

УДК 550.38

ОСОБЕННОСТИ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ ДИАМАГНИТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ

© 2013 г. О.А. Похотелов, О.Г. Онищенко

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Москва, Россия

Исследована нелинейная эволюция диамагнитной (зеркальной) неустойчивости вблизи ее порога. Показано, что на начальной стадии насыщение неустойчивости происходит из-за уплощения функции распределения ионов в резонансной области. Последующая релаксация неустойчивости связана с заметным ослаблением резонансного взаимодействия волны с частицами плазмы, быстро сменяемым более слабым адиабатическим взаимодействием ионов с зеркальной модой. Конечное состояние может рассматриваться как аналог известной электростатической моды Берштейна–Грина–Крускала [Bernstein, Greene, Kruskal, 1957]. На финальной стадии квазилинейной релаксации дальнейшая нелинейная эволюция неустойчивости происходит под воздействием напряжений Рейнольдса и нелинейных вариаций ларморовского радиуса ионов. Аналитические расчеты находят подтверждение при численном моделировании методом частиц в ячейке, указывающем на уплощение функции распределения ионов в резонансной области, которое приводит к уменьшению свободной энергии системы, поддерживающей неустойчивость.

Ключевые слова: магнитогидродинамические волны и турбулентность, магнитослой, нелинейные явления.

Введение

Диамагнитные или зеркальные моды исследуются с конца 1950-х годов [Vedenov, Sagdeev, 1958]. Считается, что эти моды являются результатом развития резонансной неустойчивости, которая получила название диамагнитной или зеркальной. Это название появилось в связи с тем, что рассматриваемая неустойчивость может возникать в магнитных конфигурациях с магнитными зеркалами или пробками. В частности, такой магнитной ловушкой является магнитное поле Земли, в котором заряженные частицы, отражаясь от магнитных пробок, путешествуют от одной сопряженной ионосферы к другой и обратно. Аналогичные магнитные структуры эпизодически возникают в солнечном ветре и в магнитослое, в области между головной ударной волной и магнитопаузой. В зеркальных структурах магнитное давление всегда антифазно давлению фоновой плазмы и давлению резонансных частиц [Vedenov, Sagdeev, 1958]. Многочисленные спутниковые измерения показали, что зеркальные моды и сформированные ими структуры – довольно частое в природе явление, наблюдаемое в виде магнитных провалов и магнитных уплотнений [Soucek, Lucek, Dandouras, 2008]. В последние годы эти наблюдения поставили перед исследователями целый ряд вопросов. Например, провалы магнитного поля регистрировались в областях, где плазма зеркально устойчива; зеркальные же моды отсутствовали в областях между возвышениями магнитного поля, хотя критерий неустойчивости при этом выполнялся, и т.д. В ряде недавних работ для разрешения этих дилемм данные спутников СЕМИС использовались в терминах глобальной структуры зеркальных мод и роли захваченных частиц в их динамике [Balikhin et al., 2009, 2010].

Одна из первых попыток нелинейного описания зеркальной неустойчивости была предпринята более 40 лет назад В. Шапиро и В. Шевченко [1964], которые, используя

приближение случайных фаз, свели проблему нелинейного насыщения зеркальной неустойчивости к исследованию квазилинейного диффузионного уравнения. Было показано, что фоновая функция распределения ионов модифицируется, приводя к насыщению неустойчивости. В названной работе авторы пришли к заключению о важной роли ионов с малой продольной скоростью.

Некоторые аспекты нелинейного насыщения зеркальных мод в плазме магнитослоя обсуждались в работах [Pantellini, 1998; Kivelson, Southwood, 1996]. В работе [Kuznetsov, Passot, Sulem, 2007] была предложена модель зеркальной неустойчивости, рассматривающая образование магнитных провалов в терминах процесса известного как волновой коллапс. Дальнейшее усовершенствование этого сценария проводилось в работе [Califano et al., 2008]. Роль захваченных частиц в динамике зеркальной неустойчивости обсуждалась в работах [Pokhotelov et al., 2008; Istomin, Pokhotelov, Balikhin, 2009a,b]. В недавней работе [Hellinger et al., 2009] была представлена модель, описывающая “сшивку” двух решений – квазилинейного и полученного в рамках редуцированной теории возмущений для зеркальной неустойчивости.

Цель настоящей работы – дальнейшее совершенствование нелинейного анализа зеркальной неустойчивости, основанное на точном аналитическом решении диффузионного уравнения. Будет показано, что уплощение ионной функции распределения, присущее квазилинейной динамике, существенно модифицирует дисперсионное соотношение и приводит к двум важным последствиям. Первое из них связано с тем, что резонансное взаимодействие ионов с зеркальной модой быстро ослабевает и сменяется более слабым адиабатическим взаимодействием, подобно тому, как это происходит с известной электростатической модой Берштейна–Грина–Крускала (модой БГК) [Bernstein, Greene, Kruskal, 1957]; в результате дисперсионное соотношение приобретает второй порядок по частоте. Второе последствие связано с эффектом, обусловленным дополнительным уменьшением свободной энергии. Этот эффект оказывается значительно более сильным, чем возникающий при учете напряжений Рейнольдса.

Нелинейное дисперсионное соотношение

Рассмотрим бесстолкновительную электронно-ионную плазму, находящуюся во внешнем магнитном поле. Воспользуемся декартовой системой координат с осью z , направленной вдоль внешнего магнитного поля, осью x – вдоль волнового вектора \mathbf{k} и осью y , замыкающей триаду. Будем считать, что равновесная функция распределения ионов имеет бимаксвелловское распределение по скоростям:

$$F_0 = \frac{n}{\pi^{3/2} v_{T\perp}^2 v_{T\parallel}} \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{v_{T\perp}^2} - \frac{v_{\parallel}^2}{v_{T\parallel}^2}\right). \quad (1)$$

Здесь n – равновесная плотность ионов; $v_{T\perp(\parallel)}$ – перпендикулярная (параллельная) тепловая скорость ионов; $v_{\perp(\parallel)}$ – перпендикулярная (параллельная) скорость ионов.

Мы ограничимся рассмотрением наиболее важного случая, когда температура электронов значительно меньше ионной температуры. Такая ситуация типична для плазмы солнечного ветра и магнитослоя, где в основном и наблюдаются зеркальные структуры. В таких условиях электроны образуют некий нейтрализующий фон, экранирующий положительно заряженные ионы.

Представим полное магнитное поле в виде $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}$, где $\delta\mathbf{B}$ соответствует возмущению. Возмущенное магнитное поле имеет только две компоненты – x и z , связанные друг с другом условием соленоидальности: $\nabla \cdot \delta\mathbf{B} \equiv \partial\delta B_x / \partial x + \partial\delta B_z / \partial z = 0$.

Компонента δB_y соответствует так называемой некопланарной компоненте, которая явным образом не входит в основные уравнения и может быть приравнена нулю.

Полагая, что все возмущенные величины зависят от координат и времени по закону $\propto \exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, возмущение функции распределения ионов записываем в виде

$$\delta F_{\mathbf{k}} = \frac{v_{\perp}^2}{2} \left(\frac{\partial F}{v_{\parallel} \partial v_{\parallel}} - \frac{\partial F}{v_{\perp} \partial v_{\perp}} - \frac{\omega}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \frac{\partial F}{v_{\parallel} \partial v_{\parallel}} \right) b_{\mathbf{k}}, \quad (2)$$

где $\delta F_{\mathbf{k}}$ – Фурье-компонента возмущения функции распределения; k_{\parallel} – компонента волнового вектора \mathbf{k} , параллельная внешнему магнитному полю \mathbf{B}_0 ; ω – волновая частота; $b_{\mathbf{k}} = \delta B_z(\mathbf{k}) / B_0$ – нормированная амплитуда колебаний.

В правой части (2) первые два члена в круглых скобках соответствуют силе диамагнитного (зеркального) выталкивания плазмы (в изотропной плазме оба этих члена исчезают); третий член – вкладу резонансных частиц. Зеркальная неустойчивость отвечает пределу $\omega \ll k_{\parallel} v_{\parallel}$. Третий (резонансный) член в (2) почти всегда пренебрежимо мал, кроме случая очень малых продольных скоростей. Для таких частиц (назовем их резонансными) вклад третьего члена в (2) сравним с вкладом первых двух или даже превышает его. Разложение резонансного члена по степеням малого параметра $\omega / k_{\parallel} v_{\parallel}$ в этом случае имеет вид:

$$\frac{\omega}{\omega - k_{\parallel} v_{\parallel}} \approx -\frac{i\pi\omega}{|k_{\parallel}|} \delta(v_{\parallel}) - P \left(\frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel}} + \frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2 v_{\parallel}^2} \right), \quad (3)$$

где $\delta(v_{\parallel})$ – дельта-функция Дирака; символ $P(\dots)$ означает главное значение в смысле Коши.

Обычно вторым членом в правой части выражения (3) пренебрегают, поскольку он мал (порядка $\omega / k_{\parallel} v_{T_i} \propto K \ll 1$, где K соответствует порогу неустойчивости). Однако в нелинейном режиме характер разложения по малому параметру меняется – вместо малого параметра $\omega / k_{\parallel} v_{T_i}$ появляется параметр $\omega / k_{\parallel} \Delta v^*$, где Δv^* соответствует ширине зоны уплощения ионной функции распределения. При этом второй член в (3) может играть существенную роль и даже доминировать.

С помощью разложения (3) возмущение функции распределения ионов записываем в виде:

$$\begin{aligned} \delta F_{\mathbf{k}} = & \frac{v_{\perp}^2}{2} \left(\frac{\partial F}{v_{\parallel} \partial v_{\parallel}} - \frac{\partial F}{v_{\perp} \partial v_{\perp}} \right) b_{\mathbf{k}} - \frac{v_{\perp}^2}{2} \frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2} \frac{\partial F}{v_{\parallel}^3 \partial v_{\parallel}} b_{\mathbf{k}} + \\ & + i\pi \frac{v_{\perp}^2}{2} \frac{\omega}{|k_{\parallel}|} \delta(v_{\parallel}) \frac{\partial F}{v_{\parallel} \partial v_{\parallel}} b_{\mathbf{k}} + \frac{v_{\perp}^2}{2} P \left(\frac{\omega}{k_{\parallel} v_{\parallel}^2} \frac{\partial F}{\partial v_{\parallel}} + \frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2} \frac{\partial F}{v_{\parallel}^3 \partial v_{\parallel}} \right) b_{\mathbf{k}}. \end{aligned} \quad (4)$$

В диамагнитной моде с большим запасом выполняется условие поперечного баланса давления [Pokhotelov et al., 2008]:

$$\frac{\delta p_{\perp}}{2p_{\perp 0}} + \frac{1}{\beta_{\perp}} \left(1 + \frac{3}{4} \rho_i^2 k_{\perp}^2 \right) b_{\mathbf{k}} = -\frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2 \beta_{\perp}} \left(1 + \frac{\beta_{\perp} - \beta_{\parallel}}{2} \right) b_{\mathbf{k}}, \quad (5)$$

где $p_{\perp 0}$ – перпендикулярная компонента равновесного давления плазмы; k – компонента волнового вектора \mathbf{k} , перпендикулярная внешнему магнитному полю \mathbf{B}_0 ; $\rho_i = v_{T_{\perp}} / \omega_{ci}$ – ларморовский радиус ионов; $\omega_{ci} = eB_0 / m$ – циклотронная частота иона;

e и m – его заряд и масса; $\beta_{\perp(\parallel)}$ – отношение перпендикулярного (параллельного) давления плазмы к давлению магнитного поля; $\delta p_{\perp} = \int (mv_{\perp}^2 / 2) \delta F_k d\mathbf{v}$ – возмущение перпендикулярного давления плазмы.

Используя (4) и вычисляя δp_{\perp} , из уравнения (5) получаем дисперсионное соотношение для диамагнитной моды:

$$\left(\Delta + \frac{i\pi m}{8p_{\perp 0}} \frac{\omega}{|k_{\parallel}|} \int v_{\perp}^4 \frac{\partial F}{v_{\parallel} \partial v_{\parallel}} \delta(v_{\parallel}) d\mathbf{v} - \frac{\omega^2}{k_{\parallel}^2} I_1 \right) b_k = 0, \quad (6)$$

где

$$\Delta = \frac{m}{8p_{\perp 0}} \int v_{\perp}^4 \left(\frac{\partial F}{v_{\perp} \partial v_{\perp}} - \frac{\partial F}{v_{\parallel} \partial v_{\parallel}} \right) d\mathbf{v} - \frac{1}{\beta_{\perp}} \left(1 + \frac{3}{2} \rho_i^2 k_{\perp}^2 \right) - \frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2 \beta_{\perp}} \chi, \quad (7)$$

$$I_1 = -\frac{m}{8p_{\perp 0}} P \left(\int v_{\perp}^4 \frac{\partial F}{v_{\parallel}^3 \partial v_{\parallel}} d\mathbf{v} \right). \quad (8)$$

В выражении (7) $\chi = 1 + (\beta_{\perp} - \beta_{\parallel}) / 2$.

Из уравнения (6) следует, что в общем случае дисперсионное уравнение для диамагнитной (зеркальной) моды квадратично по частоте. Выполнив в (7) интегрирование по частям, получаем

$$\Delta = K - \frac{3}{4\beta_{\perp}} \rho_i^2 k_{\perp}^2 - \frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2 \beta_{\perp}} \chi, \quad (9)$$

где

$$K = I_2 - 1 - \frac{1}{\beta_{\perp}}, \quad (10)$$

$$I_2 = -\frac{m}{8p_{\perp 0}} \int v_{\perp}^4 \frac{\partial F}{v_{\parallel} \partial v_{\parallel}} d\mathbf{v}. \quad (11)$$

Фактически K пропорционально количеству свободной энергии, необходимой для неустойчивости; в бимаксвелловской плазме $K \equiv T_{\perp} / T_{\parallel} - \beta_{\perp}^{-1}$.

Квазилинейная модификация функции распределения

Из-за быстрого перемещения резонансных частиц функция распределения ионов в области малых продольных скоростей уплощается и приобретает форму квазиplate. Этот процесс не обязательно требует наличия случайных фаз взаимодействующих мод, он может иметь место и в одномодовом (синусоидальном) режиме. Для того, чтобы описать эффект этого уплощения предположим, что коэффициенты в уравнении (6) не являются замороженными в свои первоначальные значения, а медленно эволюционируют в процессе квазилинейной диффузии. В этом режиме амплитуды колебаний остаются малыми, и возмущения скоростей частиц и их плотности линейны по амплитуде колебаний. Под действием хаотических волновых возмущений эволюционирует только усредненная функция распределения. Уравнение, описывающее такие медленные вариации, было выведено авторами работы [Shapiro, Shevchenko, 1964] в виде:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \gamma_{\mathbf{k}} |b_{\mathbf{k}}|^2 \left\{ \frac{1}{v_{\perp}} \frac{\partial}{\partial v_{\perp}} \left[v_{\perp} \left(\frac{v_{\perp}^2}{2} \frac{\partial F}{\partial v_{\perp}} - \frac{v_{\perp}^2}{v_{\parallel}} \frac{\partial F}{\partial v_{\parallel}} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \left(\frac{v_{\perp}^4}{v_{\parallel}^2} \frac{\partial F}{\partial v_{\parallel}} \right) \right\}, \quad (12)$$

где $\gamma_{\mathbf{k}}$ – линейный инкремент неустойчивости.

Квазилинейное приближение справедливо, если $|k_{\parallel}| \Delta v_{\parallel} \gg \gamma_k$, где Δv_{\parallel} – ширина области в пространстве скоростей, занятой диффузией. В нашем случае $\Delta v_{\parallel} \approx v_{T_{\parallel}}$. Так как $\gamma_k / |k_{\parallel}| v_{T_{\parallel}} \propto K$, квазилинейное приближение справедливо, если отклонение параметров плазмы не сильно отличается от равновесных.

Последний член в уравнении (12) имеет сильную сингулярность при малых продольных скоростях, в связи с чем именно он вносит основной вклад в диффузию. Пренебрегая остальными членами, получаем

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{v_{\perp}^4}{4} \sum_k \gamma_k |b_k|^2 \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \left(\frac{\partial F}{v_{\parallel}^2 \partial v_{\parallel}} \right). \quad (13)$$

С помощью соотношения

$$\frac{\partial |b_k|^2}{\partial t} = 2\gamma_k |b_k|^2 \quad (14)$$

уравнение (13) записываем в виде

$$\frac{\partial F}{\partial h} = \frac{v_{\perp}^4}{4} \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \left(\frac{\partial F}{v_{\parallel}^2 \partial v_{\parallel}} \right), \quad (15)$$

где

$$h = \sum_k |b_k|^2. \quad (16)$$

Воспользуемся методом разделения переменных, записывая $F = \Phi(h)\Psi(v_{\parallel})$, и получим

$$\frac{4}{v_{\perp}^4} \frac{\partial \ln \Phi}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \left(\frac{\ln \Psi}{v_{\parallel}^2 \partial v_{\parallel}} \right) = -4\lambda^2; \quad (17)$$

здесь λ – некий параметр, определяемый в дальнейшем.

Из (17) получаем

$$\Phi = \Phi_0 \exp(-\lambda^2 v_{\perp}^4 h) \quad (18)$$

и

$$\frac{\partial}{\partial v_{\parallel}} \left(\frac{\partial \Psi}{v_{\parallel}^2 \partial v_{\parallel}} \right) + 4\lambda^2 \Psi = 0. \quad (19)$$

Уравнение (19) записано в форме Штурма–Лиувилля и имеет следующее решение:

$$\Psi = |v_{\parallel}|^{3/2} [C_1 J_{-3/4}(\lambda v_{\parallel}^2) + C_2 J_{3/4}(\lambda v_{\parallel}^2)], \quad (20)$$

где $J_{\nu}(x)$ – функция Бесселя; $C_{1,2}$ – произвольные константы.

Решение (20) должно быть ограничено при $v_{\parallel} = 0$. Это предполагает, что $C_2 = 0$, в связи с чем частное решение уравнения (15) имеет вид:

$$F_{\lambda} = \text{const} |v_{\parallel}|^{3/2} e^{-\lambda^2 v_{\perp}^4 h} J_{-3/4}(\lambda v_{\parallel}^2). \quad (21)$$

Общее решение записываем в форме интеграла Фурье–Бесселя:

$$F(v_{\perp}, v_{\parallel}, h) = A |v_{\parallel}|^{3/2} \int_0^{\infty} e^{-\lambda^2 v_{\perp}^4 h} \lambda J_{-3/4}(\lambda v_{\parallel}^2) \int_0^{\xi^{1/4}} J_{-3/4}(\lambda \xi) e^{-\frac{\xi}{v_{\parallel}^2}} d\xi d\lambda, \quad (22)$$

где

$$A = \frac{n}{\pi^{3/2} v_{T_{\perp}}^2 v_{T_{\parallel}}} \exp\left(-\frac{v_{\perp}^2}{v_{T_{\perp}}^2}\right). \quad (23)$$

Используя известное соотношение

$$\int_0^{\infty} \lambda J_{-3/4}(\lambda v_{\parallel}^2) J_{-3/4}(\lambda \xi) d\lambda = \frac{\delta(\xi - v_{\parallel}^2)}{v_{\parallel}^2}, \quad (24)$$

можно легко убедиться, что $F(h=0) = F_0$.

Внутренний интеграл в (22) легко берется, после чего находим:

$$F(v_{\perp}, v_{\parallel}, h) = \frac{A 2^{1/4} \Gamma(3/4)}{\pi^2 v_{T_{\parallel}}^2} |v_{\parallel}|^3 \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda^2 v_{\perp}^4 h} \lambda^{1/4} J_{-3/4}(\lambda v_{\parallel}^2)}{(\lambda^2 + v_{T_{\parallel}}^{-4})^{3/4}} d\lambda, \quad (25)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

График F как функции v_{\parallel} при разных значениях h и фиксированных v_{\perp} приведен на рис. 1. Видно, что диффузия по продольным скоростям приводит к заметному уплощению функции распределения при малых v_{\parallel} . Вместо первоначальной зависимости $\propto \exp(-v_{\parallel}^2 / v_{T_{\parallel}}^2)$ функция теперь имеет более пологий скейлинг вида $\propto \exp(-v_{\parallel}^4 / v_{T_{\parallel}}^4)$. В результате член с дельта-функцией и член с главным значением интеграла обращаются в нуль, и главным оказывается квадратичный по частоте член.

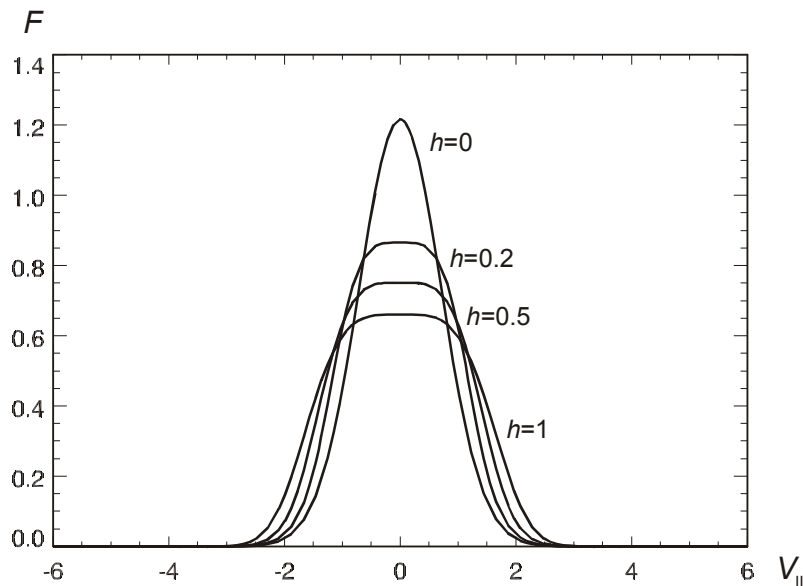


Рис. 1. Зависимость функции распределения ионов F от волновой амплитуды h при фиксированных v_{\perp}

Насыщение неустойчивости и нелинейный инкремент

Фактически уплощение функции распределения воздействует на два члена в дисперсионном соотношении, содержащих I_1 и I_2 . Используя явное выражение для функции распределения ионов (25), легко вычислить I_1 :

$$I_1 \approx -\frac{\alpha}{v_{T_{\perp}}^2} \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right)^{3/2} h^{-1/4}, \quad (26)$$

где $\alpha = \frac{3}{16} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \approx 1.2$.

При вычислении I_2 более удобно сначала найти отклонение от равновесного значения, т.е. величину $\delta I_2 = I_2 - I_{20}$, где

$$I_{20} = -\frac{m}{8p_{\perp 0}} \int v_{\perp}^4 \frac{\partial F_0}{v_{\parallel} \partial v_{\parallel}} dv \equiv \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}}, \quad (27)$$

а затем –

$$I_2 = \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} - \mu \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right)^{\frac{3}{2}} h^{\frac{1}{4}}, \quad (28)$$

где $\mu = -\frac{3}{32} \Gamma\left(-\frac{3}{4}\right) \Gamma\left(\frac{1}{4}\right) \approx 1.6$.

График зависимости I_2 от h изображен слева на рис. 2, а. Так как I_2 входит в выражение (10) для K , оно меняет свободную энергию системы, которая уменьшается с ростом волновой энергии. Последнее утверждение становится более понятным при рассмотрении графика зависимости K от h , изображенного из рис. 2, б.

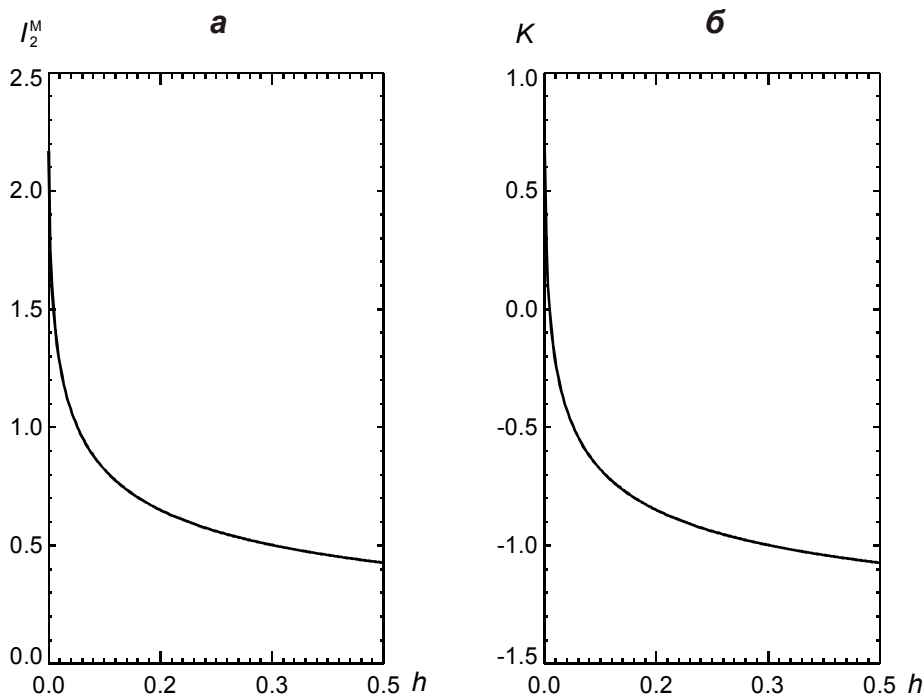


Рис. 2. Зависимость от h значений I_2 (а) и K (б). Параметры плазмы $T_{\perp} / T_{\parallel} = 2$ и $\beta_{\perp} = 2$

Подставляя (26) и (28) в (6), получаем выражение для нелинейного инкремента:

$$\gamma = \frac{|k_{\parallel}| v_{T_{\parallel}}}{\alpha^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right)^{\frac{1}{4}} h^{\frac{1}{8}} \left(K - \frac{3}{4\beta_{\perp}} \rho_i^2 k_{\perp}^2 - \mu \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right)^{\frac{3}{2}} h^{\frac{1}{4}} - \frac{k_{\parallel}^2}{k_{\perp}^2 \beta_{\perp}} \chi \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (29)$$

Вычислим инкремент для максимально растущей моды. Будем считать, что в процессе квазилинейной эволюции амплитуда волны остается малой, в связи с чем максимально растущая мода не слишком сильно отклоняется от своего первоначального значения. Соответствующие значения для поперечных и продольных волновых векторов были вычислены ранее [Pokhotelov et al., 2008] и имеют вид:

$$(k_{\perp} \rho_i)_{\max}^2 = \beta_{\perp} \frac{K}{3} \quad (30)$$

и

$$(k_{\parallel} \rho_i)_{\max}^2 = \beta_{\perp}^2 \frac{K^2}{12\chi}. \quad (31)$$

С учетом этих соотношений из (29) получаем

$$\gamma_{\max} = \frac{\omega_{ci}}{2^{\frac{3}{2}} 3^{\frac{1}{2}} \alpha^{\frac{1}{2}} \chi^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{T_{\parallel}}{T_{\perp}} \right)^{\frac{3}{4}} h^{\frac{1}{8}} K \left(K - 2\mu \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right)^{\frac{3}{2}} h^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (32)$$

откуда следует, что квазилинейная релаксация максимально растущей моды наступает

при сравнительно малых амплитудах, когда $K \approx 2\mu \left(\frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right)^{\frac{3}{2}} h^{\frac{1}{4}}$ или

$$\delta B_z / B_0 \approx K^2 (T_{\parallel} / T_{\perp})^3 / 4. \quad (33)$$

Здесь необходим небольшой комментарий. Дальнейшая нелинейная эволюция будет происходить под действием эффектов, не учтенных при данном рассмотрении, среди которых нелинейные напряжения Рейнольдса и нелинейные вариации лармовского радиуса, соответствующие учету квадратичной по амплитуде нелинейности. Отклонение становится заметным вблизи порога квазилинейной релаксации. При учете эффектов Рейнольдса рост амплитуды продолжится. Затем система переходит в режим коллапса, т.е. к неограниченному росту амплитуды колебаний за конечное время в соответствии с моделью субкритической бифуркации [Kuznetsov *et al.*, 2007]. Однако рост колебаний быстро останавливается из-за нелинейного изменения лармовского радиуса ионов, что приводит к установлению стационарного состояния в виде уединенной волны, подробно исследованному в работах [Istomin, Pokhotelov, Balikhin, 2009a,b]. Предложенный сценарий хорошо соответствует численному моделированию методом частиц в ячейке, выполненному в работе [Hellinger *et al.*, 2009].

Резюме

В настоящей работе представлен анализ нелинейной эволюции диамагнитной неустойчивости в немаксвелловской плазме большого давления. Квазилинейная теория этой неустойчивости была исследована с помощью прямого интегрирования соответствующего диффузионного уравнения для функции распределения ионов. Показано, что из-за уплощения функции распределения резонансное взаимодействие ионов с малыми продольными скоростями быстро “выключается” и сменяется более слабым адиабатическим взаимодействием с диамагнитной модой. На этой стадии рассматриваемая мода становится аналогичной известной моде БГК [Bernstein, Greene, Kruskal, 1957] в бесстолкновительной плазме.

Показано, что в общем случае дисперсионное соотношение для диамагнитной моды квадратично по частоте и становится линейным только в начальной стадии развития. Отметим, что линейная и квазилинейная стадии диамагнитной неустойчивости имеют много общего с другой классической неустойчивостью – неустойчивостью Фрида–Вейбеля [Fried, 1959; Weibel, 1959], описываемой аналогичными уравнениями. Различие наступает при учете более высоких степеней нелинейности: в случае диамагнитной неустойчивости имеет место квадратичная нелинейность, а в случае неустойчивости Фрида–Вейбеля – кубическая [Pokhotelov, Amariutei, 2011]. Это различие приводит

к появлению разных равновесных состояний – в первом случае это уединенные волны типа солитонов, во втором – токовые филаменты [Palodhi, Califano, Pegoraro, 2009].

Отметим, что рассмотренный сценарий эволюции неустойчивости, конечно же, в значительной мере упрощен. Так, например, мы ограничились случаем малых амплитуд колебаний – $b \ll 1$. Случай конечных амплитуд – $b \leq 1$ – исследован в работе [Jovanović, Shukla, 2009]. Кроме того, мы оставили за кадром обсуждение эффекта двойной устойчивости, рассмотренного в работе [Califano et al., 2008]. Тем не менее, как нам кажется, проведенный анализ позволяет глубже понять природу и особенности нелинейной эволюции диамагнитной неустойчивости.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 11-05-00920) и Программ Президиума РАН № 4 и № 22.

Литература

- Balikhin M.A., Sagdeev R.Z., Walker S.N., Pokhotelov O.A., Sibeck D.G., Beloff N., Dudnikova G. THEMIS Observations of Mirror Structures: Magnetic Holes and Instability Thresholds // *Geophys. Res. Lett.* 2009. V. 36. P.LO3105. doi:10.1029/2008GL036923.
- Balikhin M., Pokhotelov O., Walker S., Boynton R., Beloff N. Mirror mode peaks: THEMIS observations versus theories // *Geophys. Res. Lett.* 2010. V. 37. P.L05104. doi: 10.1029/2009GL042090.
- Bernstein I.B., Greene J.M., Kruskal M.D. Exact nonlinear plasma oscillations // *Phys. Rev.* 1957. V. 108. P.546–550.
- Califano F., Hellinger P., Kuznetsov E.A., Passot T., Sulem P.L., Trávníček P.M. Nonlinear mirror mode dynamics: Simulations and modeling // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 13. P.A08219. doi: 10.1029/2007JA012898.
- Fried B.D. Mechanism for instability of transverse plasma waves // *Phys. Fluids.* 1959. V. 2. P.337–337.
- Hellinger P., Kuznetsov E.A., Passot T., Sulem P.L., Trávníček P.M. Mirror instability: From quasi-linear diffusion to coherent structures // *Geophys. Res. Lett.* 2009. V. 36. P.L06103. doi: 10.1029/2008GL036805.
- Istomin Y.N., Pokhotelov O.A., Balikhin M.A. Mirror instability in Space plasmas: Solitons and Cnoidal Waves // *Phys. Plasmas.* 2009a. V. 16. P.062905.
- Istomin Ya.N., Pokhotelov O.A., Balikhin M.A. Nonzero electron temperature effects in nonlinear mirror modes // *Phys. Plasmas.* 2009b. V. 16. P.122901.
- Jovanović D., Shukla P.K. Nonlinear gyrokinetic theory for steady-state mirror mode magnetic structures // *Phys. Plasmas.* 2009. V. 16. P.082901.
- Kivelson M.G., Southwood D.J. Mirror instability, 2, The mechanism of nonlinear saturation // *J. Geophys. Res.* 1996. V. 101. P.17.365–17.371.
- Kuznetsov E.A., Passot T., Sulem P.L. Dynamical model for nonlinear mirror modes near threshold // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98. P.235003.
- Palodhi L., Califano F., Pegoraro F. Nonlinear kinetic development of the Weibel instability and the generation of electrostatic coherent structures // *Plasma Phys. Control. Fusion.* 2009. V. 51. P.125006. doi:10.1088/0741-3335/51/12/125006.
- Pantellini F.G. E. A model of the formation of stable nonpropagating magnetic structures in the solar wind based on the nonlinear mirror instability // *J. Geophys. Res.* 1998. V. 103. P.4789–4798.
- Pokhotelov O.A., Amariutei O.A. Quasi-linear dynamics of Weibel instability // *Ann. Geophys.* 2011. V. 29. P.1997–2001
- Pokhotelov O.A., Sagdeev R.Z., Balikhin M.A., Onishchenko O.G., Fedun V.N. Nonlinear mirror waves in non-Maxwellian space plasmas // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113. P.A04225. doi: 10.1029/2007JA012642.

- Shapiro V.D., Shevchenko V.I.* Quasilinear theory of instability of a plasma with anisotropic ion velocity distribution // *Sov. Phys. JETP, Eng. Trans.* 1964. V. 18. P.1109–1116.
- Soucek J., Lucek E., Dandouras I.* Properties of magnetosheath mirror modes observed by Cluster and their response to changes in plasma parameters // *J. Geophys. Res.* 2008. V. 113. P.A04203. doi: 10.1029/2007JA012649.
- Vedenov A.A., Sagdeev R.Z.* Some properties of plasma with an anisotropic ion velocity distribution in a magnetic field // *Plasma Physics and Problem of Controlled Thermonuclear Reactions.* 1958. V. III / Ed. M.A. Leontovich. Pergamon, Tarrytown, New York. P. 332.
- Weibel E.S.* Spontaneously growing transverse waves in a plasma due to an anisotropic velocity distribution // *Phys. Rev. Lett.* 1959. V. 2. P.83–84.

Сведения об авторах

ПОХОТЕЛОВ Олег Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123995, ГСП-5, Москва, Д-242, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: 8-499-254-88-05. E-mail: pokh@ifz.ru

ОНИЩЕНКО Олег Григорьевич – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123995, ГСП-5, Москва, Д-242, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1. Тел.: 8-499-254-88-05. E-mail: onish@ifz.ru

PECULIARITIES OF QUASI-LINEAR DYNAMICS OF DIAMAGNETIC INSTABILITY OF SPACE PLASMAS

O.A. Pokhotelov, O.G. Onishchenko

Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. A theory of the nonlinear evolution of the mirror mode near instability threshold is developed. It is found that during initial stage the major instability saturation is provided by the flattening of the ion distribution function in the resonant region. The instability relaxation is connected with rapid attenuation of resonant particle interaction which is replaced by a weaker adiabatic interaction with mirror modes. The saturated plasma state can be considered as a magnetic counterpart to electrostatic Bernstein, Greene and Kruskal (BGK) modes [Bernstein, Greene, Kruskal, 1959]. After quasi-linear saturation a further nonlinear scenario is controlled by the mode coupling effects and nonlinear variation of the ion Larmor radius. Our analytical model is verified by “particle-in-cell” (PIC) numerical simulations. Test particle and PIC simulations indeed show that it is a modification of distribution function at small parallel velocities that results in fading away of free energy driving the mirror mode.

Keywords: MHD waves and turbulence, magnetosheath, nonlinear phenomena.