту основного толчка –  $k=1.5$  в формуле (6). Для всей Земли и рассматриваемых регионов максимум  $SFR \geq 1.4$ . Отметим, что для Байкала и Забайкалья, а также для Северного Кавказа максимальное значение  $SFR$  достигается как при  $k=1.5$ , так и при  $k=1$ . Тем не менее, исходя из результатов, полученных по глобальным данным, за наиболее информативный вариант для всех регионов примем  $k=1.5$ .

Для рассматриваемых регионов России исследуемая связь между предшествующей сейсмичностью и возникновением сильных афтершоков более выражена, чем для Земли в целом. Мы объясняем это существованием на Земле разных сейсмических режимов, определяемых особенностями сейсмогенеза, в то время как в отдельно взятом регионе сейсмический режим, как правило, одного типа.

Зависимость  $SFR$  от  $x$  (точка разбиения множества значений  $r_{1.5}$ ) для всей Земли показана слева на рис. 1. Оценить долю верных и ошибочных классификаций можно по ROC-диаграммам (рис. 1, справа). При  $k=1.5$  и  $x > -6.598$  доля верных классификаций (ождается сильный афтершок, и он происходит) –  $TPR_1=0.72$ , доля ошибочных (ождается сильный афтершок, и он не происходит) –  $FPR_1=0.52$ . При  $x \leq -6.507$  доля верных классификаций (не ожидается сильный афтершок, и он не происходит) –  $TPR_2=0.48$ , доля ошибочных (не ожидается сильный афтершок, и он происходит) –  $FPR_2=0.28$ . Площади под ROC-диаграммами совпадают и равны 0.61.



**Рис. 1.** Слева: зависимость от  $x$  значений критерия  $SFR$ , определяемого по формуле (6), рассчитанного для  $r_{1.5}$  при оптимальных значениях параметров  $cf=0.06$ ,  $T=1.5$  г. Вертикальная прямая соответствует  $x^*=\operatorname{argmax}\{SFR\}$ . Справа: ROC-диаграммы для  $r_{1.5}>x$  (сплошная линия, функция потерь  $g_1=-1-TPR+FPR$ ) и  $r_{1.5}\leq x$  (штриховая линия,  $g_2=-1-TPR+FPR$ ). Белый кружок – минимум функции потерь  $g_1$ , черный –  $g_2$ . Диагональ  $(0, 0)$   $(1, 1)$  соответствует случайной классификации

**Fig. 1.** On the left: dependence of the values of the SFR criterion determined by the formula (6) on  $x$  calculated for  $r_{1.5}$  with the optimal values of the parameters  $cf=0.06$ ,  $T=1.5$  years, the vertical line corresponds to  $x^*=\operatorname{argmax}\{SFR\}$ . On the right: ROC diagrams for  $r_{1.5}>x$  (solid line, the loss function  $g_1=-1-TPR+FPR$ ) and  $r_{1.5}\leq x$  (dashed line,  $g_2=-1-TPR+FPR$ ). White circle is the minimum of loss function  $g_1$ , black circle – of  $g_2$ . The diagonal  $(0, 0)$   $(1, 1)$  corresponds to a random classification

Возникает вопрос, как практически воспользоваться обнаруженной связью? В качестве ответа на него в следующем разделе рассматривается расчет вероятности возникновения афтершоков с магнитудой не ниже заданной.

### Расчет вероятности возникновения афтершоков

Для расчета вероятности возникновения афтершока с магнитудой не ниже заданной на разных интервалах времени воспользуемся подходом П. Ризенберга и Л. Джонс [Reasenber, Jones, 1989], согласно которому представим афтершоковый процесс в виде суперпозиции законов Гутенберга–Рихтера [Gutenberg, Richter, 1954] и Омори–Утсу [Utsu, 1961]. Такое представление корректно, если времена и магнитуды афтершоков независимы (гипотеза Ризенберга–Джонс). Независимость времен и магнитуд афтершоков была доказана на глобальном уровне для афтершоковых серий тектонических землетрясений с магнитудой  $\geq 6.5$  [Баранов, Шебалин, 2019].

Если известно число представительных афтершоков на интервале  $(t_{start}, T)$ , то согласно закону Омори–Утсу [Utsu, 1961], ожидаемое число представительных афтершоков на некотором интервале времени  $(t_0, t_1)$  имеет вид [Баранов, Шебалин, 2016; Шебалин, Баранов, 2017]:

$$\Lambda(t_0, t_1) = I(t_0, t_1)I(t_{start}, T)/N(t_{start}, T). \quad (7)$$

Здесь  $t_{start}$  – задержка после момента основного толчка, необходимая для исключения искажения оценок из-за малого числа афтершоков в начале серии [Смирнов, Пономарев,

2004; Смирнов и др., 2010; Narteau et al., 2009; Holschneider et al., 2012];  $N(t_{start}, T)$  – число афтершоков, наблюдаемых на интервале времени  $(t_{start}, T)$ ;  $I$  – интеграл от закона Омори–Утсу с параметрами  $c, p$ :

$$\Lambda(t_0, t_1) = I(t_0, t_1)I(t_{start}, T)/N(t_{start}, T),$$

$$I(\tau_0, \tau_1) = \int_{\tau_0}^{\tau_1} \frac{d\tau}{(\tau + c)^p} = \begin{cases} \ln \tau_1 - \ln \tau_0, & p = 1 \\ \frac{(\tau_1 + c)^{1-p} - (\tau_0 + c)^{1-p}}{1-p}, & p \neq 1 \end{cases}$$

Согласно закону Гутенберга–Рихтера, ожидаемое число афтершоков с магнитудой не ниже  $M_0$  задается выражением

$$\Lambda(t_0, t_1, M_0) = \Lambda(t_0, t_1)10^{b(M_c - M_0)}, \quad (8)$$

где  $M_c$  – представительная магнитуда;  $b$  – наклон графика повторяемости.

Переходя от ожидаемого числа афтершоков к вероятности с использованием пуассоновского приближения, получаем

$$P(t_0, t_1, M_0) = 1 - \exp\{-\Lambda(t_0, t_1, M_0)\}. \quad (9)$$

Выражения (7)–(9) представляют усредненную модель вероятности возникновения афтершоков с магнитудой не ниже  $M_0$  на интервале времени  $(t_0, t_1)$ . В работе [Reasenber, Jones, 1989] в качестве параметров законов Гутенберга–Рихтера и Омори–Утсу использовались средние значения оценок для каждой рассматриваемой серии. Такой способ оценивания корректен лишь в случае, когда распределение параметров является симметричным, что в общем случае не так. Кроме того, параметры  $p$  и  $c$  закона Омори коррелированы между собой. Отрицательная корреляция значений  $b$  и  $p$  в межплитных обстановках наблюдается по фактическим данным [Wang, 1994; Ogata, Guo, 1997; Gasperini, Lolli, 2006]. Коррелированность этих параметров имеет физические причины, что подтверждают лабораторные эксперименты, представленные в [Смирнов и др., 2019]. Авторами названной работы показано, что при разрушении по сформированному разлому параметр релаксации  $p$  увеличивается с ростом осевых напряжений; задержка начала гиперболического спадания (параметр  $c$  в законе Омори–Утсу) уменьшается с увеличением осевых напряжений и увеличивается с ростом давления всестороннего сжатия. В той же работе отмечено, что значение параметра  $b$  закона Гутенберга–Рихтера обратным образом зависит от изменения напряжений.

### Оценка параметров

Для оценки усредненных значений параметров  $b, c$  и  $p$  воспользуемся подходом, реализованным в работах [Shebalin, Narteau, 2017; Баранов, Шебалин, 2018б], а для оценивания параметра  $N(t_{start}, T)$  – законом повторяемости афтершоков [Шебалин, Баранов, Дзебоев, 2018]. В каждом регионе объединим рассматриваемые серии афтершоков в единый набор, заменив для каждой серии значения магнитуды афтершоков  $M$  разностью  $M - M_m$  (относительная магнитуда) и упорядочив события по возрастанию времени относительно основного толчка. Далее под магнитудой афтершока  $M$  будем понимать разность  $M = M - M_m$ . Оценивание параметров выполним по набору серий на интервале времени  $(t_{start}, T)$ . Использование набора серий для определения параметров позволяет получать оценки даже для малого количества афтершоковых серий, когда простое усреднение лишено смысла.

Преимущество оценки параметра  $b$  по набору серий заключается в том, что наклон графика повторяемости для всех серий оценивается в области больших магнитуд.

Это позволяет минимизировать влияние возможного эффекта излома графика из-за ускоренных пластических деформаций в очаге землетрясения [Vorobieva, Shebalin, Narteau, 2016; Shebalin, Baranov, 2017].

Для всей Земли и рассматриваемых регионов мы приняли  $t_{start}=0.05$  сут,  $T=365$  сут. Согласно закону повторяемости афтершоков [Shebalin, Baranov, Dzeboev, 2018], распределение их числа в совокупности серий является экспоненциальным:

$$P(\Lambda) = 1 - \exp(-\Lambda/\Lambda_0),$$

где  $P(\Lambda)$  – вероятность того, что число афтершоков меньше  $\Lambda$ ;  $\Lambda_0$  – параметр, оценкой которого является среднее число афтершоков в серии.

Поскольку экспоненциальное распределение несимметрично, то для оценивания ожидаемого числа афтершоков в серии,  $N(t_{start}, T)$  в (7), медиана предпочтительнее среднего, поскольку среднее в данном случае будет давать завышенные оценки. Для Земли в целом и для рассматриваемых регионов, исключая Байкал и Забайкалье,  $N(t_{start}, T)$  рассчитывалось по произошедшим за время  $(t_{start}, T)$  афтершокам с относительной магнитудой не ниже  $-2$ , что не ниже представительности соответствующих каталогов. Для Байкала и Забайкалья  $N(t_{start}, T)$  рассчитывалось по афтершокам с относительной магнитудой не ниже  $-2.5$  ( $E[M_1] = -1.4$ ), что выше представительности каталога.

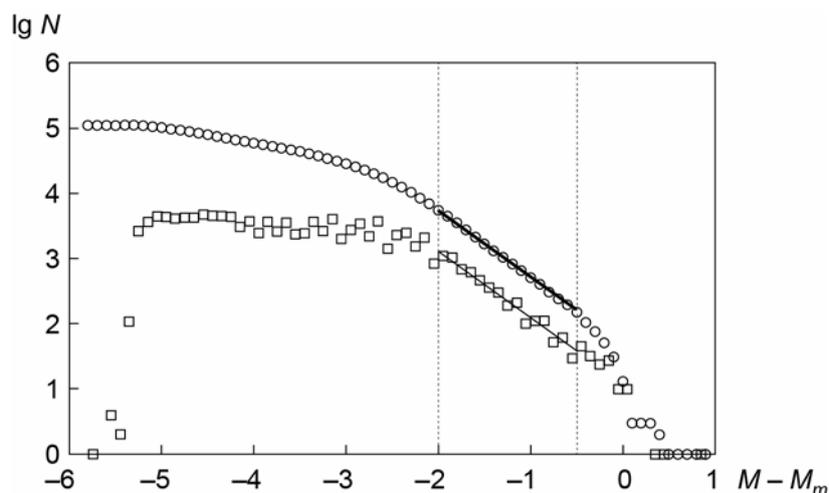
Оценивание параметра  $b$  выполнялось по методике, представленной в работе [Bender, 1983]. Для Земли в целом, Камчатки и Курильских островов использовался диапазон относительных магнитуд от  $-2$  до  $-0.5$ ; для Байкала и Забайкалья – от  $-2.5$  до  $-0.5$ ; для Северного Кавказа – от  $-2$  до  $-0.2$ . Левые границы интервалов магнитуд не превышают значений представительных магнитуд использованных каталогов. Цензурирование справа введено для исключения возможного загиба графика повторяемости из-за эффекта конечных объемов [Romanowicz, 1992].

Пример оценки параметра  $b$  для всей Земли без учета предшествующей активности представлен на рис. 2; значения  $b$  и 95-процентные доверительные интервалы для рассматриваемых регионов – в табл. 2, где  $N=N(t_{start}, T)$  – медианное число афтершоков в сериях с относительной магнитудой  $-2$  или выше за время  $(t_{start}=0.05, T=365)$  сут после основного толчка в формуле (7);  $E[M_1]$  – средняя разность магнитуд сильнейших афтершоков и основного толчка.

Параметры  $c$  и  $p$  закона Омори–Утсу оценивались методом Байеса [Holschneider et al., 2012] по программе С.В. Баранова и П.Н. Шебалина [2018в] с равномерным априорным распределением  $c$  в интервале  $(0, T/2)$  и  $p$  в интервале  $[0.5, 1.5]$ . Пример оценки этих параметров для Земли в целом без учета предшествующей активности показан на рис. 3; значения  $c$ ,  $p$  и 95-процентные доверительные интервалы приведены в табл. 2.

Аналогичное оценивание параметров было выполнено нами для серий, в которых присутствует предвестник ( $r_{1.5} > x^*$ ) или антипредвестник ( $r_{1.5} \leq x^*$ ) сильного афтершока (см. табл. 1). Приведенные в табл. 2 результаты расчетов показывают, что для всей Земли и трех рассматриваемых регионов значения параметров  $c$  и  $p$  закона Омори–Утсу мало зависят от наличия или отсутствия предвестника сильного афтершока, в то время как значения параметра  $b$  закона Гутенберга–Рихтера и медианное число афтершоков в серии от наличия предвестника зависят.

Согласно динамическому закону Бота [Баранов, Шебалин, 2018б], такие различия в параметрах должны привести к различиям средних значений разности магнитуд сильнейшего афтершока и основного толчка, что подтверждается значениями  $E[M_1]$ , приводимыми в последней колонке табл. 2. Этот факт служит независимым аргументом в пользу связи сейсмической активности до основного толчка с возникновением сильного афтершока в будущей серии.

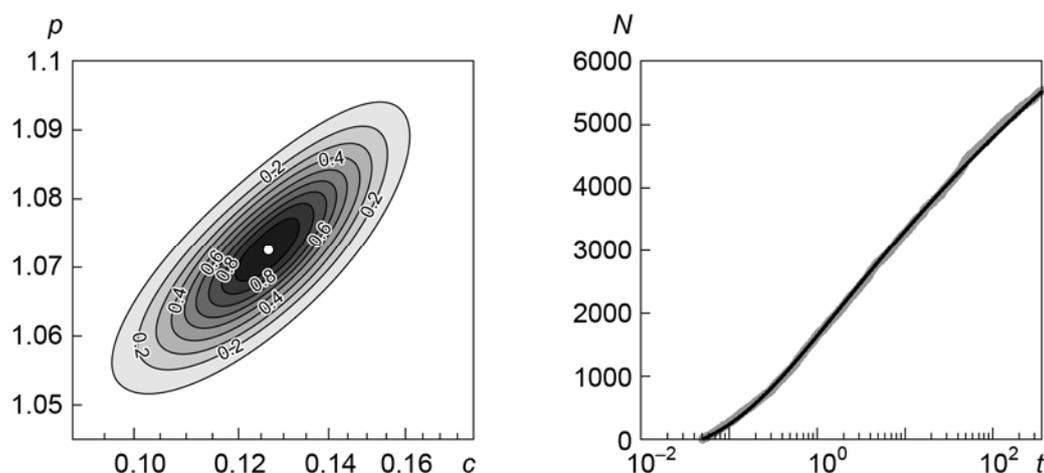


**Рис. 2.** Оценка параметра  $b$  закона Гутенберга–Рихтера для всей Земли по набору из 786 серий афтершоков. Утолщенная линия – кумулятивный график повторяемости относительных магнитуд  $M-M_m$ , тонкая – дифференциальный. Кружки – кумулятивные значения, квадраты – дифференциальные. Пунктирные вертикальные линии – левая ( $M_c = -2$ ) и правая ( $M_c = -0.5$ ) границы интервала для оценки параметра  $b$  (оцененное значение  $b=1.02$ )

**Fig. 2.** Estimation of the  $b$ -value of the Gutenberg–Richter law for the Earth as a whole for a set of 786 aftershock series. Cumulative (bold line) and differential (thin line) magnitude-frequency curves for the relative magnitudes  $M-M_m$ . Circles denote the cumulative values, squares – differential ones. The dotted vertical lines – left ( $M_c = -2$ ) and right ( $M_c = -0.5$ ) mark the boundaries of the interval for estimating the  $b$ -value (the estimated  $b=1.02$ )

**Таблица 2.** Оценки параметров модели (9) для всех афтершоковых серий и серий с наличием предвестника (антипредвестника) сильного афтершока, рассчитанные для всей Земли и сейсмоопасных регионов России (Камчатка и Курильские острова, Байкал и Забайкалье, Северный Кавказ)

	$N$	$b$	$c$	$p$	$E[M_1]$
Вся Земля					
Все серии (718)	5	1.02 (0.98, 1.05)	0.12 (0.10, 0.15)	1.07 (1.06, 1.09)	-1.1
Предвестник (445)	6	0.97 (0.94, 1.01)	0.14 (0.11, 0.18)	1.07 (1.05, 1.10)	-1
Антипредвестник (273)	4	1.14 (1.07, 1.21)	0.08 (0.04, 0.13)	1.07 (1.04, 1.11)	-1.3
Камчатка и Курильские острова					
Все серии (69)	9	0.98 (0.84, 1.12)	0.15 (0.10, 0.21)	1.00 (0.96, 1.04)	-0.9
Предвестник (49)	9	0.81 (0.74, 0.87)	0.16 (0.11, 0.22)	1.05 (1.01, 1.07)	-0.7
Антипредвестник (20)	8.5	1.36 (1.19, 1.55)	0.11 (0.02, 0.24)	1.16 (1.07, 1.23)	-1.2
Байкал и Забайкалье					
Все серии (36)	4.5	0.83 (0.74, 0.94)	0.02 (0, 0.06)	0.87 (0.81, 0.91)	-1.4
Предвестник (10)	9	0.77 (0.56, 1.01)	0.02 (0, 0.08)	0.89 (0.82, 0.94)	-1.1
Антипредвестник (26)	3	0.90 (0.72, 1.10)	0.00 (0, 0.20)	0.82 (0.74, 0.93)	-1.6
Северный Кавказ					
Все серии (42)	4	0.90 (0.83, 0.96)	0.13 (0.02, 0.32)	1.01 (0.92, 1.1)	-0.9
Предвестник (15)	7	0.72 (0.62, 0.83)	0.08 (0.0, 0.26)	0.97 (0.86, 1.08)	-0.6
Антипредвестник (27)	2	0.92 (0.83, 1.01)	0.22 (0.02, 0.65)	1.06 (0.93, 1.21)	-1.1



**Рис. 3.** Оценка параметров  $c$  и  $p$  закона Омори–Утсу для всей Земли по набору из 718 серий афтершоков. Слева: апостериорное распределение байесовских оценок  $c$  и  $p$ . Контурами с маркерами показаны линии уровня квантилей, белый кружок – положение максимума правдоподобия. Справа: распределение времен афтершоков. Черная линия – эмпирическое распределение по стеку из 786 серий, утолщенная серая – распределение по закону Омори–Утсу с оцененными значениями параметров  $c=0.12$  сут,  $p=1.06$

**Fig. 3.** Estimation of  $c$ - and  $p$ -parameters of Omori–Utsu law for the Earth as a whole for a set of 718 aftershock series. On the left: A posteriori distribution of Bayesian estimates of the  $c$  and  $p$ . The contours with markers show the quantile level lines, the white circle indicates the position of the maximum likelihood. On the right: distribution of the aftershock times. A black line indicates the empirical distribution for the set of 786 series, a thick gray line indicates the distribution according to the Omori–Utsu law with estimated parameters  $c=0.12$  days,  $p=1.06$

### Результаты расчета вероятностей

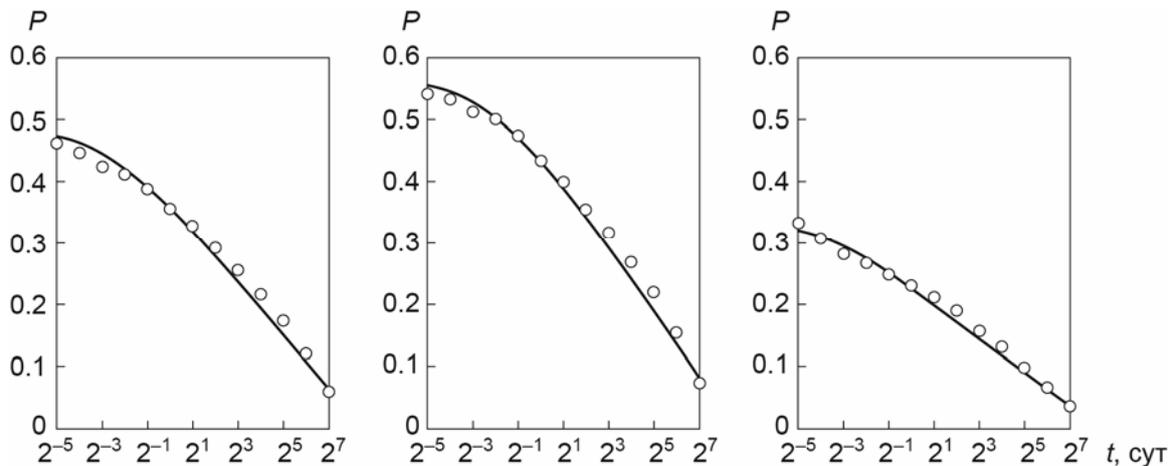
Для сравнения моделей (9) с учетом предвестника и без него авторами были рассчитаны вероятностные выигрыши (3) по теоретическим и фактическим значениям вероятностей. При этом использовались параметры модели (9) для рассматриваемых регионов, приведенные в табл. 2, и значения  $x^*$  из табл. 1. Полученные минимальные значения вероятностных выигрышей на интервалах ( $2^j$ , 365), где  $j=-5, -4, \dots, 7$  сут после основного толчка представлены в табл. 3.

**Таблица 3.** Минимальные значения вероятностных выигрышей (3), рассчитанные по модели (9) с учетом предвестника сильного афтершока и без него

Регион	$PG(A, r_{1.5} > x^*)$		$PG(!A, r_{1.5} \leq x^*)$	
	Теор.	Факт.	Теор.	Факт.
Земля в целом	1.17	1.17	1.03	1.02
Камчатка и Курильские острова	1.23	1.22	1.09	1.17
Байкал и Забайкалье	1.72	1.50	1.04	1.06
Северный Кавказ	2.00	1.60	1.03	1.05

Согласно выполненным расчетам, модель с учетом предвестника предпочтительнее модели без него: значение выигрыша по вероятности возникновения сильного афтершока  $PG(A, r_{1.5} > x^*)$  для всей Земли не ниже 1.17, для рассматриваемых регионов России не ниже 1.23; значение выигрыша по вероятности отсутствия сильного афтершока  $PG(!A, r_{1.5} \leq x^*)$  для всей Земли и рассматриваемых регионов России не ниже 1.03.

Для проверки соответствия усредненной модели (9) реальным данным были сопоставлены фактические и теоретические вероятности, вычисленные на временном интервале после основного толчка, составляющем  $(2^j, 365)$  сут, где  $j=-5, -4, \dots, 7$ , для афтершоков с магнитудой  $E[M_1]$  или выше (рис. 4, 5).



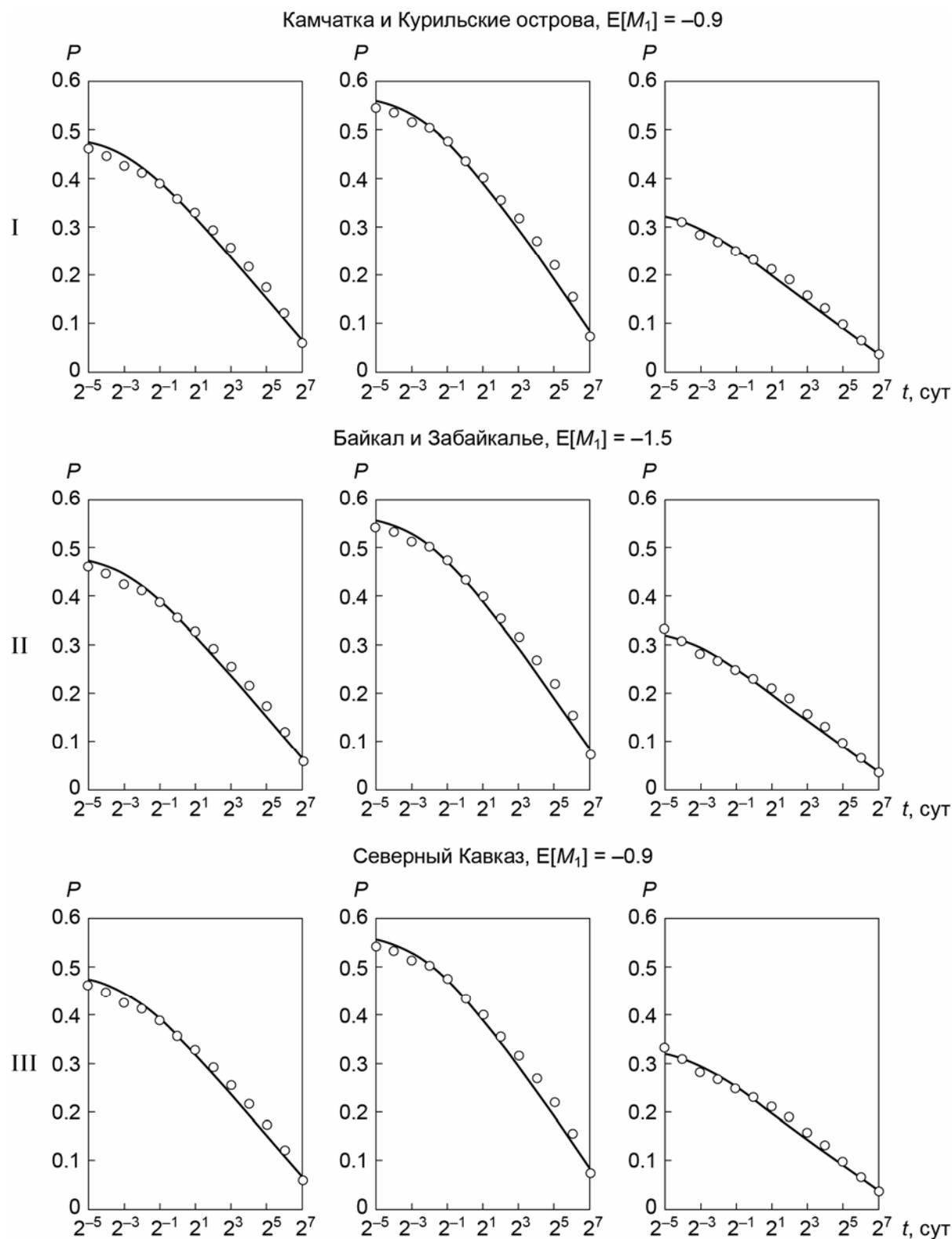
**Рис. 4.** Теоретические (сплошная линия) и фактические (кружки) значения вероятностей возникновения хотя бы одного афтершока с магнитудой  $E[M_1] \geq -1.1$  на интервале времени после основного толчка, составляющем  $(2^j, 365)$  сут, где  $j=-5, -4, \dots, 7$ . Представлены расчеты без учета предвестника (слева), при наличии предвестника (по центру) и при его отсутствии (справа) для всей Земли; теоретические значения получены по модели (9) с параметрами из табл. 2

**Fig. 4.** Theoretical (solid line) and observed (circles) values of probabilities for the occurrence of at least one aftershock with a magnitude not less than  $E[M_1] \geq -1.1$  on the time interval  $(2^j, 365)$ ,  $j=-5, -4, \dots, 7$  days after the mainshock. The calculations are presented (left) without taking into account the precursor; (center) in the presence of the precursor; (right) in the absence of the precursor. The theoretical values are obtained using model (9) with the parameters from Table 2

Расчеты показали, что для всех регионов теоретические и наблюдаемые значения вероятностей хорошо согласованы: для Земли в целом (см. рис. 4) абсолютное значение средней разности наблюдаемых и модельных значений составляет  $E \leq 0.006$ , стандартное отклонение –  $\sigma \leq 0.017$ ; для района Камчатки и Курильских островов (см. рис. 5, I) –  $E \leq 0.013$ ,  $\sigma \leq 0.027$ ; для Байкала и Забайкалья (см. рис. 5, II) –  $E \leq 0.013$ ,  $\sigma \leq 0.045$ ; для Северного Кавказа (см. рис. 5, III) –  $E \leq 0.04$ ,  $\sigma \leq 0.042$ . Таким образом, модель (9) с параметрами, приводимыми в табл. 1, 2, может быть использована на практике для оценивания вероятности возникновения повторных толчков с магнитудой не ниже заданной в зависимости от времени.

Подчеркнем, что авторы рассматривали все афтершоковые серии с числом афтершоков не менее 1 и глубиной основного толчка до 200 км. При наложении дополнительных ограничений на отбор серий, например, не менее 5 афтершоков за 12 часов после основного толчка, значения критерия  $SFR$  (6) для всей Земли окажутся не ниже 1.8, а для регионов будут еще больше. Значения выигрышей по вероятности модели с предвестником относительно модели без предвестника также возрастут.

Вместе с тем, мы считаем, что задача оценивания опасности повторных толчков по информации об афтершоках, которые уже произошли, должна решаться другим способом (см., например, [Shcherbakov, Zhuang, Ogata, 2017; Баранов, Павленко, Шебалин, 2019]).



**Рис. 5.** То же, что на рис. 4, для трех рассматриваемых сейсмоопасных районов России: I – Камчатка и Курильские острова, II – Байкал и Забайкалье, III – Северный Кавказ

**Fig. 5.** The same as in Fig. 4 for three considered earthquake-prone regions of Russia: I – Kamchatka and the Kuril Islands, II – Baikal and Transbaikalia, III – the North Caucasus

## Заключение

В работе проверялась гипотеза авторов о том, что сильные афтершоки с большей вероятностью происходят после основных толчков, приуроченных к местам с высокой фоновой сейсмичностью. Под сильным понимается афтершок в смысле закона Бота с магнитудой не ниже средней разности магнитуд сильнейших афтершоков и их основных толчков.

Исследование показало, что гипотеза независимо от способа измерения предшествующей сейсмической активности справедлива и для всей Земли, и для трех рассмотренных регионов России. Значения вероятностей возникновения сильного афтершока для серий с высокой предшествующей активностью выше, чем для всех серий, а значения вероятностей для всех серий, в свою очередь, выше, чем для серий с низкой предшествующей активностью. Отношение накопленного сейсмического момента предшествующей фоновой сейсмичности к сейсмическому моменту основного толчка наиболее информативно характеризует предшествующую сейсмичность в этой задаче.

Получены оценки параметров модели Ризенберга–Джонс для расчета вероятности возникновения афтершока с магнитудой не ниже пороговой на заданном интервале времени в зависимости от значений фоновой сейсмической активности, предшествующей основному толчку. Оценивание выполнялось по наборам афтершоковых серий для всей Земли и трех сейсмоопасных регионов России (Камчатка и Курильские острова, Байкал и Забайкалья, Северный Кавказ).

По данным для всей Земли и сейсмоопасных регионов России показано соответствие теоретических и фактических значений вероятностей возникновения хотя бы одного сильного афтершока на разных интервалах времени после основного толчка. При этом предпочтительнее использование модели с учетом предвестника, нежели без него.

В результате исследования по глобальным и региональным данным установлено, что сейсмичность, предшествующая основному толчку, – один из факторов, определяющих возникновение сильного афтершока.

## Благодарности

Работа включает результаты выполнения госзадания Кольского филиала ФИЦ ЕГС РАН № 007-00186-18-00 (расчеты для всей Земли) и проекта, поддержанного РФФИ № 19-05-00812 (расчеты для сейсмоопасных регионов России).

## Литература

- Баранов С.В., Шебалин П.Н. О прогнозировании афтершоковой активности. 1. Адаптивные оценки на основе законов Омори и Гутенберга–Рихтера // Физика Земли. 2016. № 3. С.82–101. DOI: 10.7868/S0002333716020034
- Баранов С.В., Шебалин П.Н. Оценивание области афтершоковой активности по информации об основном толчке // Геофизические исследования. 2018а. Т. 19, № 2. С.34–56. DOI: 10.21455/gr2018.2-2
- Баранов С.В., Шебалин П.Н. О прогнозировании афтершоковой активности. 3. Динамический закон Бота // Физика Земли. 2018б. № 6. С.129–136.
- Баранов С.В., Шебалин П.Н. Программа байесовских оценок параметров закона Омори–Утсу с произвольным априорным распределением (bayMOL). Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 201866049 от 23 августа 2018в.
- Баранов С.В., Шебалин П.Н. Глобальная статистика афтершоков сильных землетрясений: независимость времен и магнитуд // Вулканология и сейсмология. 2019. № 2. С.67–76.

- Баранов С.В., Павленко В.А., Шебалин П.Н. О прогнозировании афтершоковой активности. 4. Оценка максимальной магнитуды последующих афтершоков // Физика Земли. 2019. № 4. С.1–18.
- Габсатарова И.П., Борисов П.А. Современный сводный каталог землетрясений Кавказа: проблемы создания и пути совершенствования // Современные методы обработки и интерпретации сейсмологических данных: Материалы XII Международной сейсмологической школы / Отв. ред. А.А. Маловичко. Обнинск: ФИЦ ЕГС РАН, 2017. С.105–109.
- Габсатарова И.П., Борисов П.А. Сильные землетрясения и афтершоковые последовательности Кавказа. Свидетельство о государственной регистрации в Реестре баз данных № 2018620251 от 12 февраля 2018 г.
- Гусев А.А. Прогноз землетрясений по статистике сейсмичности // Сейсмичность и сейсмический прогноз, свойства верхней мантии и их связь с вулканизмом на Камчатке. Новосибирск: Наука, 1974. С.109–119.
- Сейсмологический бюллетень Кавказа 1985–1986 год. Тбилиси: Изд-во “Мецниереба”, 1990. 112 с.
- Смирнов В.Б. Прогностические аномалии сейсмического режима. I. Методические основы подготовки исходных данных // Геофизические исследования. 2009. Т. 10, № 2. С.7–22.
- Смирнов В.Б., Пономарев А.В. Закономерности релаксации сейсмического режима по натурным и лабораторным данным // Физика Земли. 2004. № 10. С.26–36.
- Смирнов В.Б., Пономарев А.В., Бернар П., Патонин А.В. Закономерности переходных режимов сейсмического процесса по данным лабораторного и натурального моделирования // Физика Земли. 2010. № 2. С.17–49.
- Смирнов В.Б., Пономарев А.В., Станчиц С.А., Потанина М.Г., Патонин А.В., Dresen G., Narteau C., Bernard P., Строганова С.М. Лабораторное моделирование афтершоковых последовательностей: зависимость параметров Омори и Гутенберга–Рихтера от напряжений // Физика Земли. 2019. № 1. С.149–165.
- Шебалин П.Н., Баранов С.В. Экспресс оценка опасности сильных афтершоков района Камчатки и Курильских островов // Вулканология и сейсмология. 2017. № 4. С.57–66.
- Шебалин П.Н., Баранов С.В., Дзедобоев Б.А. Закон повторяемости количества афтершоков // Докл. РАН. 2018. Т. 481, № 3. С.320–323. DOI: 10.31857/S086956520001387-8
- Aki K. Scale dependence in earthquake phenomena and its relevance to earthquake prediction // Proc. Natl. Acad. Sci. Unit. States Am. 1993. N 93. P.3740–3747.
- Bath M. Lateral inhomogeneities in the upper mantle // Tectonophysics. 1965. V. 2. P.483–514.
- Bender B. Maximum likelihood estimation of b values for magnitude grouped data // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1983. V. 73, N 3. P.831–851.
- Gasperini P., Lollì B. Correlation between the parameters of the aftershock rate equation: Implications for the forecasting of future sequences // Phys. Earth Planet. Inter. 2006. V. 156. Is. 1–2. P.41–58.
- Gutenberg B., Richter C.F. Seismicity of the Earth and Associated Phenomena, 2nd ed. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1954. 273 p.
- Holschneider M., Narteau C., Shebalin P., Peng Z., Schorlemmer D. Bayesian analysis of the modified Omori law // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. B05317. DOI: 10.1029/2011JB009054
- Kanamori H., Anderson D. Theoretical basis of some empirical relations in seismology // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1975. V. 65, N 5. P.1073–1095.
- Molchan G.M., Dmitrieva O.E. Aftershock identification: methods and new approaches // Geophys. J. Int. 1992. V. 109. P.501–516.
- Narteau C., Byrdina S., Shebalin P., Schorlemmer D. Common dependence on stress for the two fundamental laws of statistical seismology // Nature. 2009. V. 462. P.642–646.
- Ogata Y., Guo Z. Statistical relations between the parameters of aftershocks in time, space, and magnitude // J. Geophys. Res. Solid Earth. 1997. V. 102, N B2. P.2857–2873.
- Reasenbergh P.A., Jones L.M. Earthquake Hazard after a Mainshock in California // Science. 1989. V. 242, N 4895. P.1173–1176. DOI: 10.1126/science.243.4895.1173
- Romanowicz B. Strike-slip earthquakes on quasi-vertical transcurrent faults: Inferences for general scaling relations // Geophys. Res. Lett. 1992. V. 19. Is. 5. P.481–484. DOI: 10.1029/92GL00265

- Rundle J.B., Holliday J.R., Yoder M., Sachs M.K., Donnellan A., Turcotte D.L., Tiampo K.F., Klein W., Kellogg L.H. Earthquake precursors: activation or quiescence? // *Geophys. J. Int.* 2011. V. 187. Is. 1. P.225–236. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05134.x>
- Shcherbakov R., Zhuang J., Ogata Y. Constraining the magnitude of the largest event in a foreshock-mainshock-aftershock sequence // *Geophys. J. Int.* 2018. V. 212. P.1–13. DOI: 10.1093/gji/ggx407
- Shebalin P., Baranov S. Long-Delayed Aftershocks in New Zealand and the 2016 M7.8 Kaikoura Earthquake // *Pure and Applied Geophysics*. 2017. V. 174. Is. 10. P.3751–3764. DOI: 10.1007/s00024-017-1608-9
- Shebalin P., Narteau C. Depth dependent stress revealed by aftershocks // *Nature Communications*. 2017. V. 8, N 1317. doi: 10.1038/s41467-017-01446-y
- Utsu T.A. Statistical study on the occurrence of aftershocks // *Geophys. Magazine*. 1961. V. 30. P.521–605.
- Vorobieva I., Shebalin P., Narteau C. Break of slope in earthquake size distribution and creep rate along the San Andreas fault system // *Geophys. Res. Lett.* 2016. V. 43, N 13. P.6869–6875.
- Wang J-H. On the correlation of observed Gutenberg–Richter's b value and Omori's p value for aftershocks // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 1994. V. 84, N 6. P.2008–2011.
- Zaliapin I., Ben-Zion Y. A global classification and characterization of earthquake clusters // *Geophys. J. Int.* 2016. V. 207. P.608–634. DOI: 10.1093/gji/ggw300

### Сведения об авторах

**БАРАНОВ Сергей Владимирович** – кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Кольский филиал ФИЦ “Единая геофизическая служба РАН”. 184209, Апатиты, Мурманская область, ул. Ферсмана, д. 14. Тел.: +7(81555) 79-759. E-mail: bars.vl@gmail.com

**ШЕБАЛИН Петр Николаевич** – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН. 117997, Москва, Профсоюзная ул., д. 84/32. Тел.: +7(495) 333-11-12. E-mail: p.n.shebalin@gmail.com

**ГАБСАТАРОВА Ирина Петровна** – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией, ФИЦ “Единая геофизическая служба РАН”. 249035, Обнинск, просп. Ленина, д. 189. Тел.: +7(495) 912-68-72. E-mail: ira@gstras.ru

## RELATIONSHIP BETWEEN PRECEDING SEISMICITY AND THE PROBABILITY OF STRONG AFTERSHOCK OCCURRENCE

S.V. Baranov<sup>1</sup>, P.N. Shebalin<sup>2</sup>, I.P. Gabsatarova<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Kola Branch of Geophysical Survey, Russian Academy of Sciences, Apatity, Russia

<sup>2</sup> Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>3</sup> Geophysical Survey of the Russian Academy of Sciences, Obninsk, Russia

**Abstract.** The paper considers the relationship of seismicity, preceding the main shock, with the emergence probability of strong aftershocks in the future series. (Strong aftershock in the sense of Bath's law means that its magnitude not lower than the average difference of magnitudes of the strongest aftershocks and their mainshocks.) A hypothesis of the research – strong aftershocks are more likely to occur due to mainshocks occurred in places of high background seismicity. Testing the hypothesis at the global level was carried out using ANSS ComCat earthquake catalog US Geological Survey, at the regional level – using earthquake catalogs provided by Geophysical Service of the Russian Academy of Sciences for seismic regions of Russia (Kamchatka and the Kuril Islands, Baikal and Transbaikalia, the North Caucasus). We tested several functions that characterize previous background seismic activity relative to the mainshock. The values of the functions were considered

as a possible precursor or anti-precursor of a strong aftershock. The effectiveness of the precursor (anti-precursor) was evaluated by a specially developed criterion, representing the ratio of the sum of all successful forecasts to the number of all unsuccessful forecasts. The value at which the maximum efficiency is achieved was taken as a threshold. The value of the previous activity greater or less than the threshold was considered as a precursor or anti-precursor of a strong aftershock, respectively. As a result, the hypothesis of the study was confirmed at the global and regional levels, regardless of the method of measuring previous seismic activity. The most informative characteristic of activity is the ratio of the accumulated seismic moment of background earthquakes preceding the main shock to the time of the main shock, normalized to the area of the circle bounding the background seismicity region. The probability of expected repeated shocks was estimated using the Reasenberg–Jones model depending on time and magnitude. We estimated the model parameters for the Earth and seismically active regions of Russia both with and without preceding seismicity. Comparison of theoretical and model values of the probability of occurrence of at least one strong aftershock at different time intervals showed that the model corresponds well with the initial data. Using the probability gain, we shown that Reasenberg–Jones model, which takes into account preceding background seismicity, is more preferable than the model without it.

**Keywords:** seismic activity, background earthquakes, precursor, aftershocks, probability.

## References

- Aki K., Scale dependence in earthquake phenomena and its relevance to earthquake prediction, *Proc. Natl. Acad. Sci. Unit. States Am.*, 1993, no. 93, pp. 3740–3747.
- Baranov S.V. and Shebalin P.N., Forecasting aftershock activity: 1. Adaptive Estimates based on the Omori and Gutenberg–Richter laws, *Izvestiya, Phys. of the Solid Earth*, 2016, vol. 52, no. 3, pp. 413–431, DOI: 10.1134/S1069351316020038
- Baranov S.V. and Shebalin P.N., Estimating aftershock area based on the mainshock information, *Geophysical Research*, 2018a, vol. 19, no. 2, pp. 34–56, <https://doi.org/10.21455/gr2018.2-2>
- Baranov S.V. and Shebalin P.N., Forecasting Aftershock Activity: 3. Bath’s dynamic law, *Izv. Phys. of the Solid Earth*, 2018b, vol. 54, no. 6, pp. 926–932, DOI: 0.1134/S1069351318060022
- Baranov S.V. and Shebalin P.N., The program of Bayesian estimates of parameters of the Omori–Utsu law with an arbitrary prior distribution (bayMOL). Certificate of state registration of computer programs No. 201866049, August 23, 2018c.
- Baranov S.V. and Shebalin P.N., Global statistics of aftershocks following large earthquakes: independence of times and magnitudes, *Journal of Volcanology and Seismology*, 2019, vol. 13, no. 2, pp. 124–130, DOI: 10.1134/S0742046319020027
- Baranov S.V., Pavlenko V.A., and Shebalin P.N., Forecasting Aftershock Activity: 4. Estimating the Maximum Magnitude of Future Aftershocks, *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2019, vol. 55, no. 4, pp. 1–15, DOI: 10.1134/S1069351319040013
- Bath M., Lateral inhomogeneities in the upper mantle, *Tectonophysics*, 1965, vol. 2, pp. 483–514.
- Bender B., Maximum likelihood estimation of b values for magnitude grouped data, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 1983, vol. 73, no. 3, pp. 831–851.
- Gabsatarova I.P. and Borisov P.A., Modern composite catalog of earthquakes of the Caucasus: problems of creation and ways of improvement in Sovremennyye metody obrabotki i interpre-tatsii seysmologicheskikh dannyykh, *Materialy XII Mezhdunarodnoy seysmologicheskoy shkoly* (Modern methods of processing and interpretation of seismological data, Materials of the XII International Seismological School), Ed. A.A. Malovichko, Obninsk: FIC EGS RAS, 2017, pp. 105–109.
- Gabsatarova I.P. and Borisov P.A., Strong earthquakes and aftershock sequences of the Caucasus. Certificate of state registration in the Register of Databases No. 2018620251 of February 12, 2018.
- Gasparini P. and Lolli B., Correlation between the parameters of the aftershock rate equation: Implications for the forecasting of future sequences, *Phys. Earth Planet. Int.*, 2006, vol. 156, iss. 1–2, pp. 41–58.
- Gusev A.A., Earthquake prediction by seismic statistics, *Seysmichnost' i seysmiche-skiy prognoz, svoystva verkhney mantii i ikh svyaz' s vulkanizmom na Kamchatke* (Seismicity and seismic forecast, properties of the upper mantle and their relationship with volcanism in Kamchatka), Novosibirsk: Nauka, 1974, pp. 109–119.
- Gutenberg B. and Richter C.F. *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*, 2nd ed. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1954.
- Holschneider M., Narteau C., Shebalin P., Peng Z. and Schorlemmer D., Bayesian analysis of the modified Omori law, *J. Geophys. Res.*, 2012, vol. 117, B05317, doi: 10.1029/2011JB009054

- Kanamori H. and Anderson D., Theoretical basis of some empirical relations in seismology, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 1975, vol. 65, no. 5, pp. 1073-1095.
- Molchan G.M. and Dmitrieva O.E., Aftershock identification: methods and new approaches, *Geophys. J. Int.*, 1992, vol. 109, pp. 501-516.
- Narteau C., Byrdina S., Shebalin P. and Schorlemmer D., Common dependence on stress for the two fundamental laws of statistical seismology, *Nature*, 2009, vol. 462, pp. 642-646.
- Ogata Y. and Guo Z., Statistical relations between the parameters of aftershocks in time, space, and magnitude, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 1997, vol. 102, no. B2, pp. 2857-2873.
- Reasenbergh P.A. and Jones L.M., Earthquake Hazard After a Mainshock in California, *Science*, 1989, vol. 242, no. 4895, pp. 1173-1176, doi: 10.1126/science.243.4895.1173
- Romanowicz B., Strike-slip earthquakes on quasi-vertical transcurrent faults: Inferences for general scaling relations, *Geophys. Res. Lett.*, 1992, vol. 19, iss. 5, pp. 481-484, doi: 10.1029/92GL00265
- Rundle J.B., Holliday J.R., Yoder M., Sachs M.K., Donnellan A., Turcotte D.L., Tiampo K.F., Klein W. and Kellogg L.H., Earthquake precursors: activation or quiescence? *Geophys. J. Int.*, 2011, vol. 187, iss. 1, pp. 225-236, doi: <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05134.x>
- Seismologicheskii byulleten' Kavkaza 1985–1986 god (Seismological Bulletin of the Caucasus 1985–1986), Tbilisi: Ed. Metsniereb, 1990.
- Shcherbakov R., Zhuang J. and Ogata Y., Constraining the magnitude of the largest event in a foreshock-mainshock-aftershock sequence, *Geophys. J. Int.*, 2018, vol. 212, pp. 1-13, doi: 10.1093/gji/ggx407
- Shebalin P. and Baranov S., Long-Delayed Aftershocks in New Zealand and the 2016 M7.8 Kaikoura Earthquake, *Pure and Applied Geophysics*, 2017, vol. 174, iss. 10, pp. 3751-3764, doi: 10.1007/s00024-017-1608-9
- Shebalin P.N. and Baranov S.V., Rapid Estimation of the Hazard Posed by Strong Aftershocks for Kamchatka and the Kuril Islands, *Journal of Volcanology and Seismology*, 2017, vol. 11, no. 4, pp. 295-304, doi: 10.1134/S0742046317040066
- Shebalin P.N., Baranov S.V. and Dzeboev B.A., The Law of the Repeatability of the Number of Aftershocks, *Doklady Akademii Nauk*, 2018, vol. 481, no. 3, doi: 10.1134/S1028334X18070280
- Shebalin P. and Narteau C., Depth dependent stress revealed by aftershocks, *Nature Communications*, 2017, vol. 8, no. 1317, doi: 10.1038/s41467-017-01446-y
- Smirnov V.B., Predictive anomalies of the seismic regime. I. Methodological basis for preparing initial data, *Geophysical Research*, 2009, vol. 10, no. 2, pp. 7-22.
- Smirnov V.B. and Ponomarev A.V., Seismic regime relaxation properties from in situ and laboratory data, *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2004, vol. 40, no. 10, pp. 807-816.
- Smirnov V.B., Ponomarev A.V., Benard P. and Patonin A.V., Regularities in transient modes in the seismic process according to the laboratory and natural modeling, *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2010, vol. 46, no. 2, pp. 104-135.
- Smirnov V.B., Ponomarev A.V., Stanchits S.A., Potanina M.G., Patonin A.V., Dresen G., Narteau C., Bernard P. and Stroganova S.M., Dependences of the Omori and Gutenberg–Richter parameters, *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2019, no. 1, pp. 149-165.
- Utsu T.A. Statistical study on the occurrence of aftershocks, *Geophys. Magazine*, 1961, vol. 30, pp. 521-605.
- Vorobieva I., Shebalin P. and Narteau C., Break of slope in earthquake size distribution and creep rate along the San Andreas Fault system, *Geophys. Res. Lett.*, 2016, vol. 43, no. 13, pp. 6869-6875.
- Wang J-H., On the correlation of observed Gutenberg-Richter's b value and Omori's p value for aftershocks, *Bull. Seismol. Soc. Amer.*, 1994, vol. 84, no. 6, pp. 2008-2011.
- Zaliapin I. and Ben-Zion Y. A global classification and characterization of earthquake clusters, *Geophys. J. Int.*, 2016, vol. 207, pp. 608-634, doi: 10.1093/gji/ggw300