ГЕОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2010, том 11, № 3, с.46-51

УДК 550.385

ВЛИЯНИЕ СКАЧКОВ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА СВОЙСТВА ТОКОВОГО СЛОЯ

© 2010 г. А.М. Алекперов, И.М. Алешин, Д.В. Перегудов

Институт физики Земли им. О.Ю.Шмидта РАН, г. Москва, Россия

Получено решение системы уравнений Власова – Максвелла в виде квазинейтрального токового слоя. Основное отличие от известных моделей заключается в том, что рассматривалась функция распределения, имеющая скачок первого рода. Такая особенность приводит к тому, что слой имеет конечные размеры – плотность плазмы за его пределами строго равна нулю. При этом имеется неаналитичность в пространственной зависимости концентрации плазмы вблизи границы. Обсуждается возможность использования полученного решения для объяснения некоторых свойств наблюдаемых в солнечном ветре структур среднего и малого пространственного масштаба.

Ключевые слова: космическая плазма, солнечный ветер, токовые слои, кинетическая теория плазмы.

Введение

Цель предлагаемой работы – исследование свойств структур среднего и малого пространственного масштаба, наблюдаемых в солнечном ветре [*Рязанцева и др.,* 2003], отличительной особенностью которых является наличие резких границ: область перехода занимает расстояние в нескольких сотен километров. Анализ данных показывает, что эти структуры неподвижны относительно окружающего солнечного ветра, что принципиально отличает их от межпланетных ударных волн. Помимо этого, наблюдаемые скачки плотности сопровождаются скачком полного (теплового и магнитного) давления [*Рязанцева и др.,* 2005]. Ранее в работе [*Алешин и др.,* 2007] было показано, что одним из возможных механизмов, обеспечивающих существование в солнечном ветре неподвижных скачков плотности, может служить электростатический потенциальный барьер, который удерживает разность давлений плазмы по разные стороны от границы перехода. В той же работе было отмечено, что форма переходной области не может быть объяснена только электростатическими эффектами, поскольку в этом случае область перехода для плазмы солнечного ветра должна быть дебаевского радиуса – всего несколько сотен метров.

Принципиальная особенность использованного в работе [*Алешин и др.,* 2007] решения уравнений Власова – Максвелла заключается в наличии разрывов первого рода в функциях распределения частиц. Поэтому в предлагаемой работе исследуется их влияние на неоднородные системы, в которых электростатическое поле отсутствует, т.е. формирование этих систем обусловлено только самосогласованным магнитным полем. Для выявления влияния скачков функции распределения на такие системы в работе рассмотрена максимально простая задача о токовом слое.

Решение уравнения Власова – Максвелла в виде стационарного слоя

Будем искать решение уравнений Власова – Максвелла в виде токового слоя, аналогично тому, как это сделано в классической работе Харриса [*Harris,* 1962], используя при этом функцию распределения типа “водяного мешка”, когда функция, имеющая постоянное значение внутри некоторой области, за ее пределами равна нулю.

Система уравнений Власова – Максвелла в стационарном случае имеет вид

$$\mathbf{v}\frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{r}}+\frac{e_a}{m_a}\left(\mathbf{E}+\frac{\mathbf{v}}{c}\times\mathbf{B}\right)\frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{v}}=0,$$

$$\nabla\mathbf{E}=4\pi\sum_a e_a\int f_a d^3v, \nabla\times\mathbf{E}=0,$$

$$\nabla\times\mathbf{B}=\frac{4\pi}{c}\sum_a e_a\int f_a\mathbf{v}d^3v, \nabla\mathbf{B}=0,$$

где e_a – заряд частицы сорта a; m_a – ее масса; c – скорость света.

В дальнейшем будем искать решение в виде ограниченного токового слоя, рассматривая две его возможные конфигурации – плоскую и цилиндрическую. Для плоского слоя предполагаем, что ток, текущий вдоль оси z декартовой системы координат (туда же направлен векторный потенциал), зависит только от координаты x:

$$\mathbf{j}=\left(0,0,j(x)\right), \mathbf{A}=\left(0,0,A(x)\right).$$

В этом случае единственной компонентой магнитного поля, отличной от нуля, будет y-компонента:

$$\mathbf{B}=\left(0,B(x),0\right).$$

В цилиндрическом слое ток течет вдоль оси симметрии z и зависит только от радиальной координаты r (то же самое справедливо для векторного потенциала), а магнитное поле имеет только азимутальную компоненту $B_\theta=B(r)$.

Предположим, что электрическое поле в обоих случаях равно нулю. Это приводит к условию квазинейтральности

$$\sum_a e_a\int f_a d^3v=0.$$

Уравнения Максвелла выполняются тождественно, за исключением z-компоненты закона Ампера, который и определяет координатную зависимость векторного потенциала.

Уравнения характеристик, определяющие решение уравнения Власова для каждого типа частиц, в рассматриваемых конфигурациях имеют следующие первые интегралы: для плоского слоя – это энергия и компоненты y и z обобщенного импульса:

$$W=\frac{mv^2}{2},\ p_y=mv_y,\ p_z=mv_z+\frac{e}{c}A(x),$$

для цилиндрического – энергия и компоненты z и θ обобщенного импульса:

$$W=\frac{mv^2}{2},\ p_\theta=m(xv_y-yv_x),\ p_z=mv_z+\frac{e}{c}A(r).$$

В обоих случаях считается, что зависимость функции распределения от интегралов сводится к комбинации

$$W-p_z v_d,$$

где v_d – являющаяся свободным параметром дрейфовая скорость, которая, будучи алгебраической величиной, может иметь любой знак.

Поскольку решение уравнения Власова – произвольная функция интегралов, то форма функции распределения должна быть выбрана с привлечением дополнительных соображений. В работе [*Harris,* 1962] решение основывалось на распределении Максвелла. Нас, прежде всего, интересует влияние скачков функции распределения в пространстве скоростей, поэтому мы будем использовать простейшую функцию, имеющую следующую особенность:

$$f=C\Theta\left(\frac{mv_T^2}{2}-\left(W-p_z v_d+\frac{mv_d^2}{2}\right)\right). \tag{1}$$

Здесь $\Theta(x)$ – ступенчатая функция Хевисайда, v_T характеризует тепловой разброс скоростей частиц (ширину "водяного мешка"), C – нормировочная константа.

Плотность заряда ρ и тока j для каждого сорта частиц с такой функцией распределения могут быть явно вычислены:

$$\rho = \frac{4}{3}\pi C\left(v_T^2 + \frac{2e}{mc}v_d A\right)^{\frac{3}{2}}, \;\; j = v_d \rho .$$

Произвольный выбор калибровки позволяет нам положить $A(0)=0$ в центре слоя (при $x=0$ в случае плоского слоя и $r=0$ в случае цилиндрического). Нормировочная константа C определяется при заданном значении плотности в центре слоя n_0:

$$C = \frac{3n_0}{4\pi v_T^3} .$$

Как уже говорилось выше, уравнения Максвелла сводятся к двум соотношениям – условию квазинейтральности и z-компоненте закона Ампера. Будем рассматривать двухкомпонентную плазму, состоящую из электронов и однозарядных ионов. Обозначим величины, относящиеся к электронам индексом e, а к ионам индексом i, и запишем уравнения для плоского слоя в виде

$$-eC_e\left(v_{Te}^2 - \frac{2e}{m_e c}v_{de}A(x)\right)^{\frac{3}{2}} + eC_i\left(v_{Ti}^2 + \frac{2e}{m_i c}v_{di}A(x)\right)^{\frac{3}{2}} = 0,$$

$$\frac{d^2A(x)}{dx^2} = -\frac{16\pi^2}{3c}\left[-ev_{de}C_e\left(v_{Te}^2 - \frac{2e}{m_e c}v_{de}A(x)\right)^{\frac{3}{2}} + ev_{di}C_i\left(v_{Ti}^2 + \frac{2e}{m_i c}v_{di}A(x)\right)^{\frac{3}{2}}\right].$$

Первое из этих двух уравнений сохраняет свою силу и для цилиндрического слоя (векторный потенциал будет зависеть не от x, а от радиальной координаты r), второе же немного модифицируется:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dA(r)}{dr}\right) = -\frac{16\pi^2}{3c}\left[-ev_{de}C_e\left(v_{Te}^2 - \frac{2e}{m_e c}v_{de}A(r)\right)^{\frac{3}{2}} + ev_{di}C_i\left(v_{Ti}^2 + \frac{2e}{m_i c}v_{di}A(r)\right)^{\frac{3}{2}}\right].$$

Условие квазинейтральности приводит к двум соотношениям:

$$C_e^{2/3}v_{Te}^2 = C_i^{2/3}v_{Ti}^2,$$

$$C_e^{2/3}\frac{v_{de}}{m_e} = -C_i^{2/3}\frac{v_{di}}{m_i},$$

первое из которых выполняется тождественно благодаря постоянству C.

Если ввести безразмерные переменные для пространственной координаты, векторного потенциала и магнитного поля

$$\xi = x/\lambda \;\; \left(\xi = r/\lambda\right), \;\; \lambda^2 = \frac{m_e c^2 v_{Te}^2}{8\pi e^2 n_0 v_{de}\left(v_{de} - v_{di}\right)} = \frac{m_i c^2 v_{Ti}^2}{8\pi e^2 n_0 v_{di}\left(v_{di} - v_{de}\right)},$$

$$a = \frac{2ev_{de}}{m_e c v_{Te}^2}A = -\frac{2ev_{di}}{m_i c v_{Ti}^2}A, \tag{2}$$

$$b = -\frac{da}{d\xi} = \frac{2e\lambda v_{de}}{m_e c v_{Te}^2}B = -\frac{2e\lambda v_{di}}{m_i c v_{Ti}^2}B,$$

то уравнение для векторного потенциала примет в случае плоского слоя вид

$$\frac{d^2 a(\xi)}{d\xi^2} = \left(1 - a(\xi)\right)^{3/2}, \tag{3}$$

а в случае цилиндрического –

$$\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi\frac{da(\xi)}{d\xi}\right) = \left(1 - a(\xi)\right)^{3/2}. \tag{4}$$

В случае плоского слоя уравнение (3) для векторного потенциала решается в квадратурах

$$\xi = \frac{\sqrt{5}}{2}\int_0^a \frac{d\alpha}{\sqrt{1-\left(1-\alpha\right)^{5/2}}}.$$

Токовый слой имеет конечную толщину $2L$, которая определяется из условия $a(L)=1$ (при этом плотность заряда $\rho \sim \left(1-a\right)^{3/2}$ обращается в нуль):

$$L = \frac{\sqrt{5}}{2}\int_0^1 \frac{d\alpha}{\sqrt{1-\left(1-\alpha\right)^{5/2}}} = \frac{1}{\sqrt{5}}B\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2}\right) \approx 1.65. \tag{5}$$

Здесь $B(x, y)$ – бета-функция Эйлера.

Вне слоя толщины $2L$ плотность тока (вместе с концентрацией частиц) строго равна нулю, а магнитное поле постоянно. Величина этого поля определяется полным током в слое и вычисляется, исходя из его непрерывности на границе.

Асимптотики векторного потенциала, концентрации частиц и магнитного поля вблизи центра слоя имеют вид

$$a = \frac{1}{2}\xi^2 + \ldots,\;\; n/n_0 = \left(1-a\right)^{3/2} = 1 - \frac{3}{4}\xi^2 + \ldots,\;\; b = -a' = -\xi + \ldots\;.$$

Вблизи границы слоя имеем

$$1 - a = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(L-\xi\right) - \frac{1}{7}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\left(L-\xi\right)\right)^{\frac{7}{2}} + \ldots,$$

$$n/n_0 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\left(L-\xi\right)\right)^{\frac{3}{2}} + \ldots, \tag{6}$$

$$b = -\frac{2}{\sqrt{5}}\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\left(L-\xi\right)\right)^{\frac{5}{2}} + \ldots\right).$$

Отсюда видно, что вблизи границ слоя имеется неаналитическая зависимость концентрации частиц и магнитного поля от координат.

Уравнение для векторного потенциала в случае цилиндрического слоя не может быть решено в квадратурах. Однако оно инвариантно относительно преобразований

$$\xi \to q\xi,\;\; (1-a) \to q^{-4}(1-a),$$

что позволяет заменой переменных [*Ибрагимов,* 1983] $\eta = \ln\xi,\; \alpha = (1-a)\xi^4$ свести его к автономному $\alpha''(\eta) - 8\alpha'(\eta) + 16\alpha + \alpha^{3/2}(\eta) = 0$.Однако и это уравнение не может быть решено аналитически. Поэтому необходим численный анализ, который показывает, что и в этом случае токовый слой имеет конечный радиус R, равный примерно 2.62, а значение магнитного поля на границе слоя $b(R)$≈–40. Вне слоя магнитное поле обратно пропорционально радиальной переменной $b(\xi) = b(R)R/\xi$.

Асимптотики векторного потенциала, концентрации и магнитного поля могут быть вычислены непосредственно из уравнения для векторного потенциала – вблизи центра слоя имеем

$$a = \frac{1}{4}\xi^2 + \ldots,\ n/n_0 = 1 - \frac{3}{8}\xi^2 + \ldots,\ b = -\frac{1}{2}\xi + \ldots .$$

Асимптотику вблизи границы слоя ищем в виде

$$1 - a = b(R)R\ln\frac{\xi}{R} + c_{7/2}(R-\xi)^{7/2} + \ldots\ ,$$

где выделена координатная зависимость векторного потенциала для свободного от токов пространства. Подстановка последнего выражения в исходное уравнение (4) позволяет определить коэффициенты разложения:

$$1 - a = b(R)R\ln\frac{\xi}{R} - \frac{4\left(-b(R)\right)^{3/2}}{35}(R-\xi)^{7/2} + \ldots,$$

$$n/n_0 = \left(-b(R)(R-\xi)\right)^{3/2} + \ldots,$$

$$b = \frac{b(R)R}{\xi} + \frac{2}{5}\left(-b(R)\right)^{3/2}(R-\xi)^{5/2} + \ldots .$$

Характер разложений оказывается таким же, как в случае плоского слоя; геометрия влияет только на значения коэффициентов в разложении и характер поведения поля вне слоя.

Заключение

Таким образом, можно видеть, что независимо от геометрии задачи для выбранной нами формы функции распределения (1) переходный слой формируется в конечной области, а вблизи его границ наблюдается неаналитичность в пространственной зависимости физических полей. Аналогичное поведение характерно и для границ перехода в системах с электростатическим взаимодействием и функциями распределения, содержащими разрыв в пространстве скоростей [*Алешин, Перегудов,* 2000; *Алешин, Трубачев,* 2004].

Из формул (2) и (5) видно, что размер слоя L слоя пропорционален тепловой скорости частиц, как и для случая с исходным максвелловским распределением [*Harris,* 1962].

Оценим некоторые свойства построенной модели применительно к условиям, характерным для солнечного ветра. Из формул (2) и выражения для магнитного поля из (6) вытекает соотношение

$$B \sim v_T\sqrt{n_0 m}\ ,$$

что неплохо согласуется с наблюдениями: типичные значения соответствующих величин в солнечном ветре – магнитное поле B~20 нТл, тепловая скорость ионов v_T ~20 км/с и средняя концентрация n_0=5·10^7 м$^{-3}$. При этом, приняв толщину токого слоя L равной ~400 км, что характерно для резких скачков [*Рязанцева и др.,* 2003], получим, невысокое (порядка 0.1 км/с) значение дрейфовой (параллельная фронту) скорости частиц, которое также не противоречит наблюдениям.

Приведенные вычисления позволяют сделать вывод, что форма скачка плотности определяется магнитным полем. В то же время, выбранная нами модель ни в коей мере не может претендовать на полное описание наблюдаемых скачков плазмы солнечного ветра. Полное описание исследуемых структур требует учета как магнитного, так и электростатического взаимодействия.

Литература

Алешин И.М., Застенкер Г.Н., Рязанцева М.О., Трубачев О.О. О возможной роли электростатического потенциала в формировании резких границ мелкомасштабных и среднемасштабных структур солнечного ветра // Космические исследования. 2007. Т. 45, № 3. С.195–200.

Алешин И.М., Перегудов Д.В. Некоторые новые свойства сильно нелинейного ионного звука // Вестн. Московского университета. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2000. Т. 41, № 1. С.8–11.

Алешин И.М., Трубачев О.О. О равновесном состоянии неоднородной плазмы // Теоретическая и математическая физика. 2004. Т. 138. С.157–166.

Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983. 280 с.

Рязанцева М.О., Далин П.А., Застенкер Г.Н., Пархомов В.А., Еселевич В.Г., Еселевич М. В., Ричардсон Дж. Свойства резких и больших скачков потока ионов (плотности) солнечного ветра // Космические исследования. 2003. Т. 41, № 4. С.371–381.

Рязанцева М.О., Хабарова О.В., Застенкер Г.Н., Ричардсон Дж. Резкие границы плазменных структур солнечного ветра и баланс давлений на них // Космические исследования. 2005. Т. 43, № 3. С.157–164.

Harris E.G. On a plasma sheet separating regions of oppositely directed magnetic field // Nuovo Cimento. 1962. V. 23, N 1. P.115–121.

Сведения об авторах

АЛЕКПЕРОВ Аташ Мустафа оглы – аспирант, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123995, ГСП-5, Москва, Д-242, ул. Большая Грузинская, д. 10. Тел.: +7(499)254-89-97. E-mail: atash_msu@yahoo.com

АЛЕШИН Игорь Михайлович – кандидат физико-математических наук, заведующий сектором, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123995, ГСП-5, Москва, Д-242, ул. Большая Грузинская, д. 10. Тел.: +7(499)254-89-97. E-mail: ima@ifz.ru

ПЕРЕГУДОВ Дмитрий Владимирович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН. 123995, ГСП-5, Москва, Д-242, ул. Большая Грузинская, д. 10. Тел.: +7(499)254-89-97. E-mail: peregoudov@rambler.ru

THE INFLUENCE OF DISTRIBUTION FUNCTION DISCONTINUITIES ON THE CURRENT SHEET PROPERTIES

A.M. Alekperov, I.M. Aleshin, D.V. Peregudov

Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract. The quasi-neutral current sheet model has been obtained as a solution Vlasov–Maxwell system of equations. The considered distribution function includes a jump discontinuity instead of known models of current sheets. This feature of velocity distribution results in finite spatial size of the sheet – the plasma density as well as a current density are equal to zero out of sheet's boundaries. Meanwhile, there is non-analyticity in spatial dependence of the field quantities near the boundaries. The possibility of using the obtained solution for description of some properties of small-scale and middle-scale solar wind structures is discussed.

Keywords: Space plasma, solar wind, current sheets, kinetic theory of plasma.