

УДК 550.83.016

ИСТОКООБРАЗНЫЕ АППРОКСИМАЦИИ ГЕОПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ. ОТ ТЕОРИИ К ПРАКТИКЕ

© 2018 г. А.В. Пугин

Горный институт Уральского отделения РАН, г. Пермь, Россия

Теоретические постановки интерпретационных задач всегда отличаются от практических наличием идеализаций. Разные алгоритмы истокообразной аппроксимации создают различные распределения эквивалентных источников. Все эти алгоритмы теоретически эквивалентны, но на практике приводят к вариативности результатов математических преобразований геопотенциальных полей. В статье показано, что разнообразие результатов проистекает из отклонения практической постановки от идеальной теоретической (конечные пределы области интегрирования), следствием которого становится несоответствие полных поверхностных интегралов по полю для различных аппроксимационных конструкций и их возможная несоразмерность поверхностному интегралу по полю реальных аномалообразующих тел. В общем данная проблема неразрешима, но это не дает права её игнорировать. Наличие в инструментарии интерпретатора нескольких алгоритмов аппроксимации в каждом конкретном случае позволяет выбрать из них наиболее рациональный для решения целевой задачи. Определенные преимущества при этом имеют алгоритмы, содержащие процедуры анализа структуры исходных данных.

Ключевые слова: истокообразная аппроксимация, геопотенциальное поле, постановка задачи, алгоритм, эквивалентный источник, трансформация.

Истокообразные аппроксимации более полувека являются удобным инструментом обработки геопотенциальных полей. Аналитическое приближение дискретных измерений позволяет достаточно просто и эффективно выполнять математические преобразования над полем, восстанавливать его значения в тех точках пространства, где измерения отсутствуют. Использование в качестве базиса функций элементарных источников, относящихся к тому же классу, что и измеренные поля, придает математическим построениям адекватную физичность.

К настоящему моменту разработано более десятка различных алгоритмов истокообразной аппроксимации измеренных данных, начиная с простейших однослойных вычислительных схем и заканчивая сложными, многоуровневыми иерархическими системами, для создания которых используется анализ структуры данных [Аронов, 1990; Гордин, Михайлов, Михайлов, 1980; Тихоцкий, Шур, 2001; Булах, Лапина, 2008; Балк и др., 2016]. Каждая из этих разработок преследовала свою цель: одни были направлены на повышение производительности в процессе работы с большими объемами данных, другие – на предельное уменьшение размерности результирующей модели, третьи – на расположение эквивалентных источников в наилучшем соответствии с реальным распределением аномальных масс в геологической среде.

Названные алгоритмы объединяет общая теория, но каждый из них имеет свои отличия как в постановке задачи приближенного описания, так и в технических аспектах реализации. И, если сопоставление различных техник аппроксимации с позиций производительности, экономичности, адаптации к структуре данных не раз освещалось в публикациях, то проблеме взаимосвязи математической модели источников и результатов преобразования, полученных на ее основе, внимание практически не уделялось.

Многолетний опыт использования различных алгоритмов трансформации геопотенциальных полей, базирующихся на истокообразной аппроксимации, показывает, что результаты одних и тех же математических операций преобразования для различных вычислительных схем могут отличаться друг от друга, хотя с позиций теории подобное исключается. Понимание причин, продуцирующих эти расхождения, кроется в изучении практических постановок самой задачи аппроксимации с применением эквивалентных источников, а точнее, в различиях этих постановок между собой и в отношении строгой теоретической постановки, являющейся математическим фундаментом метода. Каждый алгоритм реализует свое распределение элементарных источников в нижнем полупространстве исходя из определенных критериев; каждая из практических постановок лишена идеализации, в полной мере присутствующей в теоретической.

Исторически задача аналитической аппроксимации геопотенциальных полей восходит к задаче об определении фигуры Земли, а точнее, геоида, по наблюдаемым значениям силы тяжести, активное исследование которой пришлось на 30–40-е годы прошлого века. В 1945 г., подводя некоторые итоги решения этой задачи, М.С. Молоденский [1945] рассматривает возмущающий потенциал реальной Земли в виде суммы двух частей, первая из которых в любой внешней точке определяется обобщенной формулой Стокса, а вторая приближается потенциалом простого слоя, для чего получено сложное линейное интегральное уравнение. Автор работы [Алексидзе, 1987, с. 58] утверждает, что М.С. Молоденский, чтобы избежать решения этого уравнения, поставил задачу подобрать такие значения аномалий возмущающего потенциала на сфере внутри геоида, чтобы, будучи продолженными на поверхность реальной Земли, они полностью совпадали с измеренными значениями.

В 1967 г. В.И. Ароновым [1967] были разработаны основы метода, которому суждено было стать одним из самых эффективных инструментов обработки геофизических полей – метода аппроксимаций потенциальными функциями. Независимо от В.И. Аронова в 1968 г. этот метод был воспроизведен норвежцем А. Бьерхаммаром [Bjerhammar, 1968]. Используемая формулировка “истокообразные аппроксимации” возникла, по видимому, позднее и была призвана подчеркнуть физическую сущность математического инструмента. Вообще же метод, а лучше сказать – подход, – не ограничивается применением только гармонических функций; в его рамках можно оперировать любыми функциями из семейства ядер Фейера. Наиболее полно основы подхода изложены в итоговой монографии В.И. Аронова [1990].

Хотя сам метод создавался для решения прикладных задач локального, а не глобального (планетарного) характера, математическая постановка, на которой построена его теория, очень близка к постановке, возникающей при определении фигуры Земли. В обоих случаях считается, что замкнутая поверхность S полностью охватывает массы, генерирующие аномальный потенциал, принимаемый известным всюду на этой поверхности (рис. 1). В непрерывном виде решение задачи аппроксимации сводится к размещению эквивалентных по полю аномальных масс каким-либо образом внутри области, ограниченной поверхностью S , с последующим нахождением их величины таким образом, чтобы всюду на этой поверхности аппроксимирующий потенциал модели отклонялся от аппроксимируемого не более чем на ε . Строго говоря, метод не ограничивает выбор объекта аппроксимации, будь то потенциал или его производная; в этой роли могут выступать любые его компоненты, фиксируемые современной измерительной аппаратурой. При выполнении гравиметрической съемки чаще всего регистрируются значения силы тяжести, имеющей смысл первой вертикальной производной потенциала в локальной декартовой системе координат и нормальной производной в сферической системе с принятой точкой отсчета в центре масс Земли.

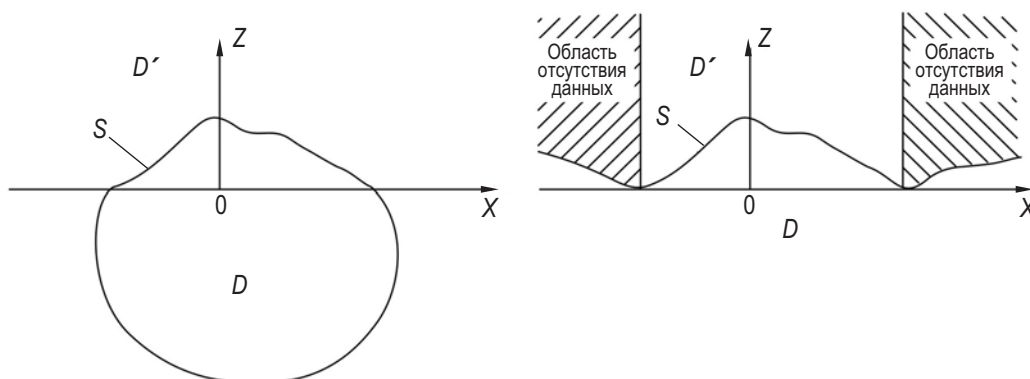


Рис. 1. Теоретическая (слева) и практическая (справа) постановки задачи аппроксимации
 S – поверхность с известным значением потенциала притяжения, охватывающая все массы; D – область пространства, внутренняя по отношению к поверхности S , D' – внешняя

Fig. 1. Theoretical (left) and practical (right) formulations of the approximation problem
 S is surface with the known gravity potential covering all masses; D is the internal and D' is external spatial domains with respect to S

В строгой математической постановке первой базовой теоремой является теорема о единственности гармонических функций, устанавливающая следующее правило. Когда значения гармонической функции известны всюду на границе S односвязной области D (см. рис. 1), а сама функция определена как в D (за исключением ее особых точек), так и во внешней по отношению к ней области D' , и по значениям на границе S восстановлено ее явное аналитическое выражение, данная функция может быть точно вычислена всюду в области ее определения. Если функцию необходимо восстановить в области D , решается внутренняя краевая задача Дирихле; в области D' – внешняя краевая задача Дирихле. Второй базовой теоремой является теорема о максимуме модуля гармонической функции, гласящая, что функция, гармоническая в некоторой области пространства, может принимать максимальные по модулю значения только на границе этой области.

Применительно к задаче истокообразной аппроксимации действие второй теоремы выражается в следующем. Если на замкнутой поверхности S , ограничивающей некоторую область пространства D , известны значения исходной гармонической функции, но неизвестен ее аналитический вид, то, распределяя массы внутри области D , можно создать модельную функцию того же класса, которая имеет аналитический вид и приближенно описывает поведение искомой функции всюду на поверхности S с отклонением не более априори заданной величины ε . Поскольку алгебраическая сумма двух гармонических функций также является гармонической, то, продолжая аппроксимирующую функцию аналитически во внешнюю область D' , можно смело утверждать, что разница между ней и искомой функцией всюду в этой области не превысит погрешность аппроксимации ε .

Практически это означало бы, что, измерив значения геопотенциального поля на поверхности Земли и выполнив истокообразную (аналитическую) аппроксимацию с погрешностью, не превышающей случайную погрешность определения аномалий ε_0 , можно аппроксимационно продолжить поле в верхнее полупространство и утверждать, что разница между аппроксимацией и потенциальным полем в области продолжения будет не более ε_0 . Другими словами, при такой формулировке нахождение значения силы тяжести в верхнем полупространстве аппроксимационным способом эквивалентно

прямым измерениям. Аналогичное правило действовало бы для любых производных приближающей функции и приближаемого поля. Единственным критерием качества истокообразной аппроксимации служит ее расстояние ε_0 до исходной функции в выбранной метрике (чаще в евклидовой или чебышевской) на всем множестве точек, участвующих в вычислениях. Обратная задача при определении аномальных масс эквивалентных источников решается в безусловной постановке.

Геофизические реалии налагают ограничения на постановку задачи, обуславливая ее расхождение с теоретической и, как следствие, искажая результаты любых математических преобразований. Базовая постановка задачи идеализирована. Прежде всего она содержит упрощение непрерывного задания функции всюду на замкнутой границе, охватывающей источники поля. В геофизической практике измерения выполняются на ограниченном участке земной поверхности, поверхности полета или моря и носят дискретный характер. Сколь угодно близкое совпадение аппроксимирующей функции со значениями поля, зарегистрированными в дискретных точках лишь в части поверхности S , не гарантирует аналогичного или лучшего совпадения всюду во внешней области.

Цитируя В.И. Аронова, “подчеркнем еще раз, что можно по-разному выбирать линейные комбинации гармонических функций, приближающих заданную функцию на рельефе. Может быть построено бесконечное множество аппроксимирующих конструкций, которые различаются лишь некоторыми конкретными характеристиками... Однако с точки зрения практической реализации они могут различаться очень сильно – степенью устойчивости система уравнений, точностью получаемых решений и экономичностью. С физической точки зрения методы в принципе эквивалентны” [Аронов, 1990, с.193–194].

Приведем еще один фрагмент из названной монографии В.И. Аронова, который затрагивает суть проблемы. “Пусть, например, необходимо решить задачу аналитического продолжения аномалий силы тяжести $U_z(x, y, 0)$ в верхнее полупространство. Если поле задано на горизонтальной плоскости $z=0$, задача решается с помощью интеграла Пуассона:

$$U_z(x, y, z) = \frac{z}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U_z(\xi, \eta, 0) d\xi d\eta}{\left[(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 \right]^{3/2}}.$$

Это корректно поставленная задача. Точность ее решения в основном определяется точностью восстановления функции $\bar{U}_z(x, y, 0)$ по дискретным значениям $U_z(x_i, y_i, 0)$, $-\infty < x < \infty$, $-\infty < y < \infty$. Если $\max |U_z(x, y, 0) - \bar{U}_z(x, y, 0)| = \varepsilon$, то по теореме о максимуме и минимуме модуля гармонической функции $\max |U_z(x, y, z) - \bar{U}_z(x, y, z)| < \varepsilon$, $z > 0$. С помощью метода интерполяции гармоническими функциями задача решается простым и естественным способом –

$$\bar{U}_z(x, y, z_0) = \sum_r \sum_i \alpha_{ir} G_{ir}(x - x_i, y - y_i, z_{1,r} + z_0)."$$

И далее “... Для функции $\bar{U}_z(x, y, 0)$ расчеты производятся точно (если не учитывать ограниченности области интегрирования и ошибок вычислений), т.е. не делается ошибки за переход от интеграла к конечным суммам” [Аронов, 1990, с.163–164].

Для понимания того, к каким искажениям в расчетах приводят указанные ограничения области интегрирования, обратимся к модельному примеру, который в упрощенном виде представляет данную ситуацию.

Модельный пример

В модельном примере (рис. 2) исходный и аппроксимирующий потенциалы притяжения заданы в виде эквипотенциальных линий в плоскости XOZ (рис. 2, *слева*). Их разность, также заданная изолиниями равных значений, приведена на рис. 2, *справа*. Исходный потенциал генерируется полем единичного шара; аппроксимирующий в каждом из вариантов – модельным полем одного или нескольких шаров с разной аномальной массой. За S удобно принять одну из изолиний, например ту, которая соответствует единичному значению потенциала, и в качестве оценки отслеживать близость к ней соответствующей по величине линии аппроксимирующего потенциала.

Первый случай (см. рис. 2, ряд I) иллюстрирует строгую теоретическую постановку в соответствии с вышеописанным. Для простоты аппроксимирующая функция создается одним эквивалентным источником – шаром 2, центр которого совпадает с центром шара 1. Изменения коснулись лишь аномальной массы источника. Погрешность аппроксимации изолинии S на всем ее протяжении не превышает ε_0 . На правом фрагменте в ряду I можно видеть, что разность двух потенциалов всюду во внешней относительно S области также не превышает ε_0 , демонстрируя нормальный характер убывания с удалением от источников.

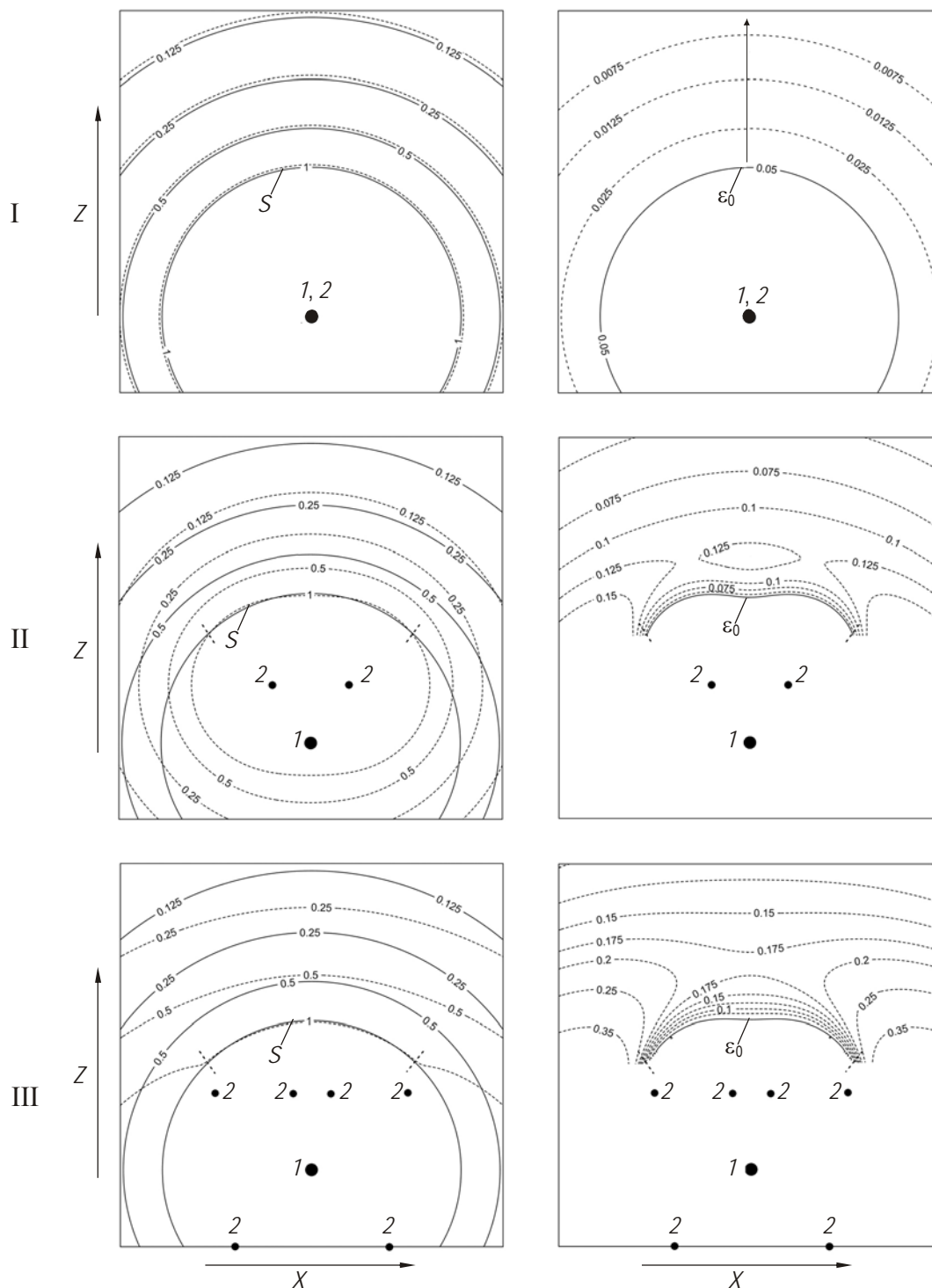
Во втором случае (см. рис. 2, ряд II) аппроксимация единичной линии S выполняется не на всем ее протяжении, а лишь на интервале, ограниченном пунктирными отрезками. За его пределами информация о поведении линии S , т.е. о поведении потенциального поля, будем считать отсутствующей. В этой части близость аппроксимирующей линии к исходной S удовлетворяет критерию аппроксимации ε_0 , но в остальной ее части – нет. Аппроксимирующих источников (шары 2) здесь два, и они расположены выше источника исходного потенциала – шара 1. При этом в функции невязки двух потенциалов в центральной части правого фрагмента ряда II наблюдается локальный максимум; при движении параллельно оси Z от изолинии ε_0 до этого максимума разность увеличивается, а после него убывает.

Третий случай (см. рис. 2, ряд III) подобен второму за тем исключением, что аппроксимирующих эквивалентных источников шесть (шаров 2), и расположены они как выше, так и ниже шара 1 по оси Z . В этой ситуации также наблюдается отклонение функции невязки потенциалов (см. рис. 2, ряд III, *справа*) от нормального поведения, показанного на рис. 2, ряд I, *справа* – она имеет седловую точку, при движении до которой вверх вдоль оси Z невязка возрастает, а после неё убывает.

Рис. 2. Распределение потенциала притяжения в плоскости XOZ в разных (ряды I, II, III) постановках задачи истокообразной аппроксимации. 1 – источник исходного потенциала; 2 – источники аппроксимирующего потенциала (в ряду I источники 1 и 2 совпадают). Размерность потенциалов – усл. ед. *Слева*: сплошные линии – эквипотенциальные линии исходного потенциала притяжения, штриховые – аппроксимирующего. *Справа*: пунктирные линии – эквипотенциальные линии разности исходного и аппроксимирующего потенциалов; сплошная линия соответствует погрешности аппроксимации ε_0

Fig. 2. Distribution of gravity potential on XOZ -plane in different (lines I, II, and III) formulations of the problem of sourcewise approximation. 1 is source of the initial potential; 2 is source of the approximating potential (sources 1 and 2 coincide in line I). The dimension of potentials is relative units. (*Left*) Equipotential lines of the initial (solid lines) and approximating (dashed lines) gravity potential; (*right*) Equipotential lines of differences between initial and approximating potentials (dashed lines) and the approximation error ε_0 (solid line)

Закономерно возникающий вопрос, чем же в математическом плане различаются эти постановки, разрешается довольно просто. Оба эквивалентных источника 2, генерирующих приближение на рис. 2, ряд II, *слева*, обладают суммарной массой, меньшей массы шара 1; их особые точки не совпадают с особой точкой первого источника – это и обуславливает расхождение двух изолиний единичного значения вне интервала, на котором аппроксимация контролируется критерием $\varepsilon \leq \varepsilon_0$. Это же приводит к невязке



исходного и аппроксимирующего потенциалов на величину $>\varepsilon_0$ при продолжении их в область, внешнюю по отношению к S , и к возникновению в ней локального экстремума функции невязки. Говоря простыми словами, при определении суммарной массы эквивалентных источников в этом случае происходит “недобор” аппроксимационной конструкцией интеграла по полю исходного шара.

В третьем случае (см. рис. 2, ряд III, *слева*) суммарная масса шести аппроксимирующих шаров 2, разнесенных по оси Z на два уровня, превышает интегральную массу шара 1, создающего исходный потенциал. Опираясь теми же терминами, при определении их суммарной массы происходит “перебор” аппроксимацией интеграла по полю первого источника, что и определяет расхождение изолиний потенциалов и возникновение седловой точки.

Часть интеграла по полю, которую “недобирает” или “перебирает” аппроксимация, будем называть “остаточным интегралом”. Теперь становится понятно, что расхождение результатов математических преобразований, полученных при помощи разных аппроксимационных конструкций, сводится к проблеме учета остаточных интегралов, которая не впервые затрагивается в потенциальных методах геофизики. В частности, в работе [Миков, 1975] рассматривается учет остаточных интегралов для тел простой формы при вычислении интегральных характеристик аномалообразующих тел и приводятся ссылки на более раннюю работу [Шванк, Люстих, 1947], посвященную этой задаче.

Каждый из алгоритмов истокообразной аппроксимации будет реализовывать отличное от других размещение источников в эквивалентной модели и отличным образом распределять аномальные массы в отведенной ему области нижнего полупространства.

Неизбежно интегральная масса конструкции эквивалентных источников, созданных каждым из алгоритмов, будет иной в силу того, что само приближение выполняется в ограниченных пределах, хотя все они аппроксимируют одни и те же значения поля на одном ограниченном участке поверхности.

Объясняется это просто: физический параметр – аномальная масса m – связана с полем линейно, а с расстоянием от источника до точки наблюдений поле связывает функция расстояния $1/r^n$ (геометрический параметр). Подбирая массу эквивалентного источника в целях аппроксимации поля с погрешностью, не превышающей ε_0 , до известных пределов можно варьировать сочетанием его физического и геометрического параметров – увеличивая расстояние, пропорционально уменьшать массу и наоборот. Именно поэтому разные распределения эквивалентных источников в аппроксимационной конструкции будут иметь разную интегральную массу.

Проблема остаточных интегралов не является тривиальной. Скорее всего, ее общее решение никогда не будет найдено, поскольку полностью восстановить данные всюду на замкнутой поверхности, охватывающей источники поля, в локальной постановке так же невозможно, как и совместить все без исключения особые точки аппроксимационной конструкции с реальными особыми точками аномального поля, учитывая их тип. Справедливости ради, отметим, что алгоритмы, пытающиеся хоть как-то приблизиться к этому путем анализа входных данных, заслуживают большего доверия, нежели их собратья, не обладающие такой способностью.

В первую очередь проблема остаточных интегралов окажет влияние на преобразование тех аномалий силы тяжести, которые срезаются границами участка съемки: низкочастотных аномалий от крупных геологических тел и аномалий от локальных объектов (в том числе и целевых), расположенных вблизи границ участка съемки. Если же проекции аномалий на земную поверхность невелики по размеру и находятся в центре исследуемого участка, величина их остаточного интеграла будет ничтожно мала и

не окажет заметного влияния на результаты трансформаций. Поэтому критерии успешной интерпретации закладываются еще на этапе проектирования геофизических работ, когда параметры сети наблюдений определяются возможным расположением, размерами и интенсивностью ожидаемых аномалий [Инструкция ..., 1980].

Исключение фоновой составляющей в целях снизить влияние краевых эффектов или остаточных интегралов возвращает исследователя к вечному вопросу: что считать аномалией, а что фоном? Если ответ на этот вопрос ясен и прост и фон создается известными геологическими образованиями, для которых достоверно известны ответственные за аномальное поле параметры, его устранение действительно улучшит ситуацию. В противном случае эта процедура останется гипотетической, хотя следует признать, что при грамотном подходе облегчает решение целевой задачи интерпретации.

Приведенный на рис. 2 модельный пример утрирован для того, чтобы наглядно подчеркнуть различия постановок и результатов трансформаций. Завершая анализ проблемы, рассмотрим два практических примера.

Были выбраны четыре алгоритма, три из которых – приближение на основе квадродерева, монтажного способа и случайного поиска – описаны в работе [Балк и др., 2016]; четвертый (простейший) с равномерным распределением источников в однослойной аппроксимационной конструкции представлен в работе [Аронов, 1990]. При помощи каждого алгоритма построена истокообразная аппроксимация аномалий силы тяжести с одинаковой среднеквадратической погрешностью ϵ_0 , не превышающей случайную погрешность получения входных данных, т.е. полную погрешность определения аномалии Буге. В простейшей одноуровневой вычислительной схеме глубина заложения элементарных источников (точечных масс) z_0 составляла полтора шага Δx сети задания поля; в остальных случаях точечные массы располагались на нескольких глубинных уровнях в соответствии со схемой, реализуемой алгоритмом. В таких конструкциях минимальная глубина заложения источников z_{\min} составляла $1.5\Delta x$, наибольшая z_{\max} определялась как $L/4 < z_{\max} < L$, где L – размер стороны участка исследований.

Результаты применения названных алгоритмов для примера 1 приведены в виде карт (рис. 3, А) и вертикальных срезов (рис. 3, Б), для примера 2 – соответственно на рис. 4, А и рис. 4, Б. На названных рисунках в рядах, обозначенных римскими цифрами, сверху вниз представлены результаты применения одноуровневой равномерной аппроксимации (I), аппроксимации методом квадродерева (II), адаптивной аппроксимации монтажным методом (III), аппроксимации методом случайного поиска (IV).

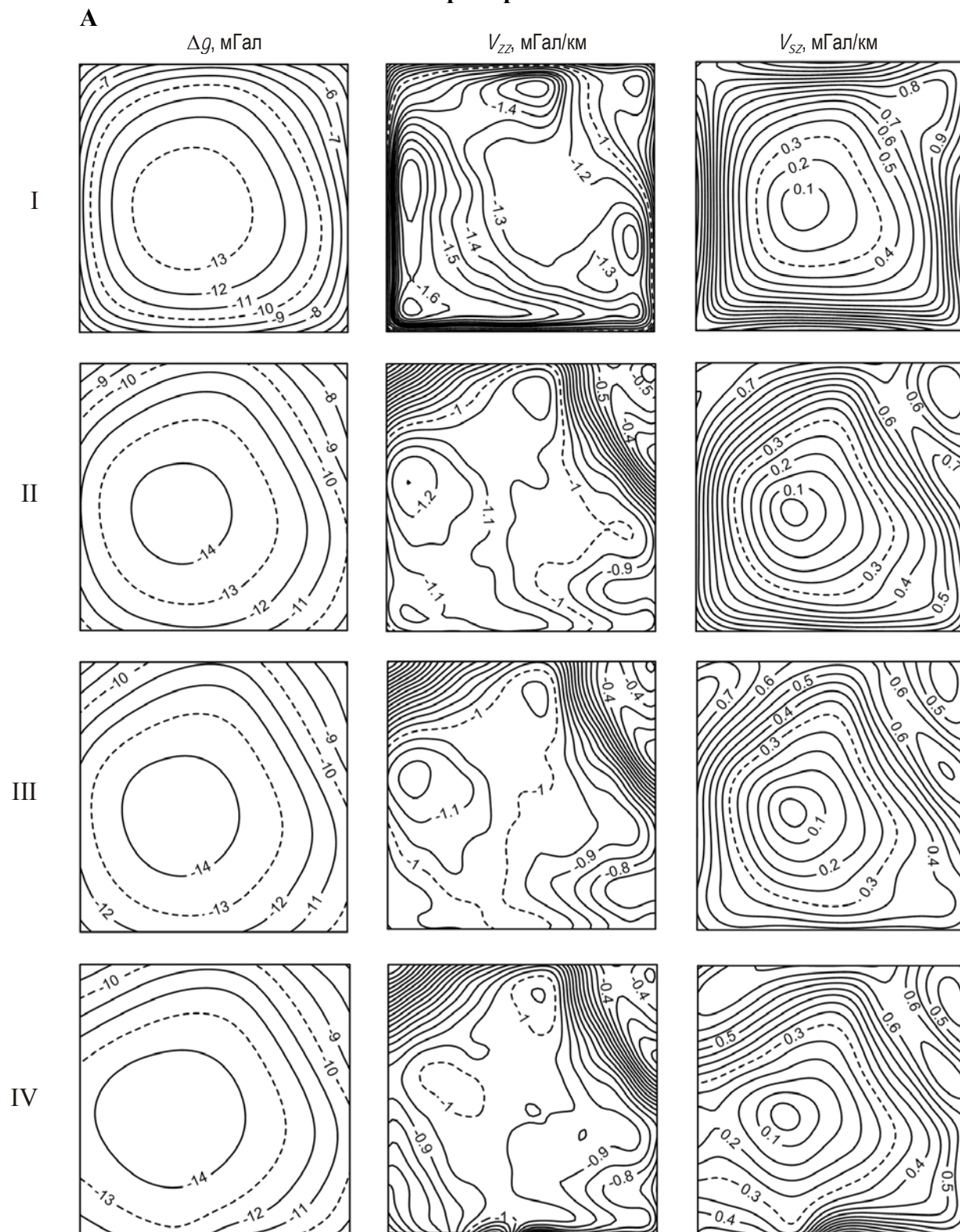
Практический пример 1

В этом примере аномалии силы тяжести в редукции Буге Δg заданы в виде набора чисел в узлах квадратной сети (матрицы) и осложнены влиянием крупной синклинальной структуры осадочного чехла, фоновое влияние которой специально не устранялось. Размер участка исследований 25×25 км, шаг сети $\Delta x = \Delta y = 0.4$ км.

В результате трансформаций выполнялось аппроксимационное (аналитическое для модельной функции) продолжение гравитационного поля в верхнее полупространство, в котором вычислялись первая вертикальная производная силы тяжести V_{zz} и модули полного горизонтального градиента V_{sz} .

Результаты трансформаций представлены на рис. 3, А в виде карт изоаномал в проекции на горизонтальную плоскость XOY с заданной высотой пересчета $z=3$ км и на рис. 3, Б в виде вертикальных сечений через центральную область участка в проекции на плоскости XOZ . Для наглядности и упрощения сравнения трансформант отдельные изоаномалы на рис. 3 выделены штриховыми линиями.

Пример 1



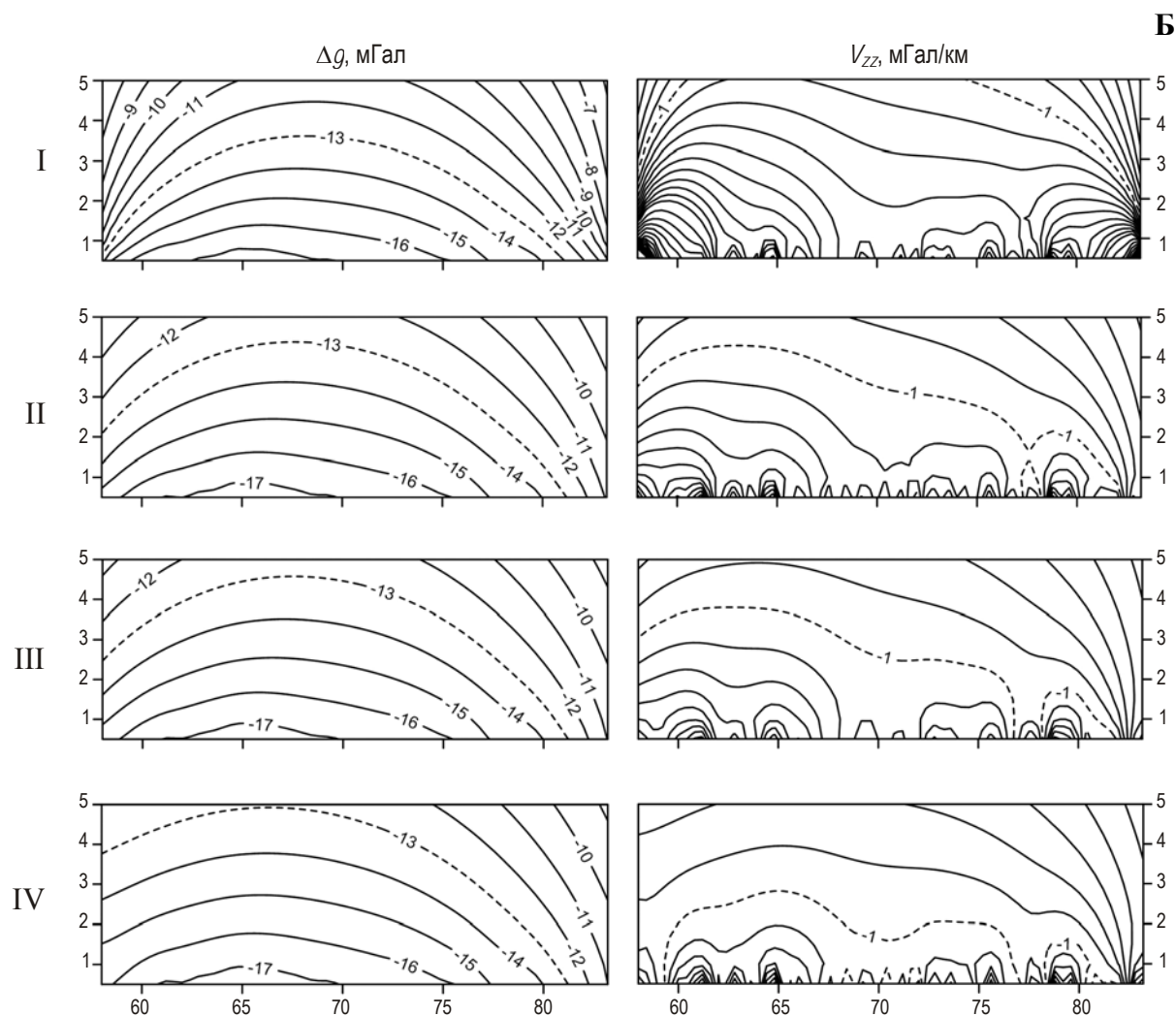


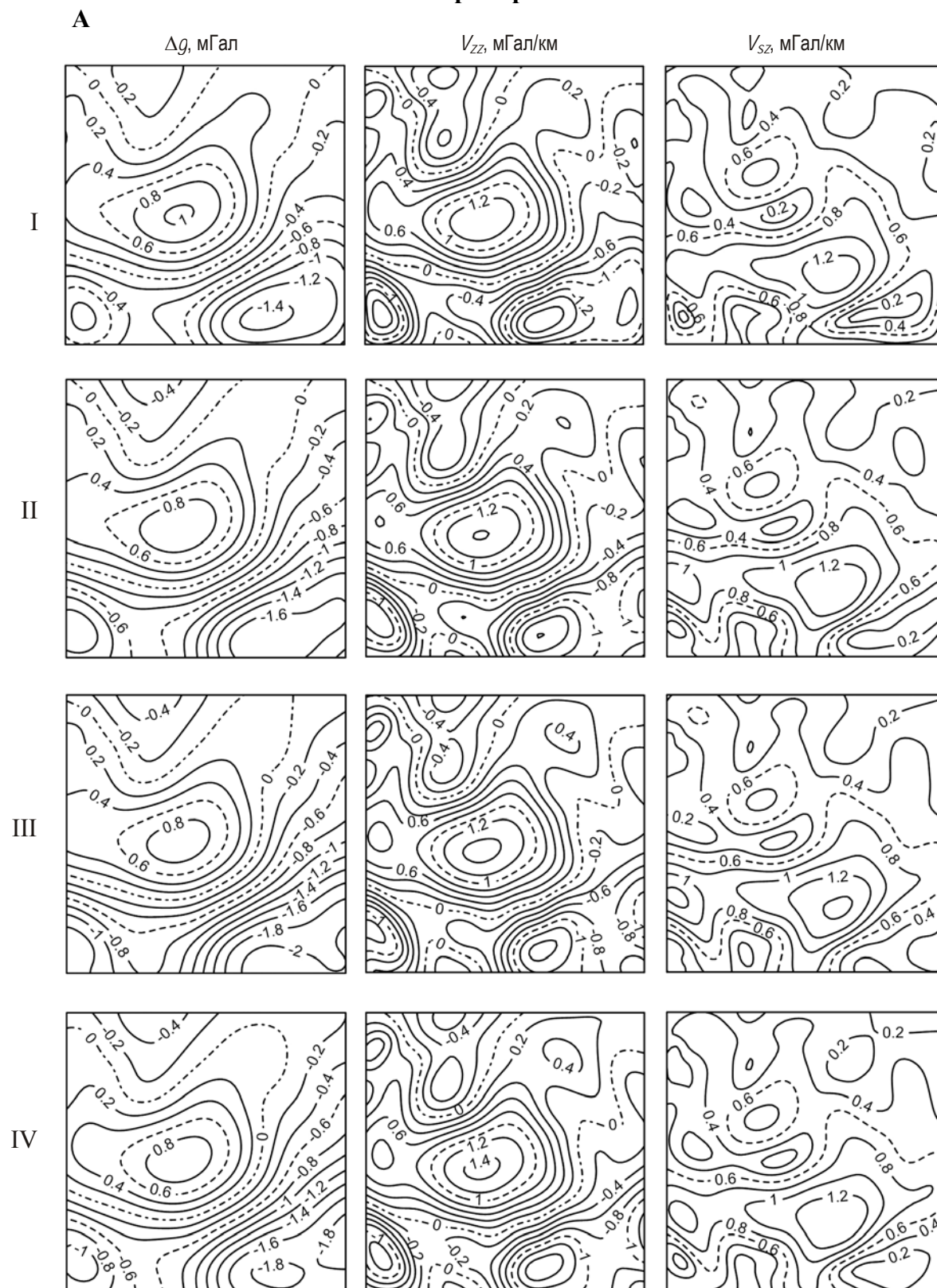
Рис. 3. Пример 1. Результаты применения четырех различных алгоритмов истокообразной аппроксимации

А – карты изоаномал в проекции на горизонтальную плоскость XOY с заданной высотой пересчета $z=3$ км, отображающие результаты аппроксимационного продолжения аномалий силы тяжести Δg (слева), первой вертикальной производной V_{zz} силы тяжести (по центру) и модуля его полного горизонтального градиента V_{sz} (справа). Б – вертикальные сечения через центральную область участка, отображающие результаты аппроксимационного продолжения аномалий силы тяжести Δg в верхнее полупространство (слева) и вычисления первой вертикальной производной силы тяжести V_{zz} (справа)

Fig. 3. Example 1. Results of application of four different methods (lines I-IV) of sourcewise approximation

A are contours of equal anomalies in projection to the horizontal plane XOY with the given height of recalculation $z=3$ km showing the results of approximations of gravity anomalies Δg (left), first vertical derivative V_{zz} of gravity force (center), and absolute full horizontal gradient V_{sz} (right). B are vertical cross-sections through the central part showing the results of approximations of gravity anomalies Δg in the upper half-space (left) and calculation of the first vertical derivative V_{zz} of gravity force (right)

Пример 2



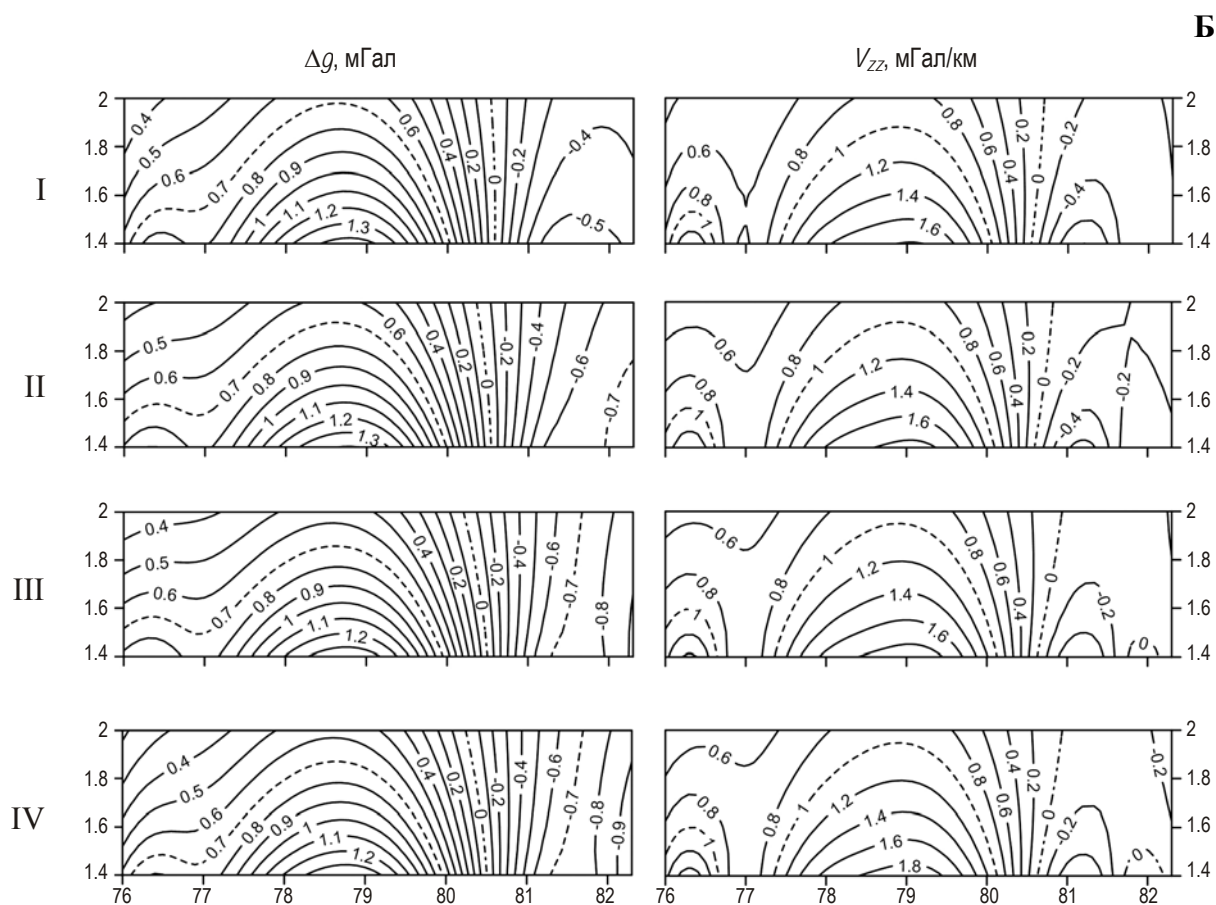


Рис. 4. Пример 2. То же, что на рис. 3 при заданной высоте пересчета $z=1.7$ км

Fig. 4. Example 2. The same as in Fig. 3 for the given height of recalculation $z=1.7$ km

Проанализируем рис. 3, А. Различия положения изоаномал одинаковых значений на вертикальных картах трансформант в разных рядах свидетельствует о том, что применение алгоритмов истокообразной аппроксимации, реализующих разное расположение аппроксимирующих источников в эквивалентной модели, приводит к разным результатам при трансформациях одного и того же исходного поля силы тяжести. Достаточно обратить внимание на штриховые изолинии, чтобы увидеть, что их положение и конфигурация на картах однотипных трансформант в разных рядах различны.

Очевидно, что хуже всего с трансформацией низкочастотной компоненты поля справляется одноуровневая эквивалентная модель источников. Невооруженным глазом видно, что наиболее близки между собой результаты квадродревоподобного и монтажного алгоритмов, располагающих эквивалентные источники с учетом морфологических особенностей поля. При этом ограничения нижнего полупространства, отведенные им для работы, были разными в отношении предельной глубины, различалось количество источников и геометрия моделей. Алгоритм случайного поиска реализует объемное распределение источников, но без непосредственного анализа структуры входных данных.

На рис. 3, Б также легко обнаруживаются различия в конфигурации изоаномал на однотипных трансформантах, полученных для одних и тех же исходных данных

с применением разных вычислительных схем истокообразной аппроксимации. Причем различия в конфигурации изоаномал наблюдаются не только в краевых, но и в их центральных частях карт. Нет никаких оснований утверждать, что какой-либо один из алгоритмов приводит к результатам, наиболее адекватным реальности. Под наиболее адекватным реальности подразумевается такое распределение поля или его производной, которое было бы получено в процессе непосредственных измерений либо в случае аппроксимации в полном соответствии с теоретической постановкой.

Практический пример 2

Во втором примере локальные аномалии силы тяжести за вычетом низкочастотного фона, обусловленного влиянием известного крупного геологического образования, представлены в виде набора чисел в узлах квадратной сети, имеющей шаг $\Delta x = \Delta y = 0.1$ км. Размеры участка исследований составляют 6.5×6.5 км.

Как можно видеть (см. рис. 4), различий в результатах намного меньше, чем в примере 1 (см. рис. 3). Четыре алгоритма дают весьма сходную картину; отличия наблюдаются лишь в краевых частях площади. В этом случае интерпретатор мог бы испытывать удовлетворение, но только тогда, когда в краевых частях отсутствуют целевые объекты и не требуется такой же достоверной интерпретации, как в центре. В практике геофизических работ подобная ситуация встречается редко.

Выводы

Изложенный выше материал показывает, что аналитические продолжения функций и их производных аппроксимационным способом отличаются при использовании разных алгоритмов. Вопрос, какое из них считать “правильным”, остается открытым.

Любые количественные оценки, полученные по трансформантам разных алгоритмов, также будут различны. И все же рациональный путь решения интерпретационной задачи существует.

Зная о проблеме остаточных интегралов и их влиянии на результаты трансформаций, не игнорируя и не замалчивая ее, интерпретатор, имея в своем распоряжении несколько алгоритмов, может выполнить преобразования и оценить расхождение результатов визуально или с использованием количественных критериев.

В случае, когда расхождение результатов применения разных алгоритмов к одним и тем же входным данным окажется велико, можно применить либо один из возможных критериев выбора в условиях неопределенности, либо собственную экспертную оценку, чтобы найти тот алгоритм, который наилучшим образом позволит решить целевую задачу интерпретации. С большой степенью вероятности им окажется алгоритм, способный анализировать структуру данных и создающий распределение эквивалентных масс, более адекватное реальному распределению источников в среде, нежели его простые собратья.

Следует помнить, что аппроксимации часто употребляются в качестве внутренней ключевой процедуры в составе сложных технологий обработки геофизических данных. В этом случае результат всех действий будет во многом определен выбором алгоритма и, в конечном счете, моделью истокообразного приближения.

Литература

Алексидзе М.А. Приближенные методы решения прямых и обратных задач гравиметрии. М.: Наука, 1987. 336 с.

- Аронов В.И. О вычислении трансформант и редукций аномалий силы тяжести на внешнюю плоскость в горном районе // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1967. № 2. С.54–59.
- Аронов В.И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ. М.: Недра, 1990. 301 с.
- Балк П.И., Долгаль А.С., Пугин А.В., Мичурин А.В., Симанов А.А., Шархимуллин А.Ф. Эффективные алгоритмы истокообразной аппроксимации геопотенциальных полей // Физика Земли. 2016. № 6. С.112–128.
- Булах Е.Г., Латина Е.П. К вопросу о построении аналитической модели внешнего магнитного поля // Геофизический журнал. 2008. Т. 30, № 2. С.42–50.
- Гордин В.М., Михайлов Б.О., Михайлов В.О. Физические аспекты аппроксимации и фильтрации аномальных полей // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1980. № 1. С.78–93.
- Инструкция по гравиразведке. М.: Недра, 1980. 80 с.
- Миков Д.С. Интегральные методы интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. Томск: Изд-во ТГУ, 1975. 94 с.
- Молоденский М.С. Основные вопросы геодезической гравиметрии // Труды ЦНИИГАиК. 1945. Вып. 42. 110 с.
- Тихоцкий С.А., Шур Д.Ю. Применение многоуровневых истокообразных аппроксимаций к задачам магнитной картографии и анализа магнитного поля // Материалы 28-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского. М.: ОИФЗ РАН, 2001. С.130–131.
- Шванк О.А., Люстих Е.Н. Интерпретация гравитационных наблюдений. М.: Гос. научно-техн. изд-во нефтяной и горно-топливной литературы, 1947. 400 с.
- Vjerhamtar A. On Gravity. Royal Institute of Technology, Geodesy division, Stockholm, 1968. 129 p.

Сведения об авторе

ПУГИН Алексей Витальевич – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Горный институт Уральского отделения РАН. 614007, Пермь, ул. Сибирская, д. 78А. Тел.: +7(950) 468-81-12. E-mail: dr.alexpugin@gmail.com

SOURCEWISE APPROXIMATION OF GEOPOTENTIAL FIELDS. FROM THEORY TO PRACTICE

A.V. Pugin

Mining Institute, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Perm, Russia

Abstract. Theoretical definitions contain idealizations and by that differ from practical ones. Various algorithms of sourcewise approximation produce different distributions of equivalent sources. They all are theoretically equivalent but practically result to odds in mathematical transformations of geopotential fields. The article shows a practical definition has finite bounds of an integration domain whilst a theoretical one has no limits. This leads to the fact: different approximations have diverse complete surface integrals of field which is not possible the same as for real anomalous sources. The problem has no general solution but cannot be ignored. Interpreter could choose most useful algorithm to solve the geological problem if he has a number of them. The approximation algorithm has distinct advantages if it is able to analyze the structure of input data. This increases its chance to be selected for applying.

Keywords: sourcewise approximation, geopotential field, problem definition, algorithm, equivalent source, transformation.

References

- Aleksidze M.A. *Priblizhnyonnye metody resheniya pryamyh i obratnyh zadach gravimetrii* (Approximate Methods for Solving of Direct and Inverse Problems of Gravimetry). Moscow: Nauka, 1987. 336 p.

- Aronov V.I. *Metody postroeniya kart geologo-geofizicheskikh priznakov i geometrizaciya zalezhei nefii i gaza na EVM* (Methods of Mapping Geological-Geophysical Attributes and Geometrization of Oil-and-Gas Deposits Using ECM). Moscow: Nedra, 1990. 301 p.
- Aronov V.I. O vychislenii transformant i redukcii anomalii sily tyazhesti na vneshnyuyu ploskost v gornom raione (About Calculation of Transformants and Reductions of Gravity Anomalies onto Exterior Plane in Mountains Area). *Izv. Phys. Solid Earth*, 1967, no. 2, pp. 54-59.
- Balk P.I., Dolgal A.S., Pugin A.V., Michurin A.V., Simanov A.A., Sharkhimullin A.F. Effective algorithms for sourcewise approximation of geopotential fields. *Izv. Phys. Solid Earth*, 2016, vol. 52, no. 6, pp. 896-911.
- Bjerhammar, A. *On Gravity*. Royal Inst. Of Techn., Division of Geodesy, Stockholm, 1968, 129 p.
- Bulakh E.G., Lapina E.P. K voprosu o postroenii analiticheskoi modeli vneshnego magnitnogo polya (To the Problem of Plotting Analytical Model of External Magnetic Field). *Geophysical Journal*, 2008, vol. 30, no. 2, pp. 42-50.
- Gordin V.M., Mikhailov B.O., Mikhailov V.O. Fizicheskie aspekty approksimacii i filtracii anomalnykh polei (Physical Aspects of Approximation and Filtration of Anomalous Fields). *Izv. Phys. Solid Earth*, 1980, no. 1, pp. 78-93.
- Instrukciya po gravirazvedke*. (Instructions for Gravimetrical Prospecting). Moscow: Nedra, 1980. 80 p.
- Mikov D.S. *Integralnye metody interpretacii gravitacionnykh i magnitnykh anomalii* (Integral Methods of Interpretation of Gravity and Magnetic Anomalies). Tomsk State University: Tomsk, 1975. 94 p.
- Molodensky M.S. Osnovnye voprosy geodezicheskoi gravimetrii (Main Issues of Geodetic Gravimetry), in *Trudy Centralnogo nauchno-issledovatel'skogo instituta geodezii, aehroseмки i kartografii* (Proceedings of Central Scientific and Research Institute of Geodesy, Aersurvey and Cartography). Iss. 42. 1945. 110 p.
- Shvank O.A., Lustickh E.N. *Interpretaciya gravitacionnykh nablyudenii* (Interpretation of Gravity Measurements). Moscow: State Sci.-Tech. Publisher of Oil and Mining-Energy Literature, 1947, 400 p.
- Tikhotsky S.A., Shur D.U. Primenenie mnogourovnevnykh istokoobraznykh approksimacii k zadacham magnitnoi kartografii i analiza magnitnogo polya (Applying of Multilevel Sourcewise Approximation to Problems of Magnetic Cartography and Magnetic Data Analyses), in *Materialy 28-i sessii Mezhdunarodnogo seminara im. D.G.Uspenskogo* (Proceedings of 28 session of International Uspensky Conference), Moscow: The Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Sciences, 2001, pp. 130-131.