УДК 551.594.1

ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА АЭРОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПУЛЬСАЦИЙ

© 2015 г. С.В. Анисимов, Н.М. Шихова

Геофизическая обсерватория "Борок" ИФЗ РАН, пос. Борок, Ярославская обл., Россия

С использованием результатов натурных наблюдений выявлены закономерности суточной динамики скейлинговых (фрактальная размерность, показатель Херста) и энергетических (показатели наклона спектра и структурной функции) характеристик аэроэлектрического поля при различных состояниях приземной атмосферы. Исследованы скейлинговые свойства и перемежаемость динамики аэроэлектрического поля невозмущенной приземной атмосферы. Показано, что короткопериодные аэроэлектрические пульсации в диапазоне частот $\Delta f = 0.001-1$ Гц обладают свойством самоподобия и фрактальной размерностью D=1.1-1.8. Обнаружены участки с перемежаемостью на временных интервалах, характеризующихся сменой стратификации атмосферного пограничного слоя. Показано, что перемежаемость аэроэлектрического слоя. Показано, что перемежаемость аэроэлектрического поля ларактеризующихся сменой стратификации атмосферного пограничного слоя. Показано, что перемежаемость аэроэлектрического поля дарактеризуется мультифрактальностью с шириной спектра, существенно отличной от нуля, негауссовостью распределения приращений поля, изменением показателей спектральной плотности от -2.3 до -4 для $\Delta f = 0.01-1$ Гц.

Предложены методы количественной диагностики однородности и изотропности короткопериодных аэроэлектрических пульсаций.

Ключевые слова: атмосферное электричество, аэроэлектрическое поле, фрактальный анализ, турбулентность, перемежаемость, скейлинг.

Введение

Пространственно-временная динамика атмосферного электрического поля средних широт тесно связана с гидродинамикой атмосферы и может служить интегральным индикатором изменения параметров состояния конвективного атмосферного пограничного слоя [Anisimov et al., 2013]. Важным объектом мониторинга электродинамического состояния приземной атмосферы служат короткопериодные ($\Delta f = 0.001 - 1$ Гц) пульсации аэроэлектрического поля. Экспериментальное исследование динамики аэроэлектрического поля и тока, плотности объёмного заряда позволило обнаружить турбулентную природу переноса объёмного электрического заряда в приземной атмосфере. Результаты численного моделирования транспорта пространственно неоднородного объемного заряда и формирования электрически активных слоев атмосферного пограничного слоя позволили оценить отклик электрического поля на движение объемных электрических зарядов, а также когерентных аэроэлектрических структур, сформированных электрогазодинамической турбулентностью [Анисимов и др., 2003; Анисимов, Галиченко, Шихова, 2012]. Электрическое состояние приземной атмосферы формируется совокупностью процессов глобальной электрической цепи и региональных аэрофизических факторов. Действие глобальной электрической цепи, в свою очередь, обуславливает наличие доминирующей шкалы масштабов вариаций аэроэлектрического поля. При этом электроаэродинамическая турбулентность формирует локальный скейлинг динамической составляющей атмосферного электричества. Результаты исследований динамики электрического состояния приземной атмосферы свидетельствуют об отличии формы спектров атмосферного электрического поля и тока от колмогоровского спектра атмосферной турбулентности с показателем наклона В=5/3 [Аниси*мов, Афиногенов, Шихова,* 2013]. Особый интерес вызывает вертикальный перенос объемного заряда, вариабельность и динамика высотных аэроэлектрических профилей в эволюционирующем атмосферном пограничном слое с возрастающей конвективной активностью. Результаты численного моделирования показывают, что в условиях развитой конвекции свободной невозмущенной атмосферы максимальный квазистационарный градиент плотности объемного заряда формируется вблизи поверхности, уменьшаясь с высотой. Модельными расчетами также подтверждена оценка скорости генерации положительного заряда в приземном слое в условиях перехода к конвективному режиму атмосферного пограничного слоя [*Анисимов и др.,* 2014].

Масштабная инвариантность – одно из основных свойств турбулентности [Frish, 1995; Muzy, Bacry, Arneodo, 2010]. Развитая турбулентность характеризуется большим числом степеней свободы и нелинейно взаимодействующих мод, многомасштабной структурой и случайными пульсациями скоростей и полей. В колмогоровской модели К41 турбулентные вихри каждого масштаба однородно заполняют все пространство [Колмогоров, 1941]. Теория К41 феноменологическая, однако она удовлетворительно описывает многие гидродинамические эксперименты в широком диапазоне масштабов и, будучи основополагающей концепцией рассмотрения масштабной инвариантности турбулентности, служит основой последующих теорий, описывающих этот процесс [Budaev et al., 2008].

Структура турбулентности может быть неоднородной; в этом случае ее свойства описываются более сложными, чем К41, каскадными моделями [Frish, 1995]. Локальное нарушение однородности турбулентности, в которой активные области сосуществуют с пассивными (квазиламинарными), определяется как перемежаемость. Перемежаемость наблюдается в гидродинамических турбулентных течениях нейтральных сред и турбулентной замагниченной плазме [Budaev et al., 2008]. Законы масштабного подобия (скейлинги) турбулентности с перемежаемостью описываются параметрами, зависящими от масштаба.

Из самых общих теоретических представлений динамика такого процесса описывается степенными законами распределения и многомасштабностью. Решить задачу о динамике турбулентного потока и определить скейлинги турбулентности с требуемой детальностью на больших временных интервалах аналитически или численно удается не всегда. Следовательно, из эксперимента необходимо определить статистические характеристики турбулентности, связанные с масштабной инвариантностью, и соответствующие степенные законы. Это даёт возможность качественно и количественно с большей детальностью охарактеризовать процессы переноса.

Цель данной работы – определение количественных оценок степени фрактальности аэроэлектрического поля в приземной атмосфере и исследование связи стратификации атмосферного пограничного слоя и нелинейных динамических характеристик короткопериодных аэроэлектрических пульсаций.

Натурные аэроэлектрические наблюдения

Исследование фрактальных свойств атмосферного электрического поля средних широт проводилось с использованием данных натурных полевых и обсерваторских наблюдений на полигоне ГО "Борок" ИФЗ РАН (географические координаты 58°04' с.ш., 38°14' в.д.), выполненных в условиях "хорошей" погоды при отсутствии осадков, скорости ветра, не превышающей 2 м/с, и облачности не более 5 баллов [http://geodata.borok.ru/]. Главная компонента атмосферного электрического поля и её вариации регистрировались электростатическим флюксметром с высокой пороговой чувствительностью и временным разрешением 0.1 с. Одновременно с помощью ультразвуковых метеостанций "Метео-2H", размещённых на высотах 2 и 10 м, фиксировались метеорологические характеристики приземной атмосферы – температура, скорость и направление ветра, влажность, атмосферное давление, освещённость. Полученные данные использовались для определения условий стратификации атмосферного пограничного слоя. Цифровая регистрация результатов наблюдений выполнялась с тактовой частотой 10 Гц. Всего было проанализировано около 150 амплитудно-временных суточных рядов непрерывных обсерваторских и сезонных полевых натурных наблюдений за 2008–2014 гг.

Типичные регистрограммы суточных вариаций напряженности аэроэлектрического поля E_z в условиях "хорошей" погоды приведены на рис. 1 (*a* – наблюдения в летний период, 31.07.2014 г.; *б* – в зимний, 27.01.2013 г.).



Рис. 1. Суточные вариации напряженности аэроэлектрического поля *E*_z по результатам наблюдений на обсерватории "Борок" в летний (*a*) и зимний (*б*) периоды

Обращает на себя внимание сезонное различие суточного хода E_z . Заметим, что по результатам летних наблюдений (рис. 1, *a*) амплитуда аэроэлектрических пульсаций ΔE , достигающая 100 В/м до начала периода развитой конвекции, уменьшается вдвое в период локального полдня (08:00 UT). По результатам наблюдений среднемесячные значения напряженности аэроэлектрического поля изменяются от 320 В/м в июле до 240 В/м в августе. Амплитуда короткопериодной составляющей вариаций поля во временном интервале 08:00–14:00 UT стационарна относительно дисперсии и среднего значения для данного интервала.

В зимний период динамика суточного хода E_z выражена слабее, чем в летний; среднемесячные значения E_z меняются от 100 В/м в декабре до 270 В/м в феврале; ряд минутных средних E_z стационарен относительно дисперсии. Результаты статистического анализа суточной динамики E_z показали повышение среднего значения напряженности

поля во временном интервале 18:00–19:00 UT (рис. 1, б), что соответствует проявлению унитарной вариации аэроэлектрического поля [*Анисимов, Афиногенов, Шихова,* 2013].

Исследование интервала самоподобия турбулентных аэроэлектрических пульсаций

Скорость диссипации энергии аэроэлектрических пульсаций

Анализ механизмов генерации аэроэлектрических пульсаций показал, что их природа объясняется взаимодействием электрического поля, нейтрально-газовой турбулентности и объёмного заряда [*Anisimov et al.*, 2002]. Короткопериодные аэроэлектрические пульсации порождаются переносом неоднородностей объемного электрического заряда, который в общем случае можно рассматривать как пассивную примесь. При некоторых предположениях роль примеси могут играть как особенности самого поля скоростей, так и локализованные структуры (например, вихри). В этом случае хаотизация примеси в пространстве и времени происходит за счет тех же механизмов, что и стохастизация переноса частиц [*Рабинович, Сущик,* 1990]. Изучение взаимосвязи энергетических параметров (показателей наклонов спектральной плотности β и структурной функции ζ_2) в приземном слое выявило, что среднее значение β отлично от 5/3 [*Anisimov et al.,* 2002]. При этом для изотропной однородной турбулентности показатель наклона спектра универсален в пределах частот, соответствующих границам интервала самоподобия [*Захаров, Васильев, Дьяченко,* 2001].

Для оценки скорости передачи энергии пульсаций атмосферного электрического поля по масштабам аэроэлектрической турбулентности на каждом из 20-минутных интервалов короткопериодных пульсаций методом наименьших квадратов определялся показатель наклона спектра В. Проведенный анализ показал, что в пределах суток существуют временные интервалы, на которых спектры мощности E_z демонстрируют степенную зависимость от частоты с некоторым набором степенных показателей в пределах интервала самоподобия. Для большинства рассмотренных интервалов в диапазоне частот 0.003-0.5 Гц спектры имеют характерный излом для наклонов β=1-1.7 (на низких частотах) и β=2.2-3 (на высоких). Следовательно, в рассматриваемом диапазоне частот сосуществуют, по крайней мере, два диапазона скорости диссипации энергии аэроэлектрического поля. В работах [Chkhetiani, Eidelman, Golbraikh, 2006; Гордиенко, Моисеев, 1999] отмечалась возможность формирования спектра турбулентных пульсаций из нескольких универсальных участков. Заметим, что в приводимом на рис. 2, а примере на некоторых временных интервалах, предположительно соответствующих анизотропному распределению плотности объемного электрического заряда, показатель наклона спектра сохраняется в широкой полосе частот. В интервале 0.01-0.03 Гц непрерывный процесс равномерной диссипации энергии по каскаду аэроэлектрических пульсаций разных масштабов нарушается, а показатель наклона спектра становится меньше (рис. 2, б).

Пространственно-временные соотношения диссипации энергии аэроэлектрических пульсаций

Структурные функции аэроэлектрических короткопериодных пульсаций служат инструментом, позволяющим рассмотреть пространственно-временные соотношения диссипации энергии электрического поля.



Рис. 2. Спектральные плотности аэроэлектрических пульсаций S(f) по результатам наблюдений 13.06.2013 г. на обсерватории "Борок" в разные часовые интервалы: a - 10:00-11:00 UT; $\delta - 00:00-01:00$ UT. β – показатель наклона спектра

Изменение степени самоподобия и однородности турбулентных аэроэлектрических пульсаций анализировались с использованием амплитудно-временных рядов, полученных после предварительной обработки данных натурных наблюдений. Для этого по данным 10-секундных средних значений поля проводился структурно-временной анализ, заключающийся в построении временной последовательности структурных функций второго порядка D_2 .

Структурные функции D_2 короткопериодных пульсаций ΔE , соответствующие временному интервалу $t+\tau$, вычислялись согласно алгоритму стационарных приращений (со сдвигом τ):

$$D_2(t,\tau) = \langle |\Delta E(t+\tau) - \Delta E(t)|^2 \rangle. \tag{1}$$

Для оценки свойств самоподобия

$$\langle (\Delta E_z(\tau))^2 \rangle \sim (\tau)^{\zeta_2}$$
 (2)

в интервале $\tau \in 1-200$ с по 5-минутным средним значениям $D_E(t, \tau)$ для различных 20минутных интервалов времени $[t_1; t_2]$ методом наименьших квадратов вычислялось среднее значение ζ_2 . Примеры аппроксимаций представлены на рис. 3

$$D_2(<[t_1; t_2]>, \tau) \sim \tau^{\zeta_2}.$$
 (3)

Необходимо отметить, что использование в качестве базиса скейлинга временного лага т по сравнению с линейным масштабом r [Anisimov, Mareev, Bakastov, 1999] расширяет возможности определения масштаба интервала самоподобия анализируемого поля. При соответствующем выборе т можно получить оценки вложенных масштабов самоподобия вплоть до значений, близких к линейным размерам атмосферного пограничного слоя. При известной скорости ветра в слое и в предположении, что скорость переноса аэроэлектрических неоднородностей не меньше скорости ветра, по значениям т оценивалась верхняя граница линейного горизонтального масштаба аэроэлектрической структуры (или ансамблей структур), регистрируемой в окрестности точки наблюдения [Анисимов, Мареев, 2000].

На рис. 4 представлены суточный ряд напряженности аэроэлектрического поля E_z (*a*) и результаты его структурно-временного анализа (δ). Характерная сезонная особенность структурных функций аэроэлектрического поля в летний период заключается в наличии интервала самоподобия с временным масштабом 80–200 с.



Рис. 3. Структурные функции аэроэлектрических пульсаций $D_2(\tau)$, вычисленные методом стационарных приращений по результатам наблюдений 12.08.2012 г. на обсерватории "Борок" для разных временных интервалов: I - 02:00-02:20 UT ($\zeta_2 = 0.4$); 2 - 10:00-10:20 UT($\zeta_2 = 0.61$); 3 - 15:20-15:40 UT ($\zeta_2 = 0.67$)



Рис. 4. Вариации атмосферного электрического поля $E_z(a)$ и структурные функции 2-го порядка $D_2(\tau)$ турбулентных аэроэлектрических пульсаций (б) по результатам наблюдений 12.08. 2012 г. на обсерватории "Борок"

Заметим, что значения показателя структурной функции ζ_2 (см. рис. 3), как и энергия турбулентности, меняются в зависимости от условий стратификации атмосферного пограничного слоя. Во временном интервале 09:30–15:00 UT, соответствующем неустойчивой стратификации, интенсивность аэроэлектрических пульсаций увеличивается, а формирование аэроэлектрических структур происходит значительно чаще.

Структурные функции высших порядков и оценка анизотропии турбулентных аэроэлектрических пульсаций

Спектральная плотность процесса характеризует однородность скорости диссипации энергии турбулентных пульсаций (см. рис. 2). Однако наиболее значимо анизотропия аэроэлектрического поля в диапазоне периодов 1–100 с проявляется в результатах метода структурных функций высших порядков $S_m(n)$ [*Frish*, 1995]. Инерционные интервалы грозовой электрической турбулентности на малых и средних масштабах, в которых наблюдаются степенные скейлинги $S_m(n)$, обсуждались в [*Epoxuн и dp.*, 2011]. Методом аппроксимации $S_m(n)$ определялись скейлинговые экспоненты, отличающиеся от колмогоровского и спирального скейлингов. Проведенное исследование структурных функций $S_m(n)$ выявило присутствие локализованных электрических когерентных структур в заряженных подсистемах атмосферной облачности, что согласуется с результатами моделирования аэроэлектрической турбулентности, имеющей степенной спектр при добавлении в выборку когерентных структур умеренной амплитуды на масштабах 10–100 м.

Для исследования характера скейлинга аэроэлектрических пульсаций невозмущенной атмосферы в инерционном интервале рассчитывались показатели структурной функции $\zeta(q)$ порядков q=1-8 с использованием метода стационарных приращений: $D(\tau, q) = /|\Delta E(t+\tau) - \Delta E(t)|^q) = /(\Delta E(\tau))^q)$ (4)

$$D_q(\tau, q) = \langle |\Delta E(t+\tau) - \Delta E(t)|^q \rangle = \langle (\Delta E_z(\tau))^q \rangle.$$
 (4)
Далее из аппроксимации $\langle (\Delta E_z(\tau))^q \rangle \sim (\tau)^{\zeta q}$ в диапазоне $\tau = 0 - 140$ с вычислялась $\zeta(q)$ и оценивалась значимость нелинейного коэффициента *b* в выражении

$$\zeta(q) = aq + bq^2. \tag{5}$$

Примеры зависимости показателя структурной функции от её порядка, вычисленной по результатам натурных полевых наблюдений, представлены на рис. 5.



Рис. 5. Зависимость показателя степени ζ структурной функции $D_q(\tau)$ от порядка q для безразличной стратификации (02:00–02:20 UT, кривая I) и развитой конвекции (10:00–10:20 UT, кривая 2) по результатам наблюдений 12.08.2012 г. на обсерватории "Борок". Линия 3 – аппроксимация линейной зависимости с показателем $\zeta(q)=q/3$

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. 2015. Том 16. № 4

Прямой линии 3 на рис. 5 соответствует аппроксимация линейной зависимости с показателем $\zeta(q)=q/3$, что характеризует изотропную турбулентность, описанную А.Н. Колмогоровым в его знаменитой теории К41. Приведенная на рисунке зависимость для временного интервала 02:00–02:20 UT (кривая *1*) характеризует переход от нейтральной стратификации к неустойчивой (см. рис. 3) и разнообразие масштабов самоподобия. Случаи, когда аппроксимация явно отличается от линейной, соответствуют существенно неоднородному распределению заряда в окрестности точки наблюдения, которое, в свою очередь, вызывает перемежаемость короткопериодных пульсаций поля.

Фрактальная размерность и показатель Херста

Самоподобие случайного процесса определяет фрактальность его траектории и может быть количественно охарактеризовано набором фрактальных индексов. Показано, что приращения ΔE_z в инерционном интервале обладают скейлинговыми свойствами (2), из чего следует, что анализ самоподобия аэроэлектрического поля может заключаться в вычислении фрактальных характеристик вариаций поля. Простейшая динамическая модель инерционного интервала, приводящая к фракталам, предложена в [*Frisch*, 1995]. Одной из количественных характеристик меры статистического самоподобия случайных процессов служит фрактальная размерность D [$\Phi edep$, 1991; *Кронвер*, 2000; *Шредер*, 2001; *Мандельброт*, 2002], для расчёта которой существует несколько подходов.

По определению Ф. Хаусдорфа [*Hausdorff*, 1919], если в качестве аппроксимации графика временного ряда рассматривать комплексы, состоящие из двумерных простых фигур (например, клеток) с линейным размером δ , то фрактальная размерность сигнала D, называемая размерностью Хаусдорфа–Безиковича, определяется из закона $S(\delta) \sim \delta^{2-D}$ при $\delta \rightarrow 0$, где $S(\delta)$ – общая площадь покрытия с масштабом разбиения δ . Между тем, на практике при попытке вычисления D непосредственно по этой формуле возникает серьезная проблема. Она связана с тем, что, с одной стороны, реальные временные процессы всегда имеют свой минимальный масштаб структуры, а, с другой, – для всех известных аппроксимаций приближение к асимптотическому режиму обычно является слишком медленным. Погрешности определения фрактальной размерности временных рядов таким способом могут быть существенными.

Другой способ оценки фрактальной размерности сигнала D заключается в использовании соотношения $D=(5-\alpha)/2$, где α – показатель наклона спектра мощности S сигнала – $S \sim f^{\alpha}$, $1 < \alpha < 3$ [*Flandrin*, 1989; *Mandelbrot*, *van Ness*, 1968]. Простота способа определения фрактальной размерности сделала этот инструмент вычисления популярным при оценке фрактальной размерности радиосигналов, шумов различной природы, изображений, геологических поверхностей. Однако показано, что соотношение между фрактальной размерностью и степенью спектра мощности сигнала вблизи границ значений нуждается в существенном уточнении [*Останин*, Шайдук, 2012].

Заметим, что временные ряды, полученные в результате натурных геофизических наблюдений, не являются регулярными фракталами, но отражают стохастическое самоподобное поведение динамики наблюдаемых полей. При этом соотношения, полученные для аналитических фракталов, выполняются для рядов натурных наблюдений в статистическом смысле. Например, широко известная зависимость D=2-H, позволяющая рассчитать фрактальную размерность на основе показателя Херста, даёт только косвенную количественную оценку реальной величины D.

Одним из оптимальных и самых распространённых алгоритмов расчёта фрактальной размерности временного ряда в настоящее время считается метод Хигучи [*Higuchi*, 1988], достоинство которого – устойчивые оценки *D* без дополнительных вычислений параметров фазового пространства системы. Сходный по точности результат расчёта *D* даёт алгоритм вычисления фрактальной регуляризационной размерности (*RD*), предложенный в [*Vehel, Roueff*, 1998]. Во многих случаях размерность *RD* совпадет с обычной фрактальной размерностью Хаусдорфа–Безиковича. Преимущество её вычисления состоит в том, что, вследствие аналитического определения легко получить устойчивые оценки даже при наличии шума. На рис. 6 приведена динамика фрактальной размерности аэроэлектрических пульсаций, вычисленной двумя разными способами.



Рис. 6. Фрактальные размерности аэроэлектрических пульсаций, вычисленные по результатам наблюдений 30.07.2012 г. на обсерватории "Борок" с использованием метода Хигучи (*D*_H, *черный график*, *шкала справа*) и алгоритма вычисления регуляризационной размерности (*RD*, *cерый график*, *шкала слева*)

Полученные расчётные кривые фрактальных размерностей совпадают с точностью до 0.05 и обладают общими свойствами. Уменьшение фрактальной размерности пульсаций в интервале локального полдня (08:00 UT) и её повышение в утренние и ночные часы типично для летнего сезона наблюдений. В условиях развивающейся и установившейся конвекции (05:00–12:00 UT) напряжённость поля характеризуется устойчивым положительным трендом [*Анисимов, Галиченко, Шихова,* 2012]. Значения фрактальной размерности пульсаций ΔE_z принадлежат диапазону (1.1–1.6), что свидетельствует о фрактальности природе пульсаций и их самоподобии. Особо следует подчеркнуть, что суточная динамика фрактальной размерности ΔE_z в летний период имеет устойчивый выраженный тренд – минимум в районе локального полдня и наибольшие значения *D* достигаются в период, близкий к локальной полуночи (20:00 UT).

Определение характера обобщённого диффузионного процесса из имеющихся регулярных данных служит необходимым шагом на пути количественного описания процессов переноса в турбулентном пограничном слое [Будаев, Савин, Зелёный, 2011]. Считается, что гауссовский сигнал X(t) со стандартным отклонением σ подчиняется модели обобщённого диффузионного процесса, если приращение $X(t_2)-X(t_1)$ имеет гауссовское распределение и дисперсия ряда приращений (дельта-дисперсия) удовлетворяет соотношению:

$$Var[X(t_2) - X(t_1)] \sim \sigma |t_2 - t_1|^{2H},$$
(6)

где Var[$X(t_2) - X(t_1)$] – дисперсия ряда приращений; σ – среднеквадратическое отклонение исходного процесса; H – параметр Херста (0<H<1).

Для процессов с нормальной диффузией (с отсутствием дальних и близких корреляций) зависимость дисперсии приращений от расстояния между отсчётами линейна, т.е. *H*=0.5. Если же *H*>0.5, имеющийся процесс характеризуется дальними корреляциями и в нём поддерживаются устойчивые тенденции. При *H*<0.5 траектория процесса изрезана, его поведение неустойчиво, вероятность резких вариаций и колебаний выше вероятности поддерживания тренда [Зелёный, Милованов, 2004].

С целью определения характера обобщённого диффузионного процесса динамики аэроэлектрического поля для каждого 20-минутного интервала суточного ряда по приращениям поля на временных масштабах $5 < t_2 - t_1 < 200$ с вычислялась дельта-дисперсия, рассчитывалось значение *H* и проверялось соотношение (6). Проведенный анализ показал, что дисперсия приращений аэроэлектрических пульсаций степенным образом зависит от величины временного лага приращений для $\tau = 1 - 60$ с:

$$\langle \Delta E(\tau)^2 \rangle \sim (\tau)^{2H}.$$
(7)

Для наблюдений, соответствующих условиям невозмущенной атмосферы, получены результаты, свидетельствующие об устойчивости суточного хода показателя Херста, характеризующего зависимость (7). По результатам статистического анализа обнаружено, что на интервалах безразличной или неустойчивой стратификации атмосферного пограничного слоя показатель *H* меняется в диапазоне 0.25–0.8; один из примеров динамики показателя приведен на рис. 7.



Рис. 7. Динамика показателя Херста (*H*, *черный график, левая шкала*) по результатам наблюдений 30.07.2012 г. на обсерватории "Борок". Серый график – коэффициент детерминации *R*² для того же временного интервала (*правая шкала*)

Таким образом, вычисление значений H даёт возможность определить характер обобщённого диффузионного процесса, формирующего динамику аэроэлектрического поля атмосферного пограничного слоя, оценить масштабы и относительный вклад когерентных аэроэлектрических структур соответствующих масштабов в пространственно-временное распределение неоднородностей плотности объемного электрического заряда поля.

Исследование перемежаемости аэроэлектрических пульсаций

Статистические свойства приращений амплитуды аэроэлектрических пульсаций

Перемежаемость как одно из базовых свойств случайного процесса характеризует вариации скорости диссипации энергии турбулентных пульсаций геофизических полей. Вклад турбулентных неоднородностей ΔE_z в общую энергетику поля на разных пространственно-временных масштабах характеризуется формой распределения нормированных приращений поля $\Delta E_z(\tau) = (E_z(t+\tau) - E_z(t))/\sigma$ для разных значений сдвига τ . На рис. 8 для сравнения представлены плотности распределения вероятностей (*PDF*) пульсаций во временном интервале, соответствующем переходу к развитой конвекции (рис. 8, *a*) и устойчивой стратификации (рис. 8, *б*), при значениях τ от 3 до 120 с.



Рис. 8. Распределение приращений флуктуаций аэроэлектрического поля $\delta E/\sigma$ по результатам наблюдений 12.08.2012 г. на обсерватории "Борок": *а* – 08:20–08:40 UT; *б* – 18:00–18:20 UT

ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ. 2015. Том 16. № 4

Явная зависимость формы *PDF* от τ следует из представленного на рис. 8, *а*. При этом наличие дополнительных мод в области высоких значений приращений свидетельствует о появлении редких, но значительных по амплитуде пульсаций ΔE_z . На рис. 8, *б* форма *PDF* остаётся практически неизменной при всех значениях временных сдвигов и соответствует гауссовскому распределению. Значительное отклонение от гауссовского распределения приращений пульсаций характерно для полей с перемежаемостью, которая может заключаться, например, в смене активных турбулентных и пассивных ламинарных фаз процесса или изменении скорости диссипации энергии в турбулентном потоке на различных временных масштабах.

Зачастую перемежаемость турбулентности характеризуется короткими всплесками флуктуаций, следующими за интервалами с низкой турбулентной активностью [Mahrt, Vickers, 2006; Sorbjan, 2006]. В частности, перемежаемость аэроэлектрического поля может быть обусловлена переносом неоднородностей плотности объёмного электрического заряда, связанного с конвекцией или дрейфом. Результаты анализа показали, что отличие распределений приращений ΔE_z от гауссовского (см. рис. 8) наиболее существенно во временные промежутки, характеризующиеся сменой стратификации [Anisimov, Shikhova, 2014].

С энергетической точки зрения, турбулентный поток можно рассматривать как процесс поглощения энергии осредненного движения пульсациями первого порядка с дальнейшей передачей приобретённой энергии последовательно пульсациям более высоких порядков. В силу хаотического механизма передачи движения от пульсаций низших порядков к пульсациям более высоких порядков естественно допустить, что в пределах малых по сравнению с первыми областей пространства мелкие пульсации высших порядков подчинены приближенно пространственно изотропному режиму [Колмогоров, 1941]. Иная картина наблюдается для турбулентности с перемежаемостью. В рамках аналогичной схемы иерархии масштабов равномерная передача энергии в каскаде вихрей нарушается. В результате, в пространстве образуется многомасштабная система активных и пассивных областей, которая по построению представляет собой мультифрактальное множество [Фрик, 2010]. В условиях неустойчивой стратификации аэроэлектрические пульсации в большинстве случаев монофрактальны и возникают вследствие переноса заряда локально-изотропной однородной турбулентностью. Режимам переходных состояний атмосферного пограничного слоя соответствуют временные интервалы, характеризующиеся перемежаемостью [Anisimov, Shikhova, 2014].

Мультифрактальность аэроэлектрического поля

Фракталы привнесли в теорию турбулентности понятие о неоднозначности масштабных показателей, иначе говоря, идею о сосуществовании в развитых турбулентных потоках пространств с различными законами масштабного подобия (скейлинга). Эффективность применения фракталов объясняется их уникальной способностью выражать большое количество хаотичных, неупорядоченных данных несколькими простыми формулами. Эта способность особенно ярко проявляется в случае мультифрактальности – фундаментального понятия при изучении турбулентности [*Мандельброт*, 2002].

Перемежаемость турбулентности приводит к изменению свойств самоподобия короткопериодных аэроэлектрических пульсаций. Рассмотрим характерные примеры аэроэлектрических пульсаций, соответствующие различной стратификации атмосферного пограничного слоя. На рис. 9, *а* приведён один из характерных примеров динамической составляющей аэроэлектрического поля на временном интервале перехода от безразличной стратификации к неустойчивой.



Рис. 9. Вариации аэроэлектрического поля $E_z(a)$, пульсации ΔE_z в полосе частот 1–0.025 Гц (б) и диаграмма непрерывного вейвлет-преобразования с базисным вейвлетом Морле короткопериодных пульсаций (в) по результатам наблюдений 12.08.2012 г. на обсерватории "Борок". Цветовая шкала на в отображает значения вейвлет-коэффициентов разложения сигнала

На рис. 9, δ представлена высокочастотная составляющая рассмотренной реализации. Из рисунка следует, что интервал периодов пульсаций 1–20 с содержит перемежаемость – стохастические колебания, при которых сигнал, развивающийся во времени квазипериодически, случайным образом сменяется относительно короткими неоднородными всплесками (рис. 9, ϵ). Результаты анализа показали регулярную повторяемость подобных интервалов в динамике мелкомасштабной структуры аэроэлектрического поля. Особенно часто перемежаемость аэроэлектрических пульсаций ΔE_z наблюдалась в летние сезоны при смене стратификации атмосферного пограничного слоя.

В случаях существенной нестационарности аэроэлектрического поля использование классических методов анализа случайных процессов (монофрактальный, спектрально-корреляционный анализ) может приводить к неточностям в интерпретации полученных результатов. Реальные геофизические объекты и сигналы, даже обладающие признаками самоподобия, редко могут быть охарактеризованы одной величиной фрактальной размерности. В последние десятилетия получил большое распространение анализ, основанный на теории мультифракталов – неоднородных многомасштабных фрактальных объектов [*Parisi, Frisch*, 1985]. Понятие мультифрактала предоставляет новые обширные возможности фрактального анализа для такого сложного стохастического процесса, как динамика атмосферного электрического поля атмосферного пограничного слоя. Для характеристики мультифрактала недостаточно одной величины его фрактальной размерности, необходим некоторый спектр таких размерностей [*Muzy, Bacry, Arneodo*, 1991]. Суть мультифрактального анализа состоит в разложении исследуемого множества со сложной статистикой по множествам однородных фракталов с четко выраженной фрактальной размерностью [*Павлов, Анищенко*, 2007; *Любушин*, 2006, 2007].

При исследовании мультифрактальных свойств амплитудно-временных рядов в данной работе применялся метод *DFA* (*Detrended Fluctuation Analysis*) – один из эффективных инструментов статистического описания неоднородных процессов. Оценка спектров сингулярности 20-минутных рядов данных осуществлялась с помощью программы *Spectra Analyzer* [*Любушин*, 2006]. Если допустить зависимость показателя Херста аэроэлектрических пульсаций (7) от временного сдвига τ , то распределение вероятности значений $H(\tau)$ описывается мультифрактальным спектром сингулярности $F(\alpha)$, где α – показатель Гельдера–Липшица [*Любушин*, 2013]. По своему определению диапазон изменений α – это мера разнообразия случайного поведения сигнала, отражающая диапазон значений экспонент Гельдера–Липшица. В простом монофрактальном случайном сигнале есть только один показатель Гельдера–Липшица (он же – показатель Херста). Уменьшение диапазона значений α на выбранном временном интервале можно рассматривать как признак подавления степеней свободы в динамике аэроэлектрического поля, что свидетельствует об уменьшении пространственно-временной вариабельности плотности объёмного заряда, являющегося источником аэроэлектрических пульсаций.

На рис. 10 представлены типичные для летнего сезона результаты расчёта $F(\alpha)$ для разных интервалов суточных аэроэлектрических наблюдений.

Заметим, что из трёх приведенных примеров временному интервалу с нелинейной аппроксимацией $\zeta(q)$ (см. рис. 5) соответствует мультифрактальный спектр наибольшей ширины – $\Delta \alpha$ =0.4. В целом анализ характера неоднородности турбулентных аэроэлектрических пульсаций ΔE_z показал, что ширина их мультифрактального спектра сингулярности $\Delta \alpha$ [*Любушин*, 2007; *Гелашвили и др.*, 2013] меняется в пределах 0.1–1.2. Значимо отличное от нуля значение $\Delta \alpha$, характеризующее перемежаемость ΔE_z , как правило, соответствует временным интервалам, предшествующим началу конвекции. Для условий развитой конвекции или безразличной стратификации ширина $\Delta \alpha$ близка к нулю, $F(\alpha)$ часто вырождается в точку, что соответствует режиму однородной турбулентности ΔE_z .

Рис. 10. Мультифрактальные спектры $F(\alpha)$ аэроэлектрических пульсаций, вычисленные для разных временных интервалов по результатам наблюдений 12.08.2012 г. на обсерватории "Борок"

l - 02:00–02:20 UT; *2* - 07:40– 08:00 UT; *3* - 10:20–10:40 UT



Заключение

В работе предложена совокупность количественных оценок нелинейного динамического процесса, реализующегося в естественных геофизических полях. На примере анализа фрактальных свойств атмосферного электрического поля с использованием совокупности подходов нелинейной динамики выявлены закономерности суточной динамики скейлинговых (фрактальная размерность, показатель Херста) и энергетических (показатели наклона спектра и структурной функции) размерностей E_z в пределах суток при разных состояниях приземной атмосферы.

С использованием данных наблюдений исследованы скейлинговые свойства и наличие перемежаемости в динамике аэроэлектрического поля невозмущенной приземной атмосферы. Показано, что аэроэлектрические пульсации обладают свойством самоподобия, их фрактальная размерность принимает значения 1.1–1.8.

Обнаружены участки с перемежаемостью на временных интервалах, характеризующихся сменой стратификации приземной атмосферы. Показано, что перемежаемости аэроэлектрического поля свойственны негауссовость распределения приращений поля, изменение показателей спектральной плотности от –2.3 до –4 в диапазоне частот 0.01–1 Гц, нелинейная аппроксимация зависимости показателя структурной функции от порядка, ширина мультифрактального спектра, существенно отличная от нуля.

Предложенные подходы могут быть основой для разработки методов диагностики однородности, изотропности и стратификации турбулентного атмосферного пограничного слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 15-05-04960, № 13-05-12060) и гранта Правительства РФ (договор № 14.В25.31.0023).

Литература

- Анисимов С.В., Мареев Е.А. Аэроэлектрические структуры в атмосфере // Докл. РАН. 2000. Т. 71, № 1. С.101–104.
- Анисимов С.В., Афиногенов К.В., Шихова Н.М. Динамика электричества невозмущенной атмосферы средних широт: от наблюдений к скейлингу // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56, № 11/12. С.787–802.
- Анисимов С.В., Галиченко С.В., Шихова Н.М. Формирование электрически активных слоев атмосферы с температурной инверсией // Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 4. С.442–452.

- Анисимов С.В., Галиченко С.В., Шихова Н.М., Афиногенов К.В. Электричество конвективного атмосферного пограничного слоя: натурные наблюдения и численное моделирование // Физика атмосферы и океана. 2014. Т. 50, № 4. С.445–454.
- Анисимов С.В., Шихова Н.М., Мареев Е.А, Шаталина М.В. Структуры и спектры турбулентных пульсаций аэроэлектрического поля // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39, № 6. С.765–780.
- Будаев В.П., Савин С.П., Зелёный Л.М. Наблюдения перемежаемости и обобщённого самоподобия в турбулентных пограничных слоях лабораторной и магнитосферной плазмы: на пути к определению количественных характеристик переноса // УФН. 2011. Т. 181, № 9. С.905– 952.
- Гелашвили Д.Б., Иудин Д.И., Розенберг Г.С., Якимов В.Н., Солнцев Л.А. Фракталы и мультифракталы в биоэкологии. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013. 370 с.
- Гордиенко С.Н., Моисеев С.С. О турбулентной диффузии пассивной примеси // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25. С.51–56.
- Ерохин Н.С., Зольникова Н.Н., Краснова И.А., Михайловская Л.А. Анализ структурных свойств электрической турбулентности в грозовой облачности // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2011. Т. 8, № 3. С.251–256.
- Захаров В.Е., Васильев О.А., Дьяченко А.И. Колмогоровский спектр в одномерной слабой турбулентности // Письма в ЖЭТФ. 2001. Т. 73, № 2. С.68–70.
- Зелёный Л.М., Милованов А.В. Фрактальная топология и странная кинетика: от теории перколяции к проблемам космической электродинамики // УФН. 2004. Т. 74, № 8. С.810–853.
- Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой жидкости при очень больших числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1941. Т. 30. С.299–303.
- *Кронвер Р.М.* Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.
- *Любушин А.А.* Разведочный анализ свойств временных рядов на основе использования интерактивной программы Spectra_Analyzer: Учебное пособие для старших курсов геофизического факультета. М.: РГГРУ, 2006. 46 с.
- *Любушин А.А.* Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга. М.: Наука, 2007. 228 с.
- Любушин А.А. Карты свойств низкочастотных микросейсм для оценки сейсмической опасности // Физика Земли. 2013. № 1. С.11–20.
- *Мандельброт Б*. Фрактальная геометрия природы. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2002. 656 с.
- Останин С.А. Шайдук А.М. Уточнение отношения между фрактальной размерностью и степенью спектра мощности сигнала // Журнал радиоэлектроники. 2012. № 8. jre.cplire.ru/ koi/aug12/5/text.pdf.
- Павлов А.Н., Анищенко В.С. Мультифрактальный анализ сложных сигналов // УФН. 2007. Т. 177, № 8. С.859–876.
- Рабинович М.И., Сущик М.М. Регулярная и хаотическая динамика структур в течениях жидкости // УФН. 1990. Т. 60, № 1. С.3–64.
- *Федер Е.* Фракталы. М.: Мир, 1991. 254 с.
- *Фрик П.Г.* Турбулентность: подходы и модели. Изд. 2-е, испр. и доп. М.; Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2010. 332 с.
- Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. Ижевск: РХД, 2001. 514 с.
- *Anisimov S.V., Shikhova N.M.* Intermittency of turbulent aeroelectric field // Atmospheric Research. 2014. V. 135/136. P.255–262. http://dx.doi.org/10.1016/j.atmosres.2012.12.018.
- Anisimov S.V., Mareev E.A., Bakastov S.S. On the generation and evolution of aeroelectric structures in the surface layer // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. P.14359–14367.

- Anisimov S.V., Mareev E.A., Shikhova N.M., Dmitriev E.M. Universal spectra of electric field pulsations in the atmosphere // Geophys. Res. Lett. 2002. V. 29, N 24. 2002GL015765.
- Anisimov S.V., Mareev E.A., Shikhova N.M., Shatalina M.V., Galichenko S.V., Zilitinkevich S.S. Aeroelectric structures and turbulence in the atmospheric boundary layer // Nonlin. Processes Geophys. 2013. V. 20. P.819–824.
- Budaev V. P., S. Savin, L. Zelenyi, N. Ohno, S. Takamura, E. Amata. Intermittency and extended selfsimilarity in space and fusion plasma: boundary effects // Plasma Phys Control Fusion. 2008. doi: 10.1088/0741-3335/50/7/074014.
- *Chkhetiani O.G., Eidelman A., Golbraikh E.* Large- and small-scale turbulent spectra in MHD and atmospheric flows // Nonlin. Processes Geophys. 2006. V. 13. P.613–620.
- *Flandrin P*. On the Spectrum of Fractional Brownian Motions // IEEE Transactions on Information Theory. 1989. V. 35, N 1. P.197–199.
- *Frisch U.* Turbulence. The legacy of A.N. Kolmogorov. Cambridge University Press, Cambridge, 1995. 296 p.
- Hausdorff F. Dimesion und Ausseres Mass // Matematishe Annalen. 1919. N 79. P.157–179.
- *Higuchi T.* Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory // Physica D. 1988. V. 31. P.277–283.
- Mahrt L., Vickers D. Extremely weak mixing in stable conditions // Bound.-Layer Meteor. 2006. V. 119. P.19–39.
- Mandelbrot B.B., van Ness J.W. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications // SIAM Review. 1968. V. 10, N 4. P.422–437.
- *Muzy J.F., Bacry E., Arneodo A.* Wavelets and multifractal formalism for singular signals: application to turbulence data // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P.3515–3518.
- Parisi G., Frisch U. On the singularity structure of fully developed turbulence/Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics / Eds. M. Ghil, R. Benzi, G. Parisi. North-Holland, Amsterdam, 1985. P.84–87.
- Sorbjan Z. Local structure of turbulence in stably stratified boundary layers // J. Atmos. Sci. 2006. V. 63, N 5. P.1526–1537.

Сведения об авторах

АНИСИМОВ Сергей Васильевич – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией, директор, Геофизическая обсерватория "Борок" Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 152742, Ярославская обл., Некоузский р-н, пос. Борок, д. 142. Тел./факс: 8(48547) 24-663. E-mail: anisimov@borok.yar.ru

ШИХОВА Наталья Михайловна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Геофизическая обсерватория "Борок" Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 152742, Ярославская обл., Некоузский р-н, пос. Борок, д. 142. Тел./факс: 8(48547) 24-361. E-mail: extern@borok.yar.ru

FRACTAL PROPERTIES OF THE AEROELECTRIC FIELD

S.V. Anisimov, N.M. Shikhova

Borok Geophysical Observatory of Schmidt Institute of Physics of the Earth of the Russian Academy of Science, Borok (Yaroslavl region), Russia

Abstract. The regularities of the daily dynamics of scaling (fractal dimension, Hurst exponent) and power (spectral slope and structural functions exponents) characteristics of the terrestrial atmosphere at various states are revealed using observational data. The scaling properties and the presence of intermittency in the dynamics of the aeroelectric field in the unperturbed surface atmosphere are investigated. It is shown that in frequency

range 0.001 to 1 Hz, aeroelectric pulsations display self-similarity properties with a fractal dimension D=1.1-1.8. Time intervals characterized by the change of the stratification in the surface atmosphere with intermittency properties are detected.

It is shown that the intermittency of the aeroelectric field is characterized by a non-Gaussian distribution of the field increments, the change in spectral density slope from -2.3 to -4, and the multifractal spectrum with a width significantly different from zero in the frequency range of 0.01-1 Hz. The methods for quantitative diagnostics of the homogeneity and isotropy of short-period aeroelectric pulsations are proposed.

Keywords: atmospheric electricity, aeroelectric field, multifractal analysis, turbulence, intermittency, scaling.