

УДК 534.2, 622.02

О ПРИЧИНАХ СЕЙСМИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ ГОРНЫХ ПОРОД. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НА ОБРАЗЦАХ БИОТИТОВЫХ ГНЕЙСОВ

© 2016 г. И.Ю. Зель^{1,2}, Т. И. Иванкина¹, Т. Локаичек³, Х. Керн⁴, Д. М. Левин²

¹ *Лаборатория нейтронной физики им. И.М. Франка, Объединенный институт ядерных исследований, г. Дубна, Россия*

² *Тульский государственный университет, г. Тула, Россия*

³ *Геологический институт Чешской Академии наук, г. Прага, Чешская Республика*

⁴ *Институт наук о Земле, Кильский университет, г. Киль, Германия*

Представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований на сильно анизотропном образце плагиоклаз-биотитового гнейса, структура которого обладает композиционной слоистостью, и на образце биотитового гнейса со слабой анизотропией. Использовались два метода акустических измерений сейсмической анизотропии – измерения лучевых скоростей продольных волн на сферическом образце и взаимодополняющие измерения фазовых скоростей продольных и поперечных волн на кубическом образце при разных всесторонних давлениях. Данные совместных ультразвуковых измерений были использованы для восстановления значений упругих модулей объемных образцов.

Кристаллографические текстуры основных породообразующих минералов исследуемых образцов определялись методом нейтронной дифракции. На основе текстурных данных проведено теоретическое моделирование упругих свойств с использованием различных методов усреднения и теории эффективных свойств микронеоднородной среды.

Авторами впервые применена нелинейная аппроксимация зависимости экспериментально измеренных скоростей продольных волн от всестороннего давления для оценки упругих свойств минерального скелета и преимущественной ориентации плоских микротрещин в объеме образцов. Теоретические расчеты позволили установить, что основными причинами возникновения упругой анизотропии образцов являются преимущественные ориентировки минералов слюды и микротрещин.

Сравнение результатов теоретического моделирования и ультразвуковых измерений показало существенные различия в значениях скоростей поперечных волн.

Ключевые слова: биотитовый гнейс, скорости упругих волн, кристаллографическая текстура, слоистость, сейсмическая анизотропия.

Введение

Сейсмическая анизотропия проявляется при распространении упругих волн различной поляризации в анизотропных горных породах как при сейсмических наблюдениях, так и в лабораторных экспериментах [Александров, Продайвода, 2000; Иванкина, Маттис, 2015; Babuska, Cara, 1991]. В лабораторных условиях изучение сейсмической анизотропии проводится с использованием ультразвукового зондирования посредством регистрации упругих волн, прошедших через образец горной породы в разных направлениях. Однако для установления факторов, влияющих на анизотропию упругих свойств, необходим комплексный подход, включающий дополнительные экспериментальные и теоретические методы исследований.

Горная порода представляет собой неоднородную поликристаллическую среду, упругая анизотропия которой среды зависит от особенностей микроструктуры, в том числе от преимущественной ориентировки зерен минералов (кристаллографическая текстура), их формы (текстура формы), композиционной слоистости, системы ориентированных микротрещин и межзерновых границ.

Измерения кристаллографической текстуры горной породы с помощью нейтронной дифракции позволяют выполнить полный количественный текстурный анализ, т.е. определить преимущественную ориентировку присутствующих в ней зерен основных пороодообразующих минералов [Иванкина, Маттис, 2015].

Острота текстуры и упругая анизотропия самих минералов принадлежат к главным причинам сейсмической анизотропии, наблюдаемой при высоких всесторонних давлениях в породах земной литосферы [Babuska, Cara, 1991]. Важно, что при низких давлениях (близких к атмосферному) упругие волны чувствительны к наличию несферических пор и микротрещин. Поэтому суммарная упругая анизотропия дополнительно будет зависеть от ориентировки, формы и объемного содержания микротрещин [Иванкина, Маттис, 2015; Kern et al., 2008; Vasin et al., 2013].

Форма зерен, как и форма трещин, также должна рассматриваться в качестве источника сейсмической анизотропии. Для пластинчатых минералов, таких, например, как биотит и мусковит, текстура формы связана с кристаллографической текстурой. В связи с этим при теоретическом моделировании учет влияния формы зерен может быть выполнен на основе данных о кристаллографической текстуре [Иванкина, Маттис, 2015; Vasin et al., 2013].

Композиционная слоистость, представляющая собой чередование слоев с разными свойствами, с одной стороны, относится к текстуре формы, поскольку слои являются упорядоченными объектами определенной формы. С другой стороны, слоистость – это пример закономерной пространственной неоднородности, что отличает ее от других факторов. Единственное экспериментальное подтверждение влияния слоистости на упругую анизотропию, полученное на искусственно созданных образцах, состоящих из слоев эпоксидной смолы и стекла, приводится в работе [Melia, Carlson, 1984]. Несмотря на то, что изучению анизотропии упругих свойств горных пород посвящены многие работы, фактор композиционной слоистости остается до настоящего времени мало изученным. Более того, сами подходы к выявлению причин возникновения сейсмической анизотропии в сложноструктурированных горных породах при различных всесторонних давлениях, используемые, например, в работах [Баюк, Рыжков, 2010; Kern et al., 2008; Vasin et al., 2013], ограничены либо количеством и полнотой экспериментальных данных, либо методами теоретического моделирования.

Ниже приведены результаты экспериментального и теоретического исследования гнейсов с различными структурными свойствами. Один из них (образец *PL367*) – это сильно анизотропный плагиоклаз-биотитовый гнейс с композиционно слоистой структурой; другой (образец *OKU2*) – однородный биотитовый гнейс, обладающий выраженной фолацией (сланцеватостью).

Описание образцов

Экспериментальные исследования проводились на образцах сферической (рис. 1, *а*) и кубической (рис. 1, *б*) формы. Диаметр сферического образца составлял 50 мм, высота грани кубического – 43 мм. Система координат *XYZ* для исследуемых образцов была выбрана согласно структурным (на описательном уровне) особенностям

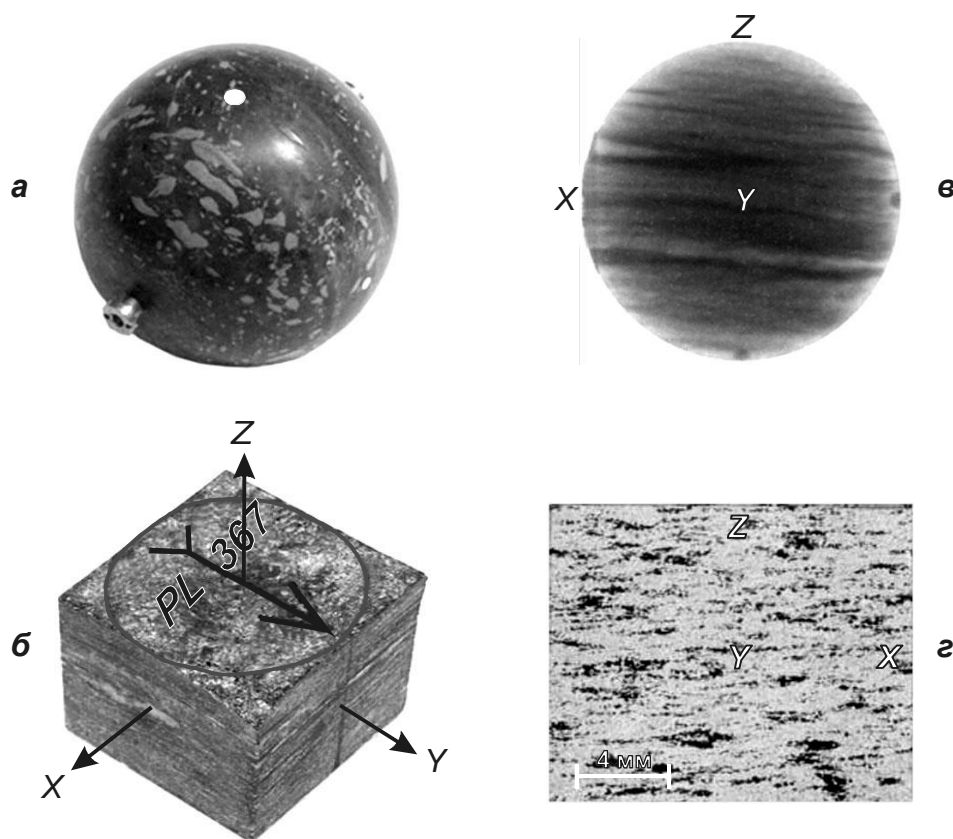


Рис. 1. Фотографии сферического (а) и кубического (б) образцов, нейтронно-радиографическое изображение слоистого гнейса PL367 (в) и микрофотография шлифа плоскости ZX сланцеватого гнейса OKU2 (з). На б показано положение осей системы координат XYZ, выбранной для образцов; темная окраска на б, з соответствует наиболее поглощающим минералам (слюдам)

горной породы: ось Z направлена перпендикулярно плоскости фолляции; оси X, Y лежат в плоскости фолляции и ориентированы параллельно (ось X) и перпендикулярно (ось Y) линейности (положение осей системы координат см. на рис. 1, б).

Образец биотитового гнейса OKU2, отобранный из исследовательской скважины в Оутокумпу (Финляндия) с глубины 409 м [Kern *et al.*, 2009], содержит 39.6 % кварца, 36.9 % плагиоклаза и 23.4 % биотита. Микроструктура образца представлена вкраплениями зерен биотита в кварц-плагиоклазовой матрице (см. рис. 1, з).

Образец плагиоклаз-биотитового гнейса PL367, отобранный с поверхности на участке Мустатунтури (Кольский полуостров), является аналогом архейских горных пород, извлеченных при проходке Кольской сверхглубокой скважины [Lobanov *et al.*, 2002]. В состав образца входит 30.6 % кварца, 28.8 % олигоклаза, 20.9 % биотита, 16.3 % мусковита и 3.4 % силлиманита. В отличие от образца OKU2 в этом образце зерна биотита и мусковита образуют практически параллельные слои, которые, согласно данным нейтронной радиографии, проведенной в Лаборатории нейтронной физики им. Франка в г. Дубне [Kichanov *et al.*, 2015], прослеживаются во всем объеме образца (см. рис. 1, в).

Экспериментальные методы

Измерение скоростей упругих волн. При измерении скоростей упругих волн использовались два экспериментальных подхода. Сначала в Геологическом институте

Академии наук Чешской Республики измерения скоростей упругих P -волн выполнялись на сферических образцах диаметром 50 мм в 150 направлениях при всестороннем (квазигидростатическом) давлении до 400 МПа [Lokajicek, Svitek, 2015]. Измерения проводились на специализированной установке, принцип действия которой состоит в применении пары ультразвуковых ($F=2$ МГц) преобразователей (источник–приемник), располагаемых диаметрально на сферической поверхности образца. Направления измерений задавались углами λ и φ , первый из которых определяет смещение пары преобразователей вокруг горизонтальной оси с шагом 15° в интервале значений λ от 0 до 75° (рис. 2, а). Угол φ описывает вращение образца вокруг вертикальной оси на 360° с тем же шагом (рис. 2, б). В результате вращения образца для каждого фиксированного положения пары источник–приемник направлениями измерения упругих волн образуется конус (см. рис. 2, а). Число независимых направлений измерений составляет 132. Вся измерительная конструкция помещается внутрь камеры высокого давления, которая заполняется маслом для создания квазигидростатического давления на образец.

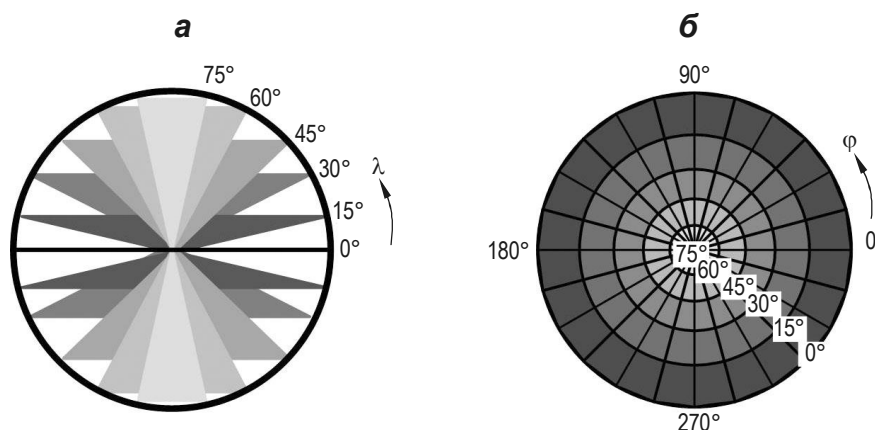


Рис. 2. Конусы направлений (а) и стереографическая проекция (б), соответствующие схеме измерений P -волн на сферическом образце. λ – угол, определяющий смещение пары преобразователей вокруг горизонтальной оси с шагом 15° в интервале значений λ от 0 до 75° ; φ – угол, описывающий вращение образца с тем же шагом вокруг вертикальной оси на 360°

Второй подход, осуществленный в Институте наук о Земле Университета г. Киль (Германия), предполагал измерение скоростей P - и S -волн на кубических образцах в трех направлениях при трехосном сжатии до 400 МПа. Давление создавалось гидравлическими рамами и передавалось на образец через наковальни в трех взаимно перпендикулярных направлениях (σ_1 , σ_2 , σ_3). К каждой грани кубического образца со стороны наковален подводилась система из трех преобразователей (P -датчик с частотой 2 МГц и два S -датчика с частотой 1 МГц), позволяющая измерять скорости P - и S -волн, распространяющихся в одном направлении. В результате этого эксперимента в направлениях, перпендикулярных к граням образца, были измерены три фазовые скорости V_P и шесть фазовых скоростей V_S (рис. 3). Более подробно принцип измерения и описание установки представлены в [Kern, 1982].

Восстановление упругих модулей по значениям скоростей упругих волн. Результаты ультразвуковых измерений на образцах, как правило, подтверждают наличие сейсмической анизотропии горных пород. Однако количественное описание упругой анизотропии образца предполагает установление закономерности между экспериментальными значениями скоростей упругих волн и самим тензором упругих моделей. Определение (восстановление) компонент тензора упругости по ограниченному набору измеренных

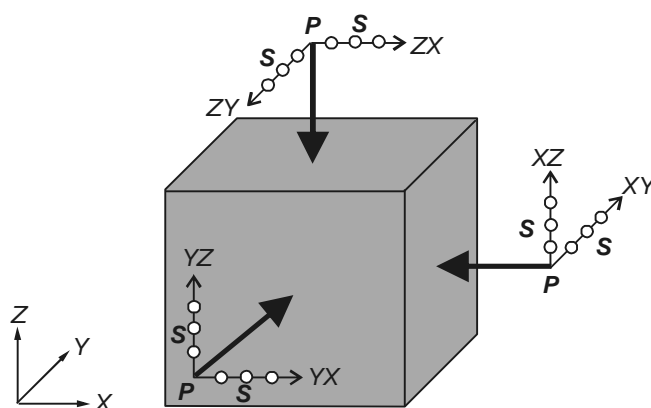


Рис. 3. Схема ультразвуковых измерений скоростей P - и S -волн на кубическом образце с использованием преобразователей разной поляризации

XYZ – система координат. Сплошные черные стрелки – направления распространения P -волн; стрелки с белыми кружками – направления распространения S -волн и их поляризации (например, для двух S -волн (XZ и XY), распространяющихся в направлении X , поляризация будет наблюдаться в направлениях Z и Y)

значений скоростей позволяет рассчитать скорости упругих волн различной поляризации, а также определить значения любых других упругих характеристик анизотропной среды.

В нашем случае для вычисления упругих модулей образцов горных пород использовались значения скоростей, полученные на сферическом и кубическом образцах. Уже отмечалось, что лучевые скорости P -волн были получены в 132 независимых направлениях, а фазовые скорости S -волн – в трех, что является достаточным для определения всех 21 компонент тензора упругости [Зель и др., 2015, 2016].

Процедура вычисления упругих модулей включает два этапа. Сначала по скоростям P -волн, измеренным в 132 направлениях на сферическом образце, рассчитываются 9 независимых компонент тензора упругости и 6 различных комбинаций упругих модулей. Затем на основе уже полученных значений упругих модулей определяются недостающие 12 независимых компонент тензора упругости с использованием 6 значений-скоростей S -волн, измеренных на кубическом образце.

Нейтронно-дифракционные измерения кристаллографических текстур. Преимущественная ориентировка зерен основных породообразующих минералов двух образцов биотитовых гнейсов была измерена методом нейтронной дифракции с помощью текстурного дифрактометра СКАТ на реакторе ИБР-2 в Институте ядерных исследований (Дубна, Россия) [Keppler et al., 2014]. Для исследуемых образцов использовалось детекторное кольцо с углом рассеяния $2\theta=90^\circ$. Регистрация дифракционных пиков проводилась одновременно для всех 19 детекторов; время экспозиции составляло 60 мин. Вращение образца осуществлялось с шагом в 10° , так что в результате были получены 684 дифракционных спектра. Далее дифракционные данные – спектры дифракционного рассеяния нейтронов – использовались для построения экспериментальных полюсных фигур (ПФ).

Результаты проведенных экспериментов

Определение анизотропии скоростей продольных и поперечных волн. Некоторые результаты, полученные для образцов *OKU2* и *PL367* на основе ультразвуковых измерений скоростей и восстановления из упругого тензора, представлены на рис. 4.

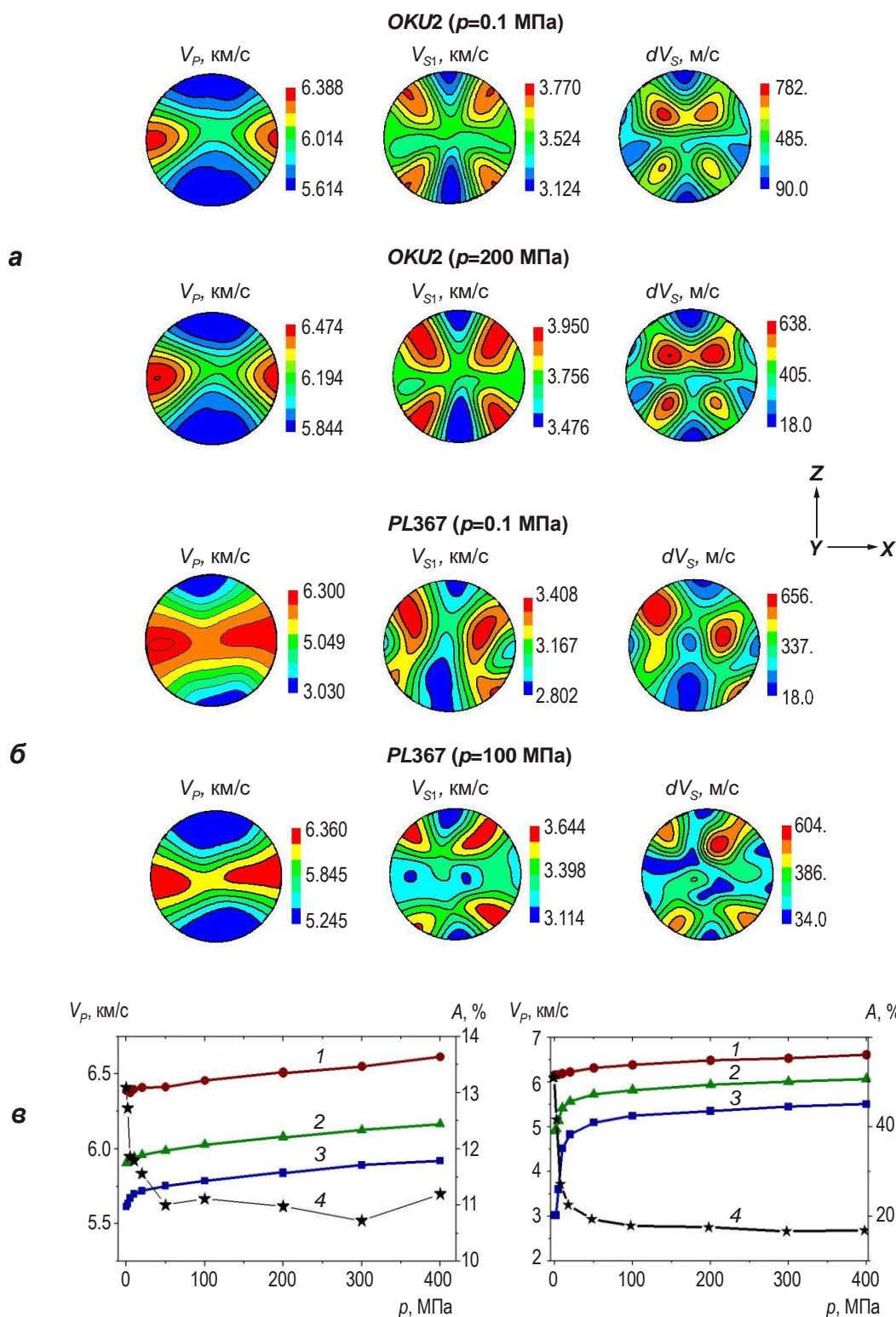


Рис. 4. Карты изолиний (стереографическая проекция) фазовых скоростей V_p , V_{S1} и расщепления dV_S скоростей S -волн, рассчитанные по восстановленным компонентам тензора упругости для образца *OKU2* при давлении $p=0.1$ МПа (атмосферное) и $p=200$ МПа (*а*) и то же для образца *PL367* при давлении $p=0.1$ МПа (атмосферное) и $p=100$ МПа (*б*); *в* – зависимости максимального (график 1), среднего (график 2), минимального (график 3) значений скоростей V_p и коэффициента анизотропии A (график 4) от давления для образцов *OKU2* (слева) и *PL367* (справа)

Для определения анизотропии скоростей продольных волн V_P использовался коэффициент A , предложенный в работе [Birch, 1961]:

$$A = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\text{mean}}} \cdot 100\% ,$$

где V_{\max} , V_{\min} , V_{mean} – максимальное, минимальное, среднее значения скоростей. Для поперечных волн главным показателем степени анизотропии является расщепление $dV_S = V_{S1} - V_{S2}$ [Crampin, 1981], наблюдаемое в тех направлениях, вдоль которых распространяются две поперечных волны со скоростями V_{S1} (быстрая S -волна) и V_{S2} (медленная S -волна).

Согласно картам изолиний скоростей P - и S -волн, для образца *OKU2* характерна орторомбическая симметрия упругих свойств (рис. 4, а), а для образца *PL367* – близкая к трансверсально-изотропной (рис. 4, б). Для обоих образцов на графиках, приводимых на рис. 4, в, наблюдается нелинейное возрастание скоростей P -волн с повышением всестороннего давления. Наибольшие различия между свойствами образцов обнаруживаются в поведении упругих P -волн, распространяющихся перпендикулярно плоскости XY (плоскость фолиации и слоистости) с минимальными скоростями $V_{P\min}$, что отражается и на значениях коэффициента A . Для образца *OKU2* коэффициент A при 0.1 МПа составляет 13 % и при увеличении всестороннего давления незначительно уменьшается, примерно, на 2 % (см. рис. 4, в, слева). Существенные изменения в скоростях $V_{P\min}$ в образце *PL367* (~2 км/с), наблюдаемые при повышении давления до 50 МПа, приводят к уменьшению коэффициента анизотропии с 51 % до 19 % (см. рис. 4, в, справа).

Особое внимание следует обратить на значительные различия в значениях скоростей V_S в зависимости от направления распространения поперечных S -волн в образцах. Максимальные значения скоростей V_{S1} и расщепления dV_S наблюдаются в направлениях, не совпадающих с направлениями осей X , Y структурной системы координат. В направлении оси Z , перпендикулярном к плоскости фолиации и слоистости, V_{S1} и dV_S в образцах *OKU2* и *PL367* становятся минимальными. В целом рассчитанные распределения скоростей V_{S1} и расщепления dV_S для двух образцов обладают схожими конфигурациями изолиний, слабо меняющимися с повышением давления.

Нелинейная аппроксимация зависимости скоростей упругих волн от давления. Наличие пор и микротрещин в горных породах существенным образом влияет на анизотропию упругих свойств, что выражается, например, в нелинейных изменениях упругих свойств образца под действием всестороннего давления (рис. 4, в). Действие сжимающего давления на пористый образец приводит к уменьшению объема пор и микротрещин. Наблюдаемая зависимость упругих свойств от давления может быть использована для определения упругих свойств минеральной матрицы и ориентации системы микротрещин, например, с помощью нелинейной аппроксимации зависимости скоростей P -волн от давления:

$$V_P = V_{P0} + Bp - D \exp(-k \cdot p), \quad (1)$$

где p – всестороннее давление; V_{P0} и $B = \frac{\partial V_P}{\partial p}$ – скорость и изменение скорости с давлением, соответствующие упругим свойствам минеральной матрицы при нулевом (атмосферном) давлении ($p=0$, $D=0$); D и k – параметры, описывающие влияние трещин и пор ($p=0$).

Данная аппроксимация была применена к фазовым скоростям P -волн, рассчитанным после восстановления упругих модулей образцов в 132 направлениях. На рис. 5 представлены полученные пространственные распределения параметров V_{P0} , B , D , $1/k$ для образцов *OKU2* и *PL367*. Карты изолиний V_{P0} для обоих образцов проявляют

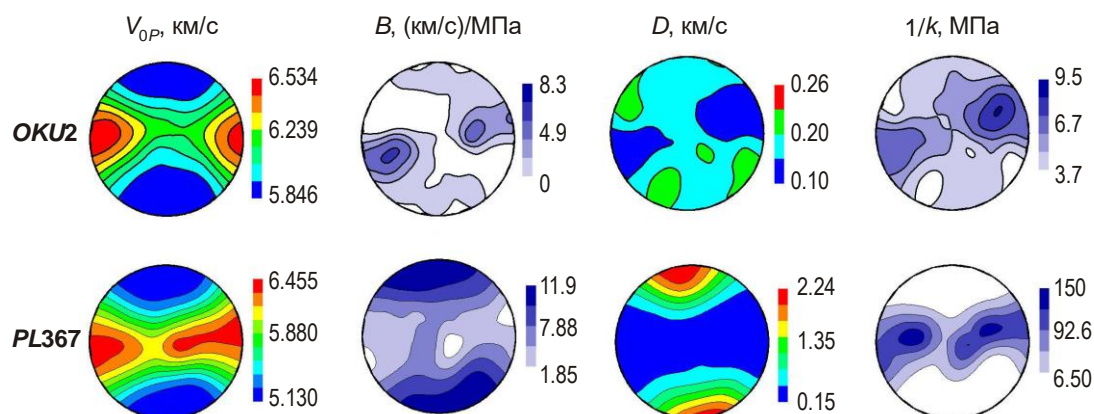


Рис. 5. Трехмерные распределения (стереографическая проекция) параметров нелинейной аппроксимации (1) для образцов *OKU2* (верхний ряд) и *PL367* (нижний): первый столбец – V_{0P} , второй – B , третий – D , четвертый – $1/k$. Система координат ZXY аналогична приведенной на рис. 4

симметрию и анизотропию, схожие с экспериментальными распределениями скоростей P -волн при высоких давлениях (см. рис. 4). Таким образом, есть основания считать, что упругие свойства минеральной матрицы могут быть описаны экспериментальными значениями скоростей, полученными при $p=200$ МПа на образце *OKU2* и $p=100$ МПа на образце *PL367*.

Можно видеть, что распределение параметра D для образца *PL367* имеет характерный максимум, сконцентрированный вблизи оси Z с отклонением от нее приблизительно на 15° (см. рис. 5, нижний ряд). По-видимому, ориентация микротрещин в этом образце при $p=0.1$ МПа обладает выделенным направлением, что сказывается на характере распределения D .

В отличие от образца *PL367* диапазон изменения скоростей упругих P -волн в образце *OKU2* не является значительным (максимум параметра D составляет примерно 270 м/с). Тем не менее, для этого образца само распределение D не является равномерным и имеет выраженные полюса минимальных значений (см. рис. 5, верхний ряд), что также указывает на возможную преимущественную ориентацию системы микротрещин или вытянутых пор.

Результаты измерений кристаллографической текстуры. Текстурные измерения биотитового гнейса и плагиоклаз-биотитового гнейса проводились на сферических образцах. На основе нейтронно-дифракционных данных с помощью алгоритма *WIMV* [Иванкина, Маттис, 2015] были рассчитаны функции распределения зерен по ориентировкам (ФРО) для всех породообразующих минералов. Затем по ФРО в биотите и мусковите для основных кристаллографических плоскостей (001), (010), (100) были рассчитаны полюсные фигуры (ПФ), отражающие хорошо развитую острую текстуру (рис. 6).

В обоих образцах максимум полюсной плотности распределения плоскостей (001) в зернах слюд ориентирован почти перпендикулярно плоскости фолляции с углом наклона к оси Z в $10\text{--}15^\circ$. Преимущественная ориентация плоскостей (010) и (110) образует пояса, параллельные плоскости фолляции, что приводит к формированию почти аксиальной текстуры. Наиболее острой текстурой обладает биотит в образце *PL367* с максимумом полюсной плотности на ПФ (001), равным 11.2 m.r.d.^1 , что почти в 2 раза превышает аналогичный максимум в образце *OKU2*, составляющий 6.35 m.r.d.

¹ m.r.d. – единицы, кратные хаотическому распределению (от англоязычного *multiples of random distribution*).

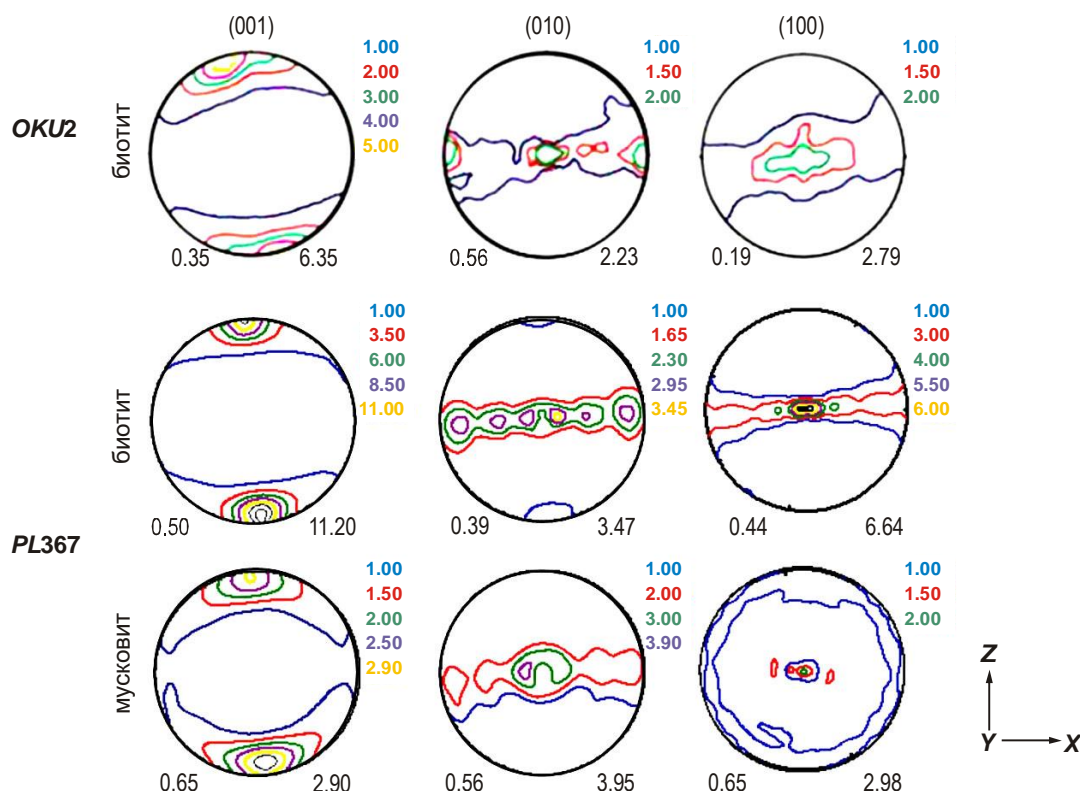


Рис. 6. Построенные по нейтронно-дифракционным данным полюсные фигуры (ПФ) базовых кристаллографических плоскостей в образцах *OKU2* (первый ряд) и *PL367* (второй, третий ряды) для биотита и мусковита. Представлены стереографические проекции. Цифры под ПФ – минимальные (слева) и максимальные (справа) значения полюсной плотности, выражаемые в m.r.d.

Кристаллографические текстуры кварца и плагиоклаза в обоих образцах слабые, характеризующиеся несимметричным распределением полюсной плотности относительно структурной системы координат *XYZ*.

Теоретическое моделирование упругой анизотропии

Математические модели упругой анизотропии минеральной матрицы. Моделирование упругих свойств микронеоднородной среды, например, горной породы, основывается на вычислении эффективных свойств некоторой однородной среды [Шермергор, 1977]. Наиболее простыми моделями являются оценки Фойгта и Ройсса, предполагающие однородность деформаций или напряжений в каждой точке среды. Такие подходы дают возможность оценить верхнюю и нижнюю границы значений упругих свойств. Чтобы результирующие упругие модули лежали внутри этих границ, было предложено использование арифметического и геометрического среднего упругих тензоров в приближениях Фойгта и Ройсса.

Более сложные методы (метод самосогласования, сингулярное приближение, *GEO-MIX-SELF* (*GMS*) и др.), основанные на решении Эшелби для эллипсоидного включения, позволяют учитывать форму зерен и их ориентировку [Иванкина, Маттис, 2015]. Решение задачи об эффективных упругих свойствах слоистых сред было получено в [Backus, 1962] для модели изотропных слоев и впоследствии обобщено на случай произвольно анизотропных слоев в [Schoenberg, Muir, 1989].

Для оценки влияния на упругую анизотропию образцов *OKU2* и *PL367* разнообразных факторов было проведено моделирование упругих свойств с использованием различных подходов.

Сначала рассчитывались упругие свойства моделей минерального скелета, не содержащего поры и микротрещины. Усреднение с учетом лишь кристаллографической текстуры минеральных зерен (ФРО) выполнялось методом геометрического среднего (модель *GEOMEAN*). Для расчетов использовались упругие модули монокристаллов биотита, мусковита, кварца, силлиманита и олигоклаза (номер An29 в ряду плагиоклазов), взятые из справочных материалов, приводимых в [Bass, 1995].

Влияние формы зерен слюды (мусковита и биотита) на упругие свойства образца моделировалось методом *GEO-MIX-SELF (GMS)* [Иванкина, Mammuc, 2015; Vasin et al., 2013], который включает в себя метод самосогласования и геометрическое усреднение. Расчетная модель (модель *GMS*) представляет собой состоящую из плагиоклаза, кварца и силлиманита¹ слабоанизотропную матрицу, в которой в виде эллипсоидных включений присутствуют вкрапления зерен слюды (мусковита и биотита). Упругие свойства матрицы были определены методом *GEOMEAN*. Форма зерен слюды (мусковита и биотита) описывалась как эллипсоид с параметрами {1:1:0.05} для образца *OKU2* и {1:1:0.01} для образца *PL367*. Также предполагалось, что распределение по ориентировкам формы зерен совпадает с кристаллографической текстурой (ФРО) самих зерен.

Модель с композиционной слоистостью (модель *Backus*) рассчитывалась на основе общей формулировки для анизотропных слоев, полученной в [Schoenberg, Muir, 1989]. Образцы рассматривались как слоистая среда, в которой одни слои были образованы текстурированными зернами биотита и мусковита с упругими свойствами, рассчитанными методом *GEOMEAN*, а другие – текстурированными зернами плагиоклаза, кварца и силлиманита (последнее – в случае образца *PL367*) со свойствами, рассчитанными тем же методом.

Результаты расчетов упругих свойств образцов представлены на рис. 7, 8.

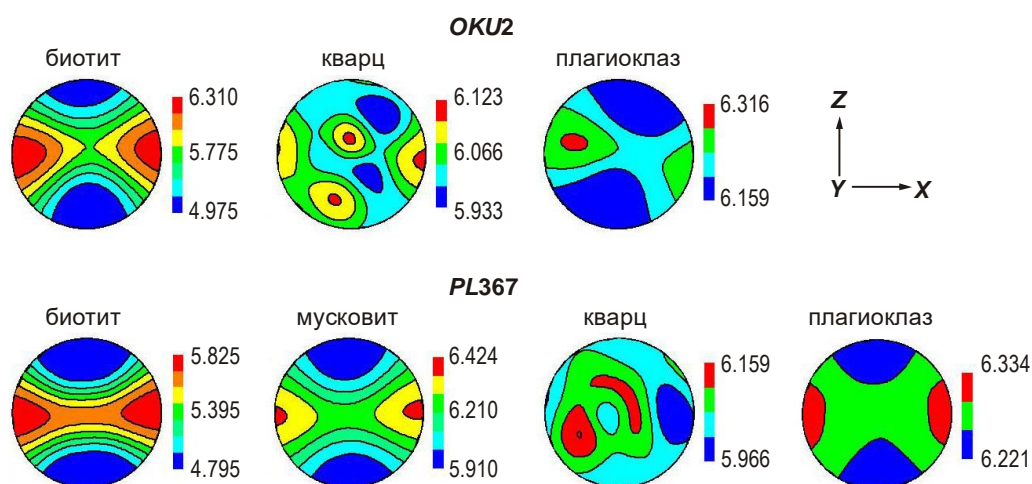


Рис. 7. Пространственное распределение фазовых скоростей V_p , км/с (стереографическая проекция) для минеральных компонент двух образцов, полученные методом *GEOMEAN*

¹ Силлиманит был представлен в виде хаотически ориентированных кристаллитов в образце *PL367*.

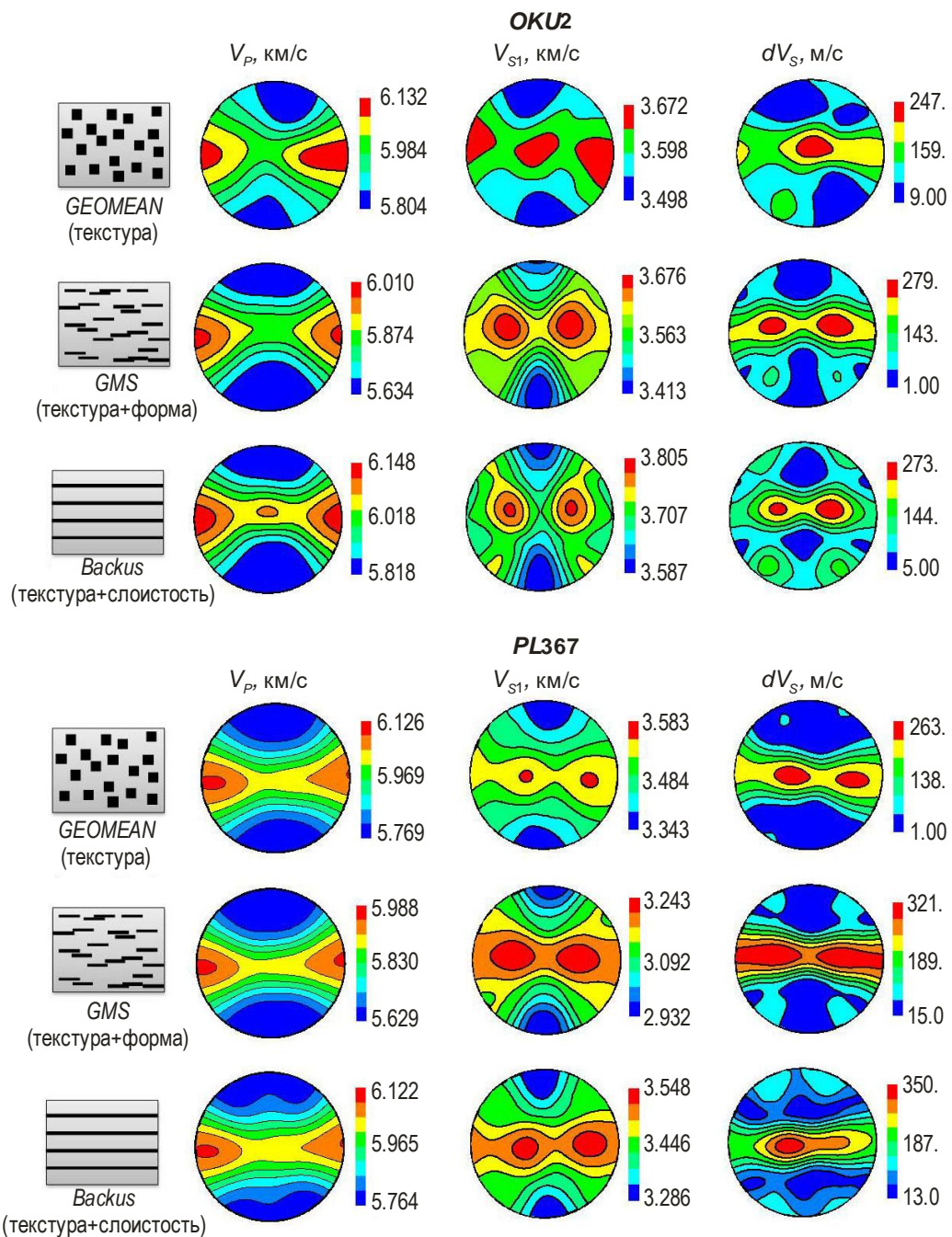


Рис. 8. Рассчитанные с использованием математических моделей *GEOMEAN*, *GMS*, *Backus* поверхности (стереографическая проекция) фазовых скоростей V_P (первый столбец), V_{S1} (второй) и расщепления dV_S (третий) для образцов *OKU2* (вверху) и *PL367* (внизу)

Из пространственного распределения скоростей V_P (см. первые столбцы на рис. 7, 8) следует, что объемная упругая анизотропия образцов контролируется преимущественно кристаллографическими текстурами биотита и мусковита. Эффективные упругие свойства разных теоретических моделей минеральной матрицы (*GEOMEAN*, *GMS*, *Backus*) для обоих образцов отличаются незначительно. Наибольшие различия (порядка 6 %) между моделями наблюдаются только для пространственных распределений

скоростей упругих S -волн V_{S1} : положения максимумов и сами значения скоростей в этих направлениях заметно различаются. Сравнение же результатов теоретического моделирования, приведенных на рис. 7, 8, с экспериментальными данными (см. рис. 4) говорит о существенных расхождениях – для скоростей P -волн различие составляет порядка 10 %, а для расщепления скоростей поперечных волн dV_s доходит практически до 50 %.

Математические модели упругой анизотропии с учетом пор и трещин. Следующим шагом стало моделирование эффективных свойств образцов с учетом наличия в них пор и микротрещин. Была предложена модель текстурированной минеральной матрицы с включениями двух видов пор – сферических и вытянутых в форме эллипсоида (микротрещины). Для образца *OKU2* использовались параметры эллипсоида {1.1.0.1}, для образца *PL367* – {1.1.0.005}.

Для описания свойств минеральной матрицы образцов (без пор и трещин) применялись упругие модули, рассчитанные с помощью ФРО (*GEOMEAN* для образца *OKU2* и *Vackus* для *PL367*). Для последующего сравнения были выбраны упругие модули образцов, рассчитанные по экспериментальным данным, полученным $p=200$ МПа для образца *OKU2* и $p=100$ МПа для образца *PL367*.

Влияние пор и микротрещин на упругие свойства образца моделировалось методом *GMS*, в котором упругие модули включений (пустот) полагались равными нулю. Оценка доли микротрещин в общей пористости образцов была проведена следующим образом.

Плотность образца *OKU2*, измеренная при атмосферном давлении, составляет 2.724 г/см^3 , что близко к значению плотности ρ_m , рассчитанному по минеральному составу (2.742 г/см^3). Образец *PL367* содержит большее количество слюды по сравнению с образцом *OKU2*, поэтому плотность его выше и составляет 2.768 г/см^3 при $p=0.1$ МПа, а минеральная плотность $\rho_m=2.809 \text{ г/см}^3$. Рассчитанное по формуле

$$\phi = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_m} \right) \cdot 100\% \quad (2)$$

значение пористости при атмосферном давлении для образца *OKU2* составило ~ 0.7 %, образца *PL367* – 1.6 %.

В случае образца *PL367* наименьшее различие между экспериментально измеренными значениями скоростей P -волн и распределением V_{P0} соответствует эксперименту при давлении 100 МПа. Поэтому предполагалось, что при 100 МПа все микротрещины (плоские вытянутые поры) в объеме образца являются закрытыми и не влияют на его упругие свойства. Измерение плотности *PL367* проводилось одновременно с измерениями скоростей упругих P - и S -волн во всем диапазоне всестороннего давления на кубическом образце (см. рис. 3, в). При давлении 100 МПа значение плотности составило 2.783 г/см^3 . Пренебрегая незначительными изменениями плотности минералов при повышении давления до 100 МПа, по формуле (2) получим, что при 100 МПа пористость образца *PL367* равна 1 %. Учитывая, что пористость образца при атмосферном давлении составляет 1.6 %, получаем оценку пористости, зависящую от микротрещин – 0.6 %.

Преимущественная ориентация трещин заданной формы (эллипсоидных включений) определялась в соответствии с распределением величины D (см. рис. 5). Направления, в которых произошли наибольшие изменения скоростей V_P при повышении давления, т.е. положение максимумов на распределении D , соответствуют направлениям нормалей к плоскости микротрещин. Поэтому пространственная ориентация

микротрещин в образце *PL367* описывалась δ -функцией как в случае ФРО монокристалла с одним единственным вращением на 15° вокруг оси Y .

Упругие свойства менее пористого образца *OKU2* при давлении 0.1 МПа моделировались аналогичным способом. Свойства минеральной матрицы описывались экспериментальными значениями упругих модулей при 200 МПа. Поскольку всестороннее давление не оказало значительного влияния на анизотропию и скорости упругих волн в этом образце (см. рис. 4), то наличие пор и микротрещин моделировалось со значением пористости при давлении 0.1 МПа. Преимущественная ориентация вытянутых пор задавалась, как и в случае образца *PL367*, δ -функцией – в соответствии с распределением D (см. рис. 5).

Распределения фазовых скоростей P - и S -волн образцов *OKU2* и *PL367* с учетом рассмотренных теоретических моделей показаны на рис. 9.

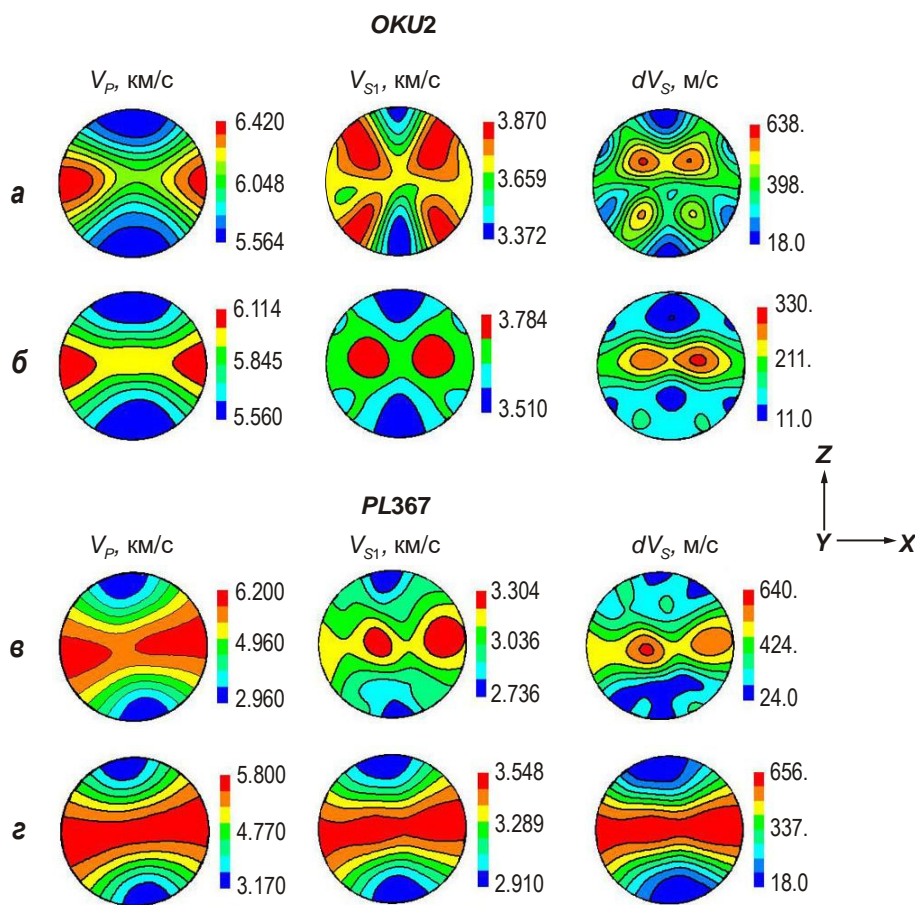


Рис. 9. Карты изолиний фазовых скоростей V_P (первый столбец), V_{S1} (второй) и расщепления dV_S скоростей S -волн (третий), теоретически рассчитанные по разным математическим моделям для двух исследованных образцов

Образец *OKU2*: моделирование со свойствами минеральной матрицы по измерениям скоростей P и S -волн при давлении 200 МПа (а) и по модели *GEOMEAN* (б);

Образец *PL367*: моделирование со свойствами минеральной матрицы по измерениям скоростей P и S -волн при давлении 100 МПа (в) и по модели *Backus* (г)

Представленные карты изолиний V_P для моделей с разными свойствами минеральной матрицы согласуются с экспериментальными распределениями, полученными при давлении 0.1 МПа. Тем не менее, наилучшее соответствие экспериментальным

данным для P -волн наблюдается для моделей с упругими модулями минеральной матрицы, восстановленными при давлении 200 МПа для образца $OKU2$ (см. рис. 4, *a*) и 100 МПа для $PL367$ (см. рис. 4, *b*). Для S -волн данные моделирования с учетом трещин хорошо согласуются с результатами ультразвуковых измерений при атмосферном давлении только у образца $OKU2$ (см. рис. 9), когда в качестве модели использовалась минеральная матрица с упругими свойствами образца $OKU2$ при давлении 200 МПа.

Для образца $PL367$ результаты теоретического моделирования, основанные на экспериментально полученных упругих модулях при давлении 100 МПа, описывают характер распределения измеренных скоростей S -волн только качественно, поскольку наблюдается совпадение лишь максимальных и минимальных значений скоростей V_{S1} и расщепления dV_s .

Обсуждение

Исследованные образцы представляют два типичных случая геологических сред с разными структурными особенностями и степенью анизотропии упругих свойств. Сравнение результатов теоретического моделирования с экспериментальными значениями фазовых скоростей V_P и расщепления dV_s скоростей S -волн при разных давлениях показало существенные различия, особенно для образца слоистого гнейса $PL367$.

В неоднородных средах, ярким примером которых является слоистая среда, распространение упругих волн сопровождается многократным рассеянием на неоднородностях, что приводит к появлению дисперсии скоростей упругих волн. Если же длина упругой волны λ существенно превышает размеры неоднородностей L (длинноволновый случай), то скорости упругих волн, проходящих через неоднородную среду, не будут зависеть от длины упругой волны. Таким образом, измеренные значения скоростей описывают эффективные упругие свойства неоднородной среды как если бы эта среда была однородной. Поэтому выполнение условия длинноволнового приближения

$$R = \frac{\lambda}{L} \gg 1 \quad (3)$$

является необходимым для сравнения результатов теоретического моделирования с экспериментально измеренными значениями скоростей упругих волн в горных породах.

Для скоростей P - и S -волн в образце $PL367$ при давлениях до 100 МПа минимальное значение R составляет порядка единицы, что, по-видимому, и вызвало расхождения между результатами теоретического моделирования (см. рис. 8, 9) и полученными экспериментально значениями скоростей (см. рис. 4). Из сравнения рис. 4, 8, 9 также очевидным образом следует, что скорости поперечных волн в образце $PL367$ оказались более чувствительны к его слоистой структуре, особенно при атмосферном давлении. Это обусловлено наличием в слоях микротрещин, которые существенно повышают контраст упругих свойств слоев, что ведет к большему рассеянию упругих волн и соответственно дисперсии скоростей S -волн.

Контраст упругих свойств самих минералов в образце $PL367$ также влияет на упругую анизотропию эффективных свойств, рассчитанных по разным микромеханическим моделям. В анизотропном образце горной породы слоистость и текстура формы вносят вклад в суммарную упругую анизотропию, завися от кристаллографической текстуры минералов. Слабый контраст упругих свойств минералов, острота кристаллографической текстуры биотита и мусковита стали причиной того, что разные теоретические модели в целом слабо отличаются друг от друга для образца $PL367$, а основным

фактором, контролирующим упругую анизотропию, является преимущественная ориентировка зерен биотита и мусковита (см. рис. 6).

Аналогичные оценки контраста упругих свойств справедливы и для более однородного образца *OKU2*. Однако различие между экспериментом и теорией в этом случае не может быть объяснено нарушением условия длинноволнового приближения. Скорее всего, расхождения могут быть вызваны тем, что используемые теоретические методы расчета эффективных свойств основаны на предположении об однородности напряжений и деформаций внутри каждой фазы многофазной среды. Такое приближение реально может не соответствовать распределениям локальных напряжений и деформаций в зернах минералах.

Одна из особенностей настоящей работы – применение нелинейной аппроксимации (1) для оценки свойств минеральной матрицы и влияния микротрещиноватости. Распределение коэффициента D (см. рис. 5) хорошо коррелирует с преимущественной ориентировкой слюд, полученной по данным нейтронографического текстурного анализа. По-видимому, в слюдах исследованных образцов имеется система ориентированных межзеренных границ, трещин и вытянутых пор, связанных с кристаллографической текстурой и свойствами мусковита и биотита. Это подтверждается и хорошим соответствием результатов теоретического моделирования экспериментально установленным распределениям скоростей P -волн при 0.1 МПа для образца *PL367* (см. рис. 4, б и рис. 9, в) и скоростей P - и S -волн при 0.1 МПа для образца *OKU2* (см. рис. 4, а и рис. 9, а).

В работе также показано, что упругие свойства горной породы, содержащей трещины и поры, существенно зависят от свойств текстурированной минеральной матрицы. Это влияет на результаты оценки пористости и других параметров пустотного пространства, производимой на основе экспериментальных данных о скоростях упругих волн (см., например, [Баяк, Рыжков, 2010]). Отмеченное обстоятельство является важным для практических задач по изучению нефте- и газоносных горных пород.

Заключение

С использованием комплексного подхода, включающего нейтронографический текстурный анализ, ультразвуковые измерения скоростей упругих волн и теоретическое моделирование, авторами проведено исследование упругой анизотропии сильно анизотропного образца плагиоклаз-биотитового гнейса и образца биотитового гнейса со слабой анизотропией. Впервые получены экспериментальные пространственные распределения скоростей P - и S -волн для образца слоистой горной породы.

Выполненное разными методами теоретическое моделирование эффективных упругих свойств образца показало, что главным фактором, контролирующим анизотропию упругих свойств исследованных образцов гнейсов, является преимущественная ориентировка зерен слюд (мусковита и биотита). Проявление неоднородности в структуре (композиционная слоистость), а также наличие неоднородных напряжений и деформаций внутри кристаллитов влияют на экспериментально измеряемые значения скоростей упругих P - и S -волн и, в конечном итоге, приводят к наблюдаемым различиям между результатами ультразвуковых измерений и теоретического моделирования.

В работе впервые применена нелинейная аппроксимация зависимости скоростей P -волн от давления для оценки упругих свойств минеральной матрицы и преимущественной ориентации плоских трещин и вытянутых пор в объеме образца. Установлена корреляция распределения коэффициента D в нелинейной аппроксимации с кристалло-

графической текстурой слюды, которая обуславливает ориентировку ее межзеренных границ и наличие ориентированных микротрещин в зернах этих минералов.

На примере исследованных образцов показана важность определения упругих свойств минерального скелета при решении задач о трещинно-поровом пространстве объема горной породы на основе сейсмоакустических методов и теоретического моделирования.

Благодарности

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке грантов Полномочного представителя Чешской Республики в Объединенном институте ядерных исследований (ОИЯИ, приказ № 189 от 29.03.2016, п. 27), Программы сотрудничества ОИЯИ – Чешская Республика (приказ № 155 от 14.03.2016 г., п. 26), а также контракта *MSMT Kontakt II – LH13102*, проектов Грантового агентства Чешской Республики *13-13967S* и долговременной исследовательской темы № *RVO67985831* Геологического института Академии наук Чешской Республики.

Эксперименты с использованием нейтронного рассеяния выполнены с помощью текстурного дифрактометра SKAT на исследовательской ядерной установке ИБР-2 в лаборатории нейтронной физики Объединённого института ядерных исследований (г. Дубна, Россия).

Литература

- Александров К.С., Продайвода Г.Т.* Анизотропия упругих свойств минералов и горных пород. Новосибирск: Изд-во СО РАН. 2000. 354 с.
- Баюк И.О., Рыжков В.И.* Определение параметров трещин и пор карбонатных коллекторов по данным волнового акустического каротажа // Технологии сейсморазведки. 2010. № 3. С.32–42.
- Зель И.Ю., Иванкина Т.И., Левин Д.М., Локаичек Т.* Применение модифицированного метода ультразвуковых измерений для определения упругих модулей горных пород // Кристаллография. 2015. Т. 60, № 4. С.537–545.
- Зель И.Ю., Иванкина Т.И., Левин Д.М., Локаичек Т.* Лучевые скорости *P*-волн и обратная задача акустики применительно к анизотропным средам // Кристаллография. 2016. Т. 61, № 4. С.599–605.
- Иванкина Т.И., Маттис З.* О развитии количественного текстурного анализа и применении его в решении задач наук о Земле // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2015. Т. 46, вып. 3. С.366–423.
- Шермергор Т.Д.* Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977. 399 с.
- Babuska V., Cara M.* Seismic Anisotropy in the Earth. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. 219 p.
- Backus G.E.* Long-wave elastic anisotropy reduced by horizontal layering // J. Geophys. Res. 1962. V. 67. P.4427–4440.
- Bass J.D.* Elasticity of Minerals, Glasses, and Melts // Mineral Physics and Crystallography: A Handbook of Physical Constants / Ed. T.J. Ahrens. AGU Ref. Shelf. 1995. V. 2. AGU. Washington D.C. P.45–63. doi: 10.1029/RF002p0045.
- Birch F.* The velocity of compressional wave velocities in rocks to 10 kbar // J. Geophys. Res. 1961. V. 66. P.2199–2224.
- Crampin S.* A review of wave motion in anisotropic and cracked elastic-media // Wave motion. 1981. V. 3. P.341–391.
- Keppeler R., Ullemeyer K., Behrmann J.H., Stipp M.* Potential of full pattern fit methods for the texture analysis of geological materials: implications from texture measurements at the recently upgraded neutron time-of-flight diffractometer SKAT // J. Appl. Crystallography. 2014. V. 47. P.1520–1534.

- Kern H.* P- and S-wave velocities in crustal and mantle rocks under the simultaneous action of high confining pressure and high temperature and the effect of the rock microstructure // *High-Pressure Researchers in Geoscience* / Ed. W.Schreyer. Stuttgart: Schweizerhartsche Verlagsbuchhandlung, 1982. P.15–45.
- Kern H., Ivankina T.I., Nikitin A.N., Lokajicek T., Pros Z.* The effect of oriented microcracks and crystallographic and shape preferred orientation on bulk elastic anisotropy of a foliated biotite gneiss from Outokumpu // *Tectonophysics*. 2008. V. 457. P.143–149.
- Kern H., Mengel K., Strauss K.W., Ivankina T.I., Nikitin A.N., Kukkonen I.T.* Elastic wave velocities, chemistry and modal mineralogy of crustal rocks sampled by the Outokumpu scientific drill hole: Evidence from lab measurements and modeling // *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 2009. V. 175. P.151–166.
- Kichanov S.E., Kozlenko D.P., Ivankina T.I., Rutkauskas A.V., Savenko B.N.* The neutron imaging and tomography studies of deep-seated rocks from the Kola superdeep borehole // *Physics Procedia*. 2015. V. 69. P.537–541.
- Lobanov K.V., Kazansky V.I., Kusnetsov A.V., Zharikov A.V., Nikitin A.N., Ivankina T.I., Zamyatina N.V.* Correlation of Archean rocks from the Kola superdeep borehole and their analogues from the surface: evidence from structural – petrological, petrophysical and neutron diffraction data // *Petrology*. 2002. V. 10, N 1. P.23–38.
- Lokajicek T., Svitek T.* Laboratory measurement of elastic anisotropy on spherical rock samples by longitudinal and transverse sounding under confining pressure // *Ultrasonics*. 2015. V. 56. P.294–302.
- Melia P.J., Carlson R.L.* An experimental test of P-wave anisotropy in stratified media // *Geophysics*. 1984. V. 49. P.364–378.
- Schoenberg M., Muir F.* A calculus for finely layered anisotropic media // *Geophysics*. 1989. V. 54, N 5. P.581–589.
- Vasin R.N., Wenk H.-R., Kanitpanyacharoen W., Matthies S., Wirth R.* Elastic anisotropy modeling of Kimmeridge shale // *J. Geophys. Res.: Solid Earth*. 2013. V. 118. P.1–26.

Сведения об авторах

ЗЕЛЬ Иван Юрьевич – инженер, Лаборатория нейтронной физики им. И.М. Франка, Объединенный институт ядерных исследований. 141980, Московская область, г. Дубна, ул. Жолио Кюри, д. 6; аспирант, Тульский государственный университет. 300600, г. Тула, пр. Ленина, д. 92. Тел.: +7(925) 824-06-20. E-mail: ivangreat2009@gmail.com

ИВАНКИНА Татьяна Ивановна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Лаборатория нейтронной физики им. И.М. Франка, Объединенный институт ядерных исследований. 141980, Московская область, г. Дубна, ул. Жолио Кюри, д. 6. Тел.: +7(49621) 63856. E-mail: iti@nf.jinr.ru.

ЛОКАИЧЕК Томаш – доктор философии, заведующий лабораторией, Геологический институт Академии наук Чешской Республики. Розвойова, 629, 165 02 Прага 6, Чешская Республика. Тел.: +420-224 314146. E-mail: lokajicek@gli.cas.cz,

КЕРН Хартмут – доктор наук, профессор, Институт наук о Земле, Университет г. Киль. 24098, г. Киль, Германия. Тел.: +49-0431-880-2919. E-mail: kern@min.uni-kiel.de.

ЛЕВИН Даниил Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор, Тульский государственный университет. 300600, г. Тула, пр. Ленина, д. 92. Тел.: +7(4872) 25-79-28. E-mail: levin@physics.tsu.tula.ru

ON THE ORIGIN OF SEISMIC ANISOTROPY IN ROCKS. EXPERIMENTAL AND THEORETICAL STUDIES ON BIOTITE GNEISS SAMPLES

I.Yu. Zel^{1,2}, T.I. Ivankina¹, T. Lokajicek³, H. Kern⁴, D.M. Levin²

¹ Frank Laboratory of Neutron Physics, Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

² Tula State University, Tula, Russia

³ Institute of Geology Academy of Sciences Czech Republic, Prague, Czech Republic

⁴ Institute of Earth Sciences, University of Kiel, Germany

Abstract. The paper presents the results of experimental and theoretical investigations on highly anisotropic layered plagioclase-biotite gneiss and biotite gneiss of weak anisotropy. We used two different methods for measuring seismic anisotropy: measurements of P-wave ray velocities on a sphere and comprehensive measurements of P- and S-wave phase velocities on a cube under different confining pressures. The combination of P-wave velocity spatial distribution with S-wave velocities in three orthogonal directions was used to recover the elastic moduli of anisotropic rock samples. The crystallographic preferred orientations (CPOs) of major minerals were measured by time-of-flight neutron diffraction. On the basis of CPO the effective media modeling of elastic properties was performed using different inclusion methods and averaging procedures. In our work for the first time we implemented a nonlinear approximation of the P-wave velocity-pressure relation for estimation of mineral matrix properties and orientation distribution of microcracks. From the theoretical modeling we found that the bulk elastic anisotropy of the sample is controlled by the CPOs of mica grains and microcracks. The comparison of theoretical calculations of elastic properties with ultrasonic measurements showed large discrepancies in S-wave velocities.

Keywords: biotite gneiss, elastic wave velocities, crystallographic texture, compositional layering, seismic anisotropy.

References

- Aleksandrov K.S. and Prodajvoda G.T., *Anizotropiya uprugih svojstv mineralov i gornyh porod* (Anisotropy of elastic properties of minerals and rocks), Novosibirsk: Publishing House SB RAS, 2000.
- Bayuk I.O. and Ryzhkov V.I., *Opredelenie parametrov treshchin i por karbonatnykh kollektorov po dannym volnovogo akusticheskogo karotazha. Tekhnologii sejsmorazvedki*, 2010, no. 3, pp. 32–42.
- Zel I.Yu., Ivankina T.I., Levin D.M., and Lokajicek T., Application of a modified method of ultrasonic measurements for determination of elastic moduli of rocks. *Crystallography Reports*, 2015, vol. 60, no. 4, pp. 537–545.
- Zel I.Yu., Ivankina T.I., Levin D.M., and Lokajicek T., P-wave ray velocities and the inverse acoustic problem for anisotropic media. *Crystallography Reports*, 2016, vol. 61, no. 4, pp. 623–629.
- Ivankina T. I. and Matthies S., On the development of the quantitative texture analysis and its application in solving problems of the Earth sciences. *Physics of Particles and Nuclei*, 2015, vol. 46, no. 3, pp. 366–423.
- Shermergor T. D., *Teoriya uprugosti mikroneodnorodnyh sred* (The theory of elasticity of microinhomogeneous media), Nauka: Moscow, 1977.
- Babuska V. and Cara M, *Seismic Anisotropy in the Earth*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. 1991.
- Backus G.E., Long-wave elastic anisotropy reduced by horizontal layering, *J. Geophys. Res.*, 1962, vol. 67, pp.4427–4440.

- Bass J.D., Elasticity of minerals, glasses, and melts, in *Mineral Physics and Crystallography: A Handbook of Physical Constants*. AGU Ref. Shelf, vol. 2. Edited by T. J. Ahrens. AGU. Washington D. C. 1995.
- Birch F., The velocity of compressional wave velocities in rocks to 10 kbar, *J. Geophys. Res.*, 1961, vol. 66, pp.2199–2224.
- Crampin S., A review of wave motion in anisotropic and cracked elastic-media, *Wave motion*, 1981, vol. 3, pp.341–391.
- Keppeler R., Ullemeyer K., Behrmann J.H., and Stipp M., Potential of full pattern fit methods for the texture analysis of geological materials: implications from texture measurements at the recently upgraded neutron time-of-flight diffractometer SKAT, *J. Appl. Crystallography*, 2014, vol. 47, pp.1520–1534.
- Kern H., P- and S-wave velocities in crustal and mantle rocks under the simultaneous action of high confining pressure and high temperature and the effect of the rock microstructure. In: Schreyer, W. (Ed.), *High-Pressure Researches in Geoscience*. H. Schweizerhartsche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1982.
- Kern H., Ivankina T.I., Nikitin A.N., Lokajicek T., and Pros Z., The effect of oriented microcracks and crystallographic and shape preferred orientation on bulk elastic anisotropy of a foliated biotite gneiss from Outokumpu, *Tectonophysics*, 2008, vol. 457, pp.143–149.
- Kern H., Mengel K., Strauss K.W., Ivankina T.I., Nikitin A.N., and Kukkonen I.T., Elastic wave velocities, chemistry and modal mineralogy of crustal rocks sampled by the Outokumpu scientific drill hole: Evidence from lab measurements and modeling, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 2009, vol. 175, pp.151–166.
- Kichanov S.E., Kozlenko D.P., Ivankina T.I., Rutkauskas A.V., and Savenko B.N., The neutron imaging and tomography studies of deep-seated rocks from the Kola superdeep borehole, *Physics Procedia*, 2015, vol. 69, pp.537–541.
- Lobanov K.V., Kazansky V.I., Kusnetsov A.V., Zharikov A.V., Nikitin A.N., Ivankina T.I., and Zamyatina N.V., Correlation of Archean rocks from the Kola superdeep borehole and their analogues from the surface: evidence from structural – petrological, petrophysical and neutron diffraction data, *Petrology*, 2002, vol. 10, no. 1, pp.23–38.
- Lokajicek T. and Svitek T., Laboratory measurement of elastic anisotropy on spherical rock samples by longitudinal and transverse sounding under confining pressure, *Ultrasonics*, 2015, vol. 56, pp. 294–302.
- Melia P.J. and Carlson R.L., An experimental test of P-wave anisotropy in stratified media, *Geophysics*, 1984, vol. 49, pp. 364–378.
- Schoenberg M. and Muir F., A calculus for finely layered anisotropic media, *Geophysics*, 1989, vol. 54, no. 5, pp.581–589.
- Vasin R.N., Wenk H.-R., Kanitpanyacharoen W., Matthies S., and Wirth R., Elastic anisotropy modeling of Kimmeridge shale, *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 2013, vol. 118, pp.1–26.