ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2019, том 20, № 1, с.5-12. https://doi.org/10.21455/gr2019.1-1

УДК 551.511.3: 551.509.313.11

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ ГЕНЕРАЦИИ ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ АНОМАЛИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА АТМОСФЕРНОЕ ТЕЧЕНИЕ

© 2019 г. Л.Х. Ингель[1,2,3], А.А. Макоско[2,3]

[1] *ФГБУ "НПО "Тайфун", г. Обнинск, Россия*
[2] *Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, г. Москва, Россия*
[3] *Межведомственный центр аналитических исследований в области физики, химии и биологии при Президиуме РАН, г. Москва, Россия*

В современных моделях геофизической гидродинамики поле силы тяжести обычно считается однородным и описывается с использованием одного параметра. Между тем известно, что на среднюю силу тяжести у поверхности Земли накладывается широкий спектр аномалий силы тяжести. Прежде всего это связано с неоднородностями распределения массы в земной коре. Вариации силы тяжести по абсолютной величине, конечно, очень малы по сравнению со средней силой, но существенно, что при наличии таких неоднородностей появляется составляющая силы тяжести, тангенциальная по отношению к общему земному эллипсоиду. В мезомасштабных моделях, в которых используются декартовы координаты (f-плоскость, бета-плоскость), это означает необходимость учета дополнительных объемных неоднородных сил с горизонтальной составляющей. По отношению к таким составляющим динамика атмосферы весьма чувствительна.

В недавних работах авторов показано, что аномалии силы тяжести в высокоаномальных регионах могут приводить к заметным динамическим эффектам, в частности, к генерации регулярных течений и внутренних гравитационных волн, но анализ этого явления пока ограничивался двумерными задачами. В настоящей работе сделан следующий шаг. В трехмерной постановке в линейном приближении аналитически исследована генерация внутренних гравитационных волн в атмосфере при воздействии трехмерных аномалий силы тяжести на атмосферное течение над плоской горизонтальной подстилающей поверхностью. Слагаемые в полученных выражениях для составляющих скорости и возмущения давления можно разделить на две категории. Слагаемые первой из них непосредственно описывают обтекание потоком эквипотенциальных поверхностей, не носят волнового характера (не содержат волн, распространяющихся по вертикали) и медленно затухают с высотой на тех же масштабах, что и аномалия силы тяжести. Слагаемые второй категории описывают внутренние гравитационные волны, фазовая скорость которых направлена вниз, а групповая – вверх; амплитуда этих волн в поле скорости экспоненциально растет с высотой.

Учет трехмерной геометрии аномалий силы тяжести может приводить к заметному изменению результатов по сравнению с рассмотренной ранее двумерной моделью. Помимо появления горизонтальных движений, перпендикулярных к фоновому потоку, может заметно меняться длина волны и вертикальный поток волновой энергии: аномалии силы тяжести, вытянутые по потоку, могут приводить к меньшим по амплитуде возмущениям, чем "хребет", ориентированный перпендикулярно фоновому течению.

Получено аналитическое выражение, показывающее, что упомянутый поток энергии пропорционален фоновой частоте плавучести, квадратам амплитуды аномалий силы тяжести и скорости фонового течения. Согласно численным оценкам, этот поток может быть заметным, хотя обычно он существенно уступает источникам внутренних гравитационных волн, связанным с рельефом.

Ключевые слова: аномалии силы тяжести, атмосферные возмущения, трехмерная аналитическая модель, внутренние гравитационные волны.

В недавней работе авторов [*Ингель, Макоско,* 2017а] показано, что воздействие на горизонтальный ветер аномалий силы тяжести в принципе может приводить к генерации внутренних гравитационных волн (ВГВ) в атмосфере. При этом рассматривалась простейшая двумерная аналитическая модель и были сделаны теоретические оценки характеристик таких волн. Настоящая работа представляет следующий шаг – в трехмерной постановке рассматриваются внутренние гравитационные волны, генерируемые на трехмерных аномалиях силы тяжести.

Воспользуемся декартовой системой координат, в которой ось z направлена вертикально вверх, ось x – горизонтально вдоль фонового ветра, скорость которого $\bar{u}$ предполагается постоянной, y – горизонтальная ось, ориентированная поперечно к потоку. Для обобщения стандартных уравнений динамики с учетом аномалий силы тяжести введем в эти уравнения дополнительные силы (ускорения) $g_x(x,y,z)$, $g_y(x,y,z)$, $g_z(x,y,z)$ – горизонтальные и вертикальную составляющие аномалии силы тяжести [*Ингель, Макоско,* 2017а–в]. Из свойств гравитационного потенциала следуют равенства "перекрестных" производных

$$\frac{\partial g_x}{\partial z} = \frac{\partial g_z}{\partial x} \text{ и т.п.} \tag{1}$$

Ниже будем рассматривать систему отсчета, движущуюся вместе с горизонтальным течением. В таких системах отсчета составляющие аномалии силы тяжести зависят и от времени. С учетом рассматриваемого обобщения исходная линеаризованная система уравнений гидродинамики [*Гилл,* 1986, раздел 6.4] в движущейся с потоком системе отсчета имеет вид

$$\begin{gathered}
\bar{\rho}\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \bar{\rho} g_x\left(x+\bar{u}t, y, z\right), \\
\bar{\rho}\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \bar{\rho} g_y\left(x+\bar{u}t, y, z\right), \\
\bar{\rho}\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - g\rho + \bar{\rho} g_z\left(x+\bar{u}t, y, z\right), \\
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + w\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} = 0.
\end{gathered} \tag{2}$$

Здесь t – время; u, v, w – возмущения составляющих скорости вдоль осей x, y, z соответственно; $\bar{\rho}(z)$ – фоновая (невозмущенная) плотность воздуха; p, ρ – возмущения давления и плотности соответственно. Как и в [*Гилл,* 1986; *Ингель, Макоско,* 2017а,в], на этой стадии исследования не учитываются кориолисовы ускорения (рассматриваются возмущения не слишком больших горизонтальных масштабов).

На нижней границе z предполагаем выполнение условия непротекания w=0 (при рассмотрении процессов над поверхностью воды, вообще говоря, требуется другое условие [*Ингель, Макоско,* 2017а,б]).

Аналогично [*Ингель, Макоско,* 2017а] нетрудно получить равенства

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} = \frac{1}{\bar{\rho}}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\right) - \frac{\partial g_x}{\partial x} - \frac{\partial g_y}{\partial y}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + N^2 w = -\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial t} + \frac{\partial g_z}{\partial t}, \tag{4}$$

где квадрат частоты Брента–Вяйсяля

$$N^2 = -\frac{g}{\bar{\rho}}\frac{d\bar{\rho}}{dz}. \tag{4а}$$

Исключая из системы (2) все неизвестные (кроме w), приходим к уравнению

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{1}{\bar\rho}\frac{\partial}{\partial z}\left(\bar\rho\frac{\partial w}{\partial z}\right)\right]+N^2\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)=\frac{N^2}{g}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial g_x}{\partial x}+\frac{\partial g_y}{\partial y}\right). \tag{5}$$

Распределение фоновой плотности аппроксимируем экспонентой

$$\bar\rho(z)=\rho_0\exp\left(-\frac{z}{H}\right),$$

откуда

$$N^2=\frac{g}{H}, \tag{6}$$

где эффективная толщина среды H=const.

Удобно анализировать модель с синусоидальной зависимостью аномалий силы от горизонтальных координат. В покоящейся системе отсчета уравнения для ускорений g_x, g_y, g_z имеют следующий вид:

$$g_x=G\exp(-kz)\cos(k_x x)\sin(k_y y),$$
$$g_y=G\frac{k_y}{k_x}\exp(-kz)\sin(k_x x)\cos(k_y y), \tag{7}$$
$$g_z=-G\frac{k}{k_x}\exp(-kz)\sin(k_x x)\sin(k_y y),$$

где G – амплитуда; k_x^{-1}, k_y^{-1} – горизонтальные масштабы аномалии; $k=\left(k_x^2+k_y^2\right)^{1/2}$.

в движущейся системе отсчета, связанной с течением, –

$$g_x=G\exp(-kz)\cos\left[k_x(x+\bar ut)\right]\sin(k_y y) \text{ и т.д.}$$

Решение уравнения (5) в этой системе ищем в виде

$$w=\left\{W_1(z)\cos\left[k_x\left(x+\bar ut\right)\right]+W_2(z)\sin\left[k_x\left(x+\bar ut\right)\right]\right\}\sin(k_y y). \tag{8}$$

Для амплитуды $W_1(z)$ получаем уравнение

$$\frac{d^2W_1}{dz^2}-\frac{1}{H}\frac{dW_1}{dz}+\left[\left(\frac{k}{k_x}\frac{N}{\bar u}\right)^2-k^2\right]W_1=\left(\frac{k}{k_x}\right)^2\frac{N^2G}{\bar ug}\exp(-kz); \tag{9}$$

для амплитуды $W_2(z)$ – аналогичное однородное уравнение.

В некоторых случаях бывает удобнее пользоваться переменными

$$\tilde W_{1,2}(z)=W_{1,2}(z)\exp\left(-z/2H\right), \tag{10}$$

для которых уравнение (9) имеет вид

$$\frac{d^2\tilde W_1}{dz^2}+\frac{\tilde W_1}{\lambda^2}=\left(\frac{k}{k_x}\right)^2\frac{N^2G}{\bar ug}\exp(-\tilde kz). \tag{11}$$

Здесь $\tilde k=k+1/2H$; λ – вертикальный масштаб, определяемый как

$$\lambda=\left[\left(\frac{k}{k_x}\right)^2\left(\frac{N}{\bar u}\right)^2-\left(\frac{1}{2H}\right)^2-k^2\right]^{-1/2}. \tag{12}$$

В случае аномалий силы тяжести достаточно малых пространственных масштабов вдоль фонового течения (т.е. при достаточно больших значениях k_x) в (12) выражение в квадратных скобах отрицательно, что соответствует отрицательным значениям величины λ^2. В этом случае решение экспоненциально затухает с высотой (“захваченные волны”). В настоящей работе рассматривается случай положительных значений λ^2.

Примем характерные для атмосферы значения N=10^{-2} с$^{-1}$, $\bar{u}$=10 м/с. Тогда H=10^5 м, $\bar{u}/N$=10^3 м, и при горизонтальных масштабах k_x^{-1}, много бóльших километра, имеем

$$\lambda \approx \frac{k_x}{k}\frac{\bar{u}}{N}. \tag{13}$$

Общее решение уравнения (11) можно записать в виде

$$\tilde{W}_1(z) = C_1 \sin\left(\frac{z}{\lambda}\right) + C_2 \cos\left(\frac{z}{\lambda}\right) + \left(\lambda \frac{k}{k_x}\right)^2 \frac{N^2 G}{a\bar{u}g} \exp(-\tilde{k}z), \;\; a \equiv 1 + (\lambda\tilde{k})^2 \approx 1;$$

аналогичным образом – $\tilde{W}_2(z) = C_3 \sin\left(\frac{z}{\lambda}\right) + C_4 \cos\left(\frac{z}{\lambda}\right)$, где C_i – постоянные интегрирования, которые выбираются с учетом краевого условия на поверхности z=0 и условия излучения – групповая скорость должна быть направлена вверх [*Гилл,* 1986, с.175]. Последнее условие соответствует направленной вниз фазовой скорости внутренних гравитационных волн [*Гилл,* 1986].

В данном случае получаем

$$C_1 = C_4 = 0,$$

$$C_3 = -C_2 = \left(\lambda \frac{k}{k_x}\right)^2 \frac{N^2 G}{a\bar{u}g}.$$

В итоге вертикальная скорость определяется выражением

$$w = W_0 \left\{ \exp(-kz)\cos\left[k_x\left(x + \bar{u}t\right)\right] - \exp\left(\frac{z}{2H}\right)\cos\left[\frac{z}{\lambda} + k_x\left(x + \bar{u}t\right)\right]\right\}\sin(k_y y), \tag{14}$$

где W_0 – введенный характерный масштаб амплитуды возникающих вертикальных движений, имеющий вид

$$W_0 \equiv \left(\lambda \frac{k}{k_x}\right)^2 \frac{N^2 G}{a\bar{u}g} \approx \bar{u}\frac{G}{g}.$$

По сравнению с двумерной задачей [*Ингель, Макоско,* 2017а], помимо появления зависимости от поперечной к потоку координаты y, в (14) вместо частоты плавучести N фигурирует комбинация $N\left(k/k_x\right)$.

Иными словами, при переходе к трехмерной задаче в выражении для w усиливается “эффективная стратификация”, существенная, если поперечные к потоку горизонтальные масштабы аномалии превышают продольные или сравнимы с ними. Согласно (13), вертикальная составляющая волнового вектора λ^{-1} может быть существенно больше, чем в случае двумерной задачи.

Подставив (14) в (3), нетрудно получить выражение для отклонения давления –

$$\begin{gathered} p = \bar{\rho}\frac{G}{k_x}\Big\langle \left(1 - k\lambda\varepsilon\right)\exp(-kz)\sin\left[k_x\left(x + \bar{u}t\right)\right] - \\ - \varepsilon\left\{\frac{\lambda}{2H}\sin\left[\frac{z}{\lambda} + k_x\left(x + \bar{u}t\right)\right] + \cos\left[\frac{z}{\lambda} + k_x\left(x + \bar{u}t\right)\right]\right\}\exp\left(\frac{z}{2H}\right)\Big\rangle \sin(k_y y), \end{gathered} \tag{15}$$

где безразмерный параметр $\varepsilon \equiv \lambda N^2/ag \approx \left(k_x/k\right)N\bar{u}/g$.

Теперь, воспользовавшись первыми двумя уравнениями из (2), нетрудно выразить в явном виде возмущение горизонтальной скорости:

$$
\begin{gathered}
u = U\left\langle k\lambda e^{-kz}\sin\left[k_x(x+\bar{u}t)\right]+\right.\\
\left.+\left\{\frac{\lambda}{2H}\sin\left[\frac{z}{\lambda}+k_x(x+\bar{u}t)\right]+\cos\left[\frac{z}{\lambda}+k_x(x+\bar{u}t)\right]\right\}e^{z/2H}\right\rangle\sin(k_y y),\\
v = U\frac{k_y}{k_x}\left\langle -k\lambda e^{-kz}\cos\left[k_x(x+\bar{u}t)\right]+\right.\\
\left.+\left\{-\frac{\lambda}{2H}\cos\left[\frac{z}{\lambda}+k_x(x+\bar{u}t)\right]+\sin\left[\frac{z}{\lambda}+k_x(x+\bar{u}t)\right]\right\}e^{z/2H}\right\rangle\cos(k_y y),
\end{gathered}
\tag{16}
$$

где введен масштаб возмущений горизонтальной скорости

$$
U = \frac{\lambda N^2 G}{ag\bar{u}k_x} \approx \frac{NG}{kg}.
$$

Слагаемые в полученных выражениях можно разделить на две категории. К первой относятся слагаемые с множителем exp($-kz$), непосредственно описывающие обтекание потоком эквипотенциальных поверхностей; они не носят волнового характера (не содержат волн, распространяющихся по вертикали) и медленно затухают с высотой на тех же масштабах k^{-1}, что и аномалия силы тяжести.

Слагаемые второй категории содержат множители $\sin\left[z/\lambda + k(x+\bar{u}t)\right]$, $\cos\left[z/\lambda + k(x+\bar{u}t)\right]$ и описывают внутренние гравитационные волны, фазовая скорость которых направлена вниз, а групповая – вверх. Амплитуда этих волн в поле скорости растет с высотой как exp($z/2H$). Вертикальная составляющая волнового вектора равна λ^{-1}, частота – $\omega = k\bar{u}$, вертикальная фазовая скорость – $k\lambda\bar{u}$.

Решение зависит от нескольких пространственных масштабов – k_x^{-1}, k_y^{-1}, H, $\bar{u}/N$. Порядок по меньшей мере одного из первых двух, определяющих пространственные масштабы аномалии, полагаем не менее 100 км.

Порядок третьего, видимо, следует считать близким к порядку толщины тропосферы, т.е. ~10 км. (Типичное для атмосферы значение N=10^{-2} с$^{-1}$ получается из (4а) при характерном вертикальном масштабе изменения фоновой плотности H порядка 100 км, в то время как в реальной атмосфере H~10 км. Отмеченное – издержка использования модели несжимаемой жидкости.)

Четвертый масштаб при рассматриваемых значениях параметров – не более нескольких километров. Из такого соотношения масштабов следует (13), а также

$$
\lambda << H << k^{-1}, \tilde{k} \approx 1/2H, \lambda\tilde{k} \approx \lambda/2H \approx k_x\bar{u}/2kHN << 1, k\lambda << 1, a \approx 1, \varepsilon \approx \frac{\lambda}{H} << 1. \tag{17}
$$

Надо иметь в виду, что вертикальная составляющая волнового вектора в трехмерной задаче, в принципе, может быть значительно больше, чем в двумерной (если аномалии вытянуты вдоль фонового потока – за счет фактора k_x/k в (13)). В отличие от двумерной задачи, при обтекании трехмерной аномалии появляется составляющая скорости v вдоль поперечной оси y. Ее амплитуда $GNk_y/agkk_x$ с увеличением k_y монотонно возрастает от нуля (двумерная задача) до значений порядка GN/gk_x при k_y, порядок которого больше порядка k_x или близок к нему.

Отметим, что

$$GN/gk_x \sim Nh\,, \tag{18}$$

где h – амплитуда отклонения геоида в рассматриваемой аномалии. Выражение (18) для амплитуды отклонений горизонтальной скорости уже встречалось в предыдущих работах авторов (см., например, [*Ингель, Макоско,* 2017в]) в связи с другими механизмами возмущений, связанных с аномалиями силы тяжести, и, видимо, является весьма общей закономерностью.

Вертикальный поток волновой энергии оценивается по формуле

$$F_z = \overline{pw}\,,$$

где черта означает осреднение по длине волны [*Гилл,* 1986]. Видно, что при таком осреднении ненулевой вклад в (14) и (15) дает только произведение слагаемых с $\cos\left[z/\lambda + k(x+Ut)\right]$. Нетрудно получить не зависящее от высоты приближенное выражение

$$F_z \approx \frac{1}{2}\rho_0 \frac{N\overline{u}^2 G^2}{g^2 k}\sin^2(k_y y)\,. \tag{19}$$

Этот результат отличается от соответствующей формулы двумерной задачи [*Ингель, Макоско,* 2017а] наличием множителя $\sin^2(k_y y)$ и тем, что в знаменателе вместо k_x фигурирует k. Последнее означает, что поток волновой энергии в трехмерной задаче, вообще говоря, может существенно уменьшаться по сравнению с двумерной (при $k_y \ge k_x$). Это и понятно, поскольку вытянутые по потоку аномалии приводят к меньшим по амплитуде возмущениям потока, нежели “хребет”, ориентированный перпендикулярно фоновому течению. И в остальном результат (19), как пояснено в [*Ингель, Макоско,* 2017а], прозрачно интерпретируется. Горизонтальное воздушное течение в аномалиях силы тяжести искривляется и имеет тенденцию двигаться вдоль поверхностей равного потенциала [*Ингель, Макоско,* 2017б] (вблизи подстилающей поверхности ситуация сложнее, поскольку условие непротекания исключает возможность существования нормальной к этой поверхности составляющей движения). Это означает появление вертикальной составляющей скорости с амплитудой $w \sim \overline{u}G/g$. Последнее выражение с учетом (13) и (17) приближенно равно амплитуде выражения (14). Амплитуда вертикального смещения потока воздуха (или эквипотенциальных поверхностей – амплитуда отклонений геоида) h порядка G/gk_x, откуда $G/g \sim hk_x$. Отсюда видно, что (19) весьма близко (с точностью до обозначений) к формуле (6.8.7), приводимой в [*Гилл,* 1986], которая описывает вертикальный поток энергии внутренних гравитационных волн, обусловленный неоднородностями рельефа с амплитудой h. Таким образом, учет воздействия аномалий силы тяжести (искривленные эквипотенциальные поверхности) приводит к эффекту, аналогичному влиянию неоднородностей рельефа той же амплитуды и горизонтальных масштабов.

Если принять амплитуду аномалии силы тяжести G=10^{-3} м/с^2, $k_x = k_y = 2\cdot 10^{-5}$ м$^{-1}$ (что соответствует длине полуволны в каждом направлении около 150 км), $\overline{u}$ =20 м/с, N=10^{-2} с$^{-1}$, ρ_0=1 кг/м^3, то получим u=v~0.03 м/с; поток энергии порядка 10^{-3} Вт/м^2. Для сравнения упомянем, что, согласно [*Jarvis,* 2001], средний поток энергии, поступающий из нижней атмосферы в верхнюю благодаря волновым возмущениям и приливным колебаниям, составляет порядка $2\cdot 10^{-4}$ Вт/м^2.

Таким образом, на основе трехмерной модели в линейном приближении получены аналитические решения, показывающие, что аномалии силы тяжести при учете трехмерной геометрии могут, вообще говоря, заметно влиять на характеристики генерируемых в атмосфере внутренних гравитационных волн. Помимо появления движений, перпендикулярных к фоновому потоку, может заметно меняться длина волны и вертикальный поток волновой энергии.

Работа выполнена при поддержке Программы № 51 фундаментальных исследований Президиума РАН.

Литература

Гилл А. Динамика атмосферы и океана. Т. 1. М.: Мир, 1986. 396 с.

Ингель Л.Х., Макоско А.А. Генерация внутренних гравитационных волн при воздействии неоднородностей поля силы тяжести на атмосферное течение // Геофизические исследования. 2017а. Т. 18, № 3. С.60–66.

Ингель Л.Х., Макоско А.А. Возмущения геострофического течения под влиянием неоднородностей поля силы тяжести // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017б. Т. 53, № 5. С.579–587.

Ингель Л.Х., Макоско А.А. Об одном механизме влияния неоднородностей поля силы тяжести на динамику атмосферы // Журнал технической физики. 2017в. Т. 87, № 9. С.1312–1316.

Jarvis M.J. Atmospheric science: Bridging the atmospheric divide // Science. 2001. V. 293, N 5538. P.2218–2219.

Сведения об авторах

ИНГЕЛЬ Лев Ханаанович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, ФГБУ “НПО “Тайфун”. 249038, г. Обнинск, ул. Победы, д. 4; Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН. 119017, Москва, Пыжевский пер., д. 3; Межведомственный центр аналитических исследований в области физики, химии и биологии при Президиуме РАН. 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, стр. 6. Тел.: +7(903) 026-62-35, +7(484) 397-18-21. E-mail: lev.ingel@gmail.com

МАКОСКО Александр Аркадьевич – доктор технических наук, профессор, член-корреспондент РАН, заведующий лабораторией, Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН. 119017, Москва, Пыжевский пер., д. 3; главный научный сотрудник, Межведомственный центр аналитических исследований в области физики, химии и биологии при Президиуме РАН. 117997, Москва, ул. Профсоюзная, д. 65, стр. 6. Тел.: +7(499) 237-69-10, +7(499) 237-27-21. E-mail: aamacosco@mail.ru

THREE-DIMENSIONAL MODEL OF GENERATION OF ATMOSPHERIC INTERNAL GRAVITY WAVES INDUCED BY INHOMOGENEITIES IN GRAVITATIONAL FIELD

L.Kh. Ingel[1,2,3], A.A. Makosko[2,3]

[1] *Research and Production Association Typhoon, Obninsk, Russia*
[2] *Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*
[3] *Interdepartmental Center of Analytical Research in Physics, Chemistry and Biology at the Presidium of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Abstract. In modern models of geophysical fluid dynamics, the gravitational field is usually taken uniform and defined by the single parameter. It is known, however, that the average gravitational force at the earth’s surface

is superimposed upon by a broad spectrum of gravitational force anomalies (GFAs). This is due mainly to inhomogeneities of the distribution of mass in the Earth's crust. Variations in the gravitational force are certainly very small in magnitude compared to the average value. It is important, however, that such inhomogeneities generate a gravitational-force component tangential to the earth's ellipsoid. In plane mesoscale models using Cartesian coordinates (an f-plane or a β-plane), this means that additional volume inhomogeneous forces with a horizontal component have to be taken into account. The dynamics of the atmosphere is quite sensitive to such components.

Recently we showed that in the highly anomalous regions GFAs, in principle, can lead to appreciable dynamic effects, in particular, the generation of regular currents and internal gravity waves (IGW). But this analysis has so far been limited to two-dimensional problems (that is, the effects of two-dimensional GFAs were considered). In this paper, the next step is taken: in the linear approximation, IGW generation in the atmosphere is analytically studied under the action of three-dimensional GFAs on the atmospheric flow above a flat horizontal underlying surface. The terms in the expressions obtained for velocity components and pressure perturbations can be divided into two categories. One of them directly describes flow around equipotential surfaces. These terms do not contain waves propagating with vertical component and slowly decay with altitude on the same scales as the gravity anomaly. Other terms describe internal gravity waves, whose phase velocity is directed downward and the group velocity, upward. The amplitude of these waves in the velocity field exponentially increases with altitude.

Taking into account the three-dimensional geometry of GFAs in the three-dimensional formulation can lead to a noticeable change in results in comparison with the two-dimensional model considered earlier. In addition to the appearance of horizontal motions perpendicular to the background flow, the wavelength and the vertical flux of wave energy can markedly vary: GFAs elongated along the stream can lead to smaller perturbations in amplitude than the "ridge" oriented perpendicular to the background flow. The analytical expression is derived; it shows that the mentioned energy flow is proportional to the background buoyancy frequency, to the squares of the GFAs amplitudes, and to the background flow velocity. According to numerical estimates, this flow can be noticeable, although it is usually much inferior to IGW sources associated with the relief.

Keywords: anomalies of gravity, atmospheric disturbances, three-dimensional analytical model, internal gravity waves.

References

Gill A.E. *Atmosphere-Ocean Dynamics*, New York: Academic Press, 1982.

Ingel L.Kh. and Makosko A.A. Generation of atmospheric internal waves induced by inhomogeneities in gravity field, *Geofizicheskie Issledovaniya* (Geophys. Res.), 2017, vol. 18, no. 3, pp. 60-66.

Ingel L.Kh. and Makosko A.A. Geostrophic flow disturbances generated by inhomogeneities of the gravitational field, *Izv. Atmos. Ocean. Phys*., 2017, vol. 53, no. 5, pp. 508-515.

Ingel L.Kh. and Makosko A.A. On one mechanism of gravity field inhomogeneities influence on atmosphere dynamics, *Technical Physics*, 2017, vol. 62, no. 9, pp. 1322-1326.

Jarvis M.J., Atmospheric science: Bridging the atmospheric divide, *Science*, 2001, vol. 293, no. 5538, pp. 2218-2219.