

УДК 519.677

ОЦЕНКА ГЛАДКОСТИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ С ПОМОЩЬЮ ДИАДИЧЕСКИХ ВЕЙВЛЕТОВ

© 2012 г. С.А. Строганов

Российский государственный геологоразведочный университет, г. Москва, Россия

Свойства волновых форм сейсмического шума могут быть описаны с помощью различных характеристик. Рассматриваются варианты количественного описания гладкости волновых форм. Рассмотрены два семейства диадических ортогональных вейвлетов, для которых известны точные показатели гладкости; приведен алгоритм оценки гладкости низкочастотных микросейсмических колебаний с использованием дискретного вейвлет-преобразования. Выполнена оценка гладкости колебаний по записям широкополосной сейсмической сети *F-net* с использованием вейвлетов двух семейств – классических вейвлетов Добеши и диадических. Показано, что диадические вейвлеты могут применяться для оценки гладкости низкочастотных микросейсмических колебаний наряду с вейвлетами Добеши.

Ключевые слова: показатели гладкости волновых форм, сейсмический шум, прогноз землетрясений, диадические вейвлеты.

Введение

В математическом анализе под гладкостью понимается число непрерывных производных у кривой. Однако это определение нуждается в существенной коррекции, если попытаться применить его к реализации случайного процесса, содержащего шум высокой амплитуды. В одной из работ А.А. Любушина [2010] предлагается определять гладкость случайной кривой в пределах рассматриваемого временного окна как число обнуляемых моментов для ортогонального вейвлета из семейства Добеши, критерием выбора которого служит минимум энтропии распределения квадратов модуля вейвлет-коэффициентов – чем больше число обнуляемых моментов, тем более гладким является ортогональный вейвлет и, следовательно, более гладкой волновая форма шума.

Анализовались данные состоящей из 83 станций широкополосной сети сейсмических станций *F-net* в Японии, открытые для свободного доступа в интернете по адресу <http://www.fnet.bosai.go.jp/top.php?LANG=en>. На основе этих данных – вертикальных сейсмических колебаний с частотой дискретизации 1 Гц – в 2010 г. А.А. Любушиным [2009, 2010, 2011a¹] был сделан долгосрочный прогноз мегаземлетрясения 11.03.2011 г. в Японии, зафиксированный в заявке, поданной им 26.04.2010 г. в Российский экспертный совет по прогнозу землетрясений и сейсмической опасности и опубликованный позже в тезисах международных конференций [Lyubushin, 2010a,b,c].

В работе [Любушин, 2011б] показано, что характеристика гладкости волновых форм сейсмического шума отражает подготовку сильного землетрясения – задолго до сейсмической катастрофы 11.03. 2011 г. на записях сети *F-net* после устранения трендов, обусловленных приливами, существенно возросло среднее число обнуляемых моментов сейсмического шума, т.е. шум стал более гладким.

В настоящей статье с использованием тех же данных исследуются различные варианты оценки гладкости зашумленных сейсмических записей за период с начала 1997 г. по 13.06.2011 г. (до и после названного землетрясения) с применением вейвлетов.

¹ Статья была представлена в редколлегию журнала “Физика Земли” в конце апреля 2010 г.

Перед обработкой исходные данные с шагом по времени 1 с преобразовывались в записи с шагом 1 мин путем вычисления средних значений в последовательных непересекающихся окнах длиной 60 с. Влияние приливных трендов устранялось полиномом восьмого порядка, после чего оценивалась гладкость сигнала для каждой сейсмической станции в пределах текущих суток. Затем значения показателей гладкости для каждой станции усреднялись по всем станциям сети. Таким образом, получались различные варианты средних показателей гладкости поля низкочастотных микросейсм за каждые сутки наблюдений.

Описание алгоритмов оценки гладкости

В работе [Любушин, 2010] предложен алгоритм оценки гладкости низкочастотных микросейсмических колебаний, включающий следующие операции: выбор вейвлет-базисов [Mallat, 1998]; удаление из сигнала тренда локальными полиномами восьмого порядка; вычисление для каждого из выбранных вейвлет-базисов дискретного вейвлет-преобразования сигнала и энтропии квадратов вейвлет-коэффициентов. Энтропия вычисляется по формуле $E = \sum_j -p_j \log_2 p_j$, $p_j = d_j^2 / S$, $S = \sum_j d_j^2$, где d_j – вейвлет-коэффициенты сигнала. Показатель гладкости вейвлета с наименьшим значением энтропии выбирается в качестве показателя гладкости сигнала. Автором применялись вейвлеты Добеши первого–десятого порядков и симлеты четвертого–десятого порядков¹; показателем гладкости служил порядок вейвлета.

Альтернативным вариантом является использование аналогов вейвлетов Добеши на полупрямой – диадических вейвлетов. Пусть $R_+ = [0, +\infty)$ – положительная полупрямая, $R_+ = Z \cap R_+$. Напомним, что система функций Уолша $\{w_n \mid n \in Z_+\}$ на R_+ определяется равенствами $w_0(x) \equiv 1$, $w_n(x) = \prod_{j=1}^k w_1(2^j x)^{\nu_j}$, $x \in R_+$, где ν_j берутся из двоичного

разложения $n = \sum_1^k 2^j \nu_j$, $\nu_j \in \{0, 1\}$, $\nu_k = 1$, $k = k(n)$ [Голубов, Ефимов, Скворцов, 2007];

функция $w_1(x)$ задана на отрезке $[0, 1)$ формулой

$$w_1(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in [0, 1/2), \\ -1, & \text{если } x \in [1/2, 1) \end{cases}$$

и продолжена на R_+ так, чтобы $w_1(x+1) = w_1(x)$.

Для любого $x \in R_+$ и любого $j \in N$ определим x_j, x_{-j} из двоичного разложения $x = \sum_{j=1}^{\infty} x_{-j} 2^{j-1} + \sum_{j=1}^{\infty} x_j 2^{-j}$. Операцию диадического сложения для любых $x, y \in R_+$

выполним по формуле $x \oplus y = \sum_{j=1}^{\infty} |x_{-j} - y_{-j}| 2^{j-1} + \sum_{j=1}^{\infty} |x_j - y_j| 2^{-j}$.

Функцию $\varphi \in L^2(R_+)$ будем называть *диадической масштабирующей функцией*, если она удовлетворяет уравнению

$$\varphi(x) = \sum_{k=0}^{2^n-1} c_k \varphi(2x \oplus k), \quad (1)$$

где c_k – некоторые комплексные коэффициенты.

¹ Под порядком понимается число обнуляемых моментов у материнской функции.

Уравнение вида (1) называется *диадическим масштабирующим уравнением*. После применения преобразования Фурье–Уолша оно может быть записано в виде $\hat{\phi}(\omega) = m(\omega/2)\hat{\phi}(\omega/2)$, где

$$m(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{2^n-1} c_k w_k(\omega). \tag{2}$$

Выражение (2) – полином Уолша, называемый *маской масштабирующего уравнения*. Диадическими интервалами ранга n будем называть интервалы вида $I_s^{(n)} = [s2^{-n}, (s+1)2^{-n})$, $s \in Z_+$. Заметим, что для всех $0 \leq l < 2^n - 1$ функции Уолша $w_l(x)$ на диадических интервалах ранга n принимают постоянные значения 1 или -1 . Следовательно, на этих интервалах маска масштабирующего уравнения также принимает постоянные значения. Коэффициенты масштабирующего уравнения связаны со значениями маски $b_s = m(s2^{-n})$ дискретным преобразованием Уолша:

$$c_k = \frac{1}{2^n} \sum_{s=0}^{2^n-1} b_s w_s(s2^{-n}).$$

В работе [Протасов, Фарков, 2006] подробно изложен алгоритм построения по маскам масштабирующего уравнения диадических масштабирующих функций и соответствующих им диадических ортогональных вейвлетов. В названной работе и в [Родионов, Фарков, 2009] рассматриваются также оценки гладкости диадических масштабирующих функций и соответствующих им вейвлетов. Приведем два примера используемых масок.

Пример 1. Пусть $n = 2$ и функция ϕ задана маской

$$m(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in [0, 1/4), \\ a, & \omega \in [1/4, 1/2), \\ 0, & \omega \in [1/2, 3/4), \\ b, & \omega \in [3/4, 1), \end{cases}$$

где $|a|^2 + |b|^2 = 1$, $a \neq 0$. Тогда ϕ – масштабирующая функция Лэнга [Lang, 1998], для которой показатель гладкости равен

$$\alpha_\phi = -\log_2 b \tag{3}$$

Пример 2. Пусть $n=3$ и функция ϕ задана маской

$$m(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in [0, 1/8), \\ a, & \omega \in [1/8, 1/4), \\ b, & \omega \in [1/4, 3/8), \\ c, & \omega \in [3/8, 1/2), \end{cases} \quad m(\omega) = \begin{cases} 0, & \omega \in [1/2, 5/8), \\ \alpha, & \omega \in [5/8, 3/4), \\ \beta, & \omega \in [3/4, 7/8), \\ \gamma, & \omega \in [7/8, 1), \end{cases}$$

где $|a|^2 + |\alpha|^2 = |b|^2 + |\beta|^2 = |c|^2 + |\gamma|^2 = 1$, $a \neq 0$, $c \neq 0$. В этом случае показатель гладкости для масштабирующей функции ϕ равен

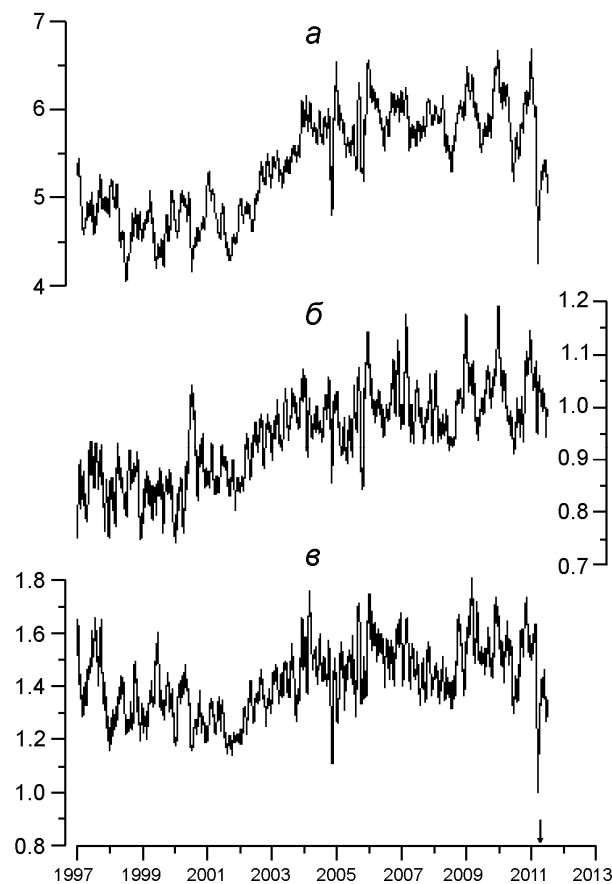
$$\alpha_\phi = \begin{cases} -\frac{1}{3} \log_2 |a|, & \text{если } b = 0, |c| = 1, 0 < |a| < 1, \\ -\max \left\{ \frac{1}{2} \log_2 |a|, \log_2 |\gamma| \right\} & \text{если } |b| = 1, 0 < |a| < 1, 0 < |\gamma| < 1, \\ -\log_2 |\gamma|, & \text{если } |a| = 1, 0 < |\gamma| < 1. \end{cases} \tag{4}$$

Каждому значению параметров $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ соответствуют разные диадические масштабирующие функции и диадические вейвлеты. Поэтому можно говорить, что

маски из примеров 1, 2 порождают два семейства диадических вейвлетов, определяемых своими наборами параметров. При проведении численных экспериментов поиск параметров диадических вейвлетов производился с использованием рекурсивного генетического алгоритма [Головешкин, Ульянов, 2007].

Результаты и выводы

На приводимом ниже рисунке представлены графики изменения показателя гладкости волновых форм сейсмического шума для всех станций сети *F-net* за период с начала 1997 г. по середину 2011 г., сглаженные во временном окне длиной 30 сут. График *a* получен с использованием вейвлетов Добеши и симлетов; два других – с использованием масок из примера 1 (*б*) и примера 2 (*в*).



Графики изменения показателя гладкости волновых форм сейсмического шума, усредненные по всем станциям сети *F-net* и дополнительно сглаженные по времени в окне 30 сут. Ось абсцисс общая для всех трех графиков; стрелкой отмечен момент землетрясения 11.03.2011 г.

На всех графиках хорошо видна основная особенность, отображающая поведение показателя гладкости шума во времени: на интервале от середины 2001 г. до начала 2004 г. отмечается плавное повышение гладкости; затем вплоть до землетрясения 11.03.2011 г. средний уровень показателя гладкости остается высоким. После сейсмической катастрофы показатели гладкости на графиках *a* и *в* довольно резко падают. Таким образом, гладкость волновых форм низкочастотных микросейсм, полученная с применением вейвлетов Добеши и диадических вейвлетов из примера 2, обладает прогностическими свойствами, что делает ее использование перспективным в сейсмологических системах мониторинга. Что касается диадических вейвлетов из примера 1

(график б на рисунке), то в связи с небольшим опытом использования пока рано говорить об их меньшей перспективности по сравнению с остальными рассмотренными в настоящей статье.

Благодарности

Автор благодарит д.ф.-м.н. А.А. Любушина (ИФЗ РАН) за предоставленные данные о микросейсмах на Японских островах и полезные обсуждения.

Литература

- Головешкин В.А., Ульянов М.В. Теория рекурсии для программистов. М: Физматлит, 2007. 344с.
- Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша: Теория и применения. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. 296 с.
- Любушин А.А. Тренды и ритмы синхронизации мультифрактальных параметров поля низкочастотных микросейсм // Физика Земли. 2009. № 5. С.15–28.
- Любушин А.А. Статистики временных фрагментов низкочастотных микросейсм: их тренды и синхронизация // Физика Земли. 2010. № 6. С.86–96.
- Любушин А.А. Кластерный анализ свойств низкочастотного микросейсмического шума // Физика Земли. 2011а. № 6. С.26–34.
- Любушин А.А. Сейсмическая катастрофа в Японии 11 марта 2011 года. Долгосрочный прогноз по низкочастотным микросейсмам // Геофизические процессы и биосфера. 2011б. Т. 10, № 1. С.9–35.
- Протасов В.Ю., Фарков Ю.А. Диадические вейвлеты и масштабирующие функции на полупрямой // Математический сборник. 2006. Т. 197, № 10. С.129–160.
- Родионов Е.А., Фарков Ю.А. Оценки гладкости диадических ортогональных всплесков типа Добеши // Мат. заметки. 2009. Т. 86, № 3. С.429–444.
- Lang W.C. Fractal multiwavelets related to the Cantor dyadic group // Intern. J. Math. and Math. Sci. 1998 V. 21 P.307–317.
- Lyubushin A.A. Mean multifractal properties of low-frequency microseismic noise // Proceedings of 31st General Assembly of the European Seismological Commission ESC-2008. Hersonissos, Crete, Greece, 7–12 Sept. 2008. 2008а. P.255–270.
- Lyubushin A.A. Multifractal properties of low-frequency microseismic noise in Japan, 1997–2008 // Book of abstracts of 7th General Assembly of the Asian Seismological Commission and Japan Seismological Society. Fall meeting. Tsukuba, Japan, 24–27 Nov. 2008. 2008b. P.92.
- Lyubushin A.A. Synchronization of multifractal parameters of regional and global low-frequency microseisms // European Geosciences Union General Assembly 2010, Vienna, 02–07 of May, 2010. Geophys. Res. Abstr. V. 12. EGU2010-696, 2010а.
- Lyubushin A.A. Synchronization phenomena of low-frequency microseisms // European Seismological Commission, 32nd General Assembly, Sept. 06–10, 2010, Montpellier, France: Book of abstr. Ses. ES6. 2010b. P.124.
- Lyubushin A. Multifractal parameters of low-frequency microseisms // Synchronization and Triggering: from Fracture to Earthquake Processes, GeoPlanet: Earth and Planetary Sciences, DOI 10.1007/978-3-642-12300-9_15. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2010с. 388 p. Chapter 15. P.253–272.
- Mallat S. A wavelet tour of signal processing. San Diego, London, Boston, N.Y., Sydney, Tokyo, Toronto: Academic Press, 1998. 577 p. (Рус. пер.: Малла С. Вэйвлеты в обработке сигналов. М.: Мир, 2005. 671 с.).

Сведения об авторе

СТРОГАНОВ Сергей Александрович – аспирант, РГГРУ им. Серго Орджоникидзе. 117997, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 23. Тел.: (495) 433-62-66, доб. 12-42. E-mail: objiomob@gmail.com

SMOOTHNESS ESTIMATES OF LOW-FREQUENCY MICROSEISMS USING DYADIC WAVELETS

S.A. Stroganov

Russian State Geological Prospecting University, Moscow, Russia

Abstract. Properties of seismic noise waveform can be described by various characteristics. In this paper certain options for the quantitative description of the smoothness of the waveform are discussed. We consider two families of dyadic orthogonal wavelets, for which precise ratios of smoothness are known, and an algorithm for assessing the smoothness of the low-frequency microseisms using the discrete wavelet transform. In addition, estimates of the smoothness of microseisms noise from broadband seismic network *F-net*, using a family of classical Daubechies wavelets, and the families of dyadic wavelets were obtained. It is shown that the considered dyadic wavelets can be used to estimate the smoothness of the low-frequency microseisms along with the Daubechies wavelets.

Keywords: waveform smoothness parameters, seismic noise, earthquake prediction, dyadic wavelets.