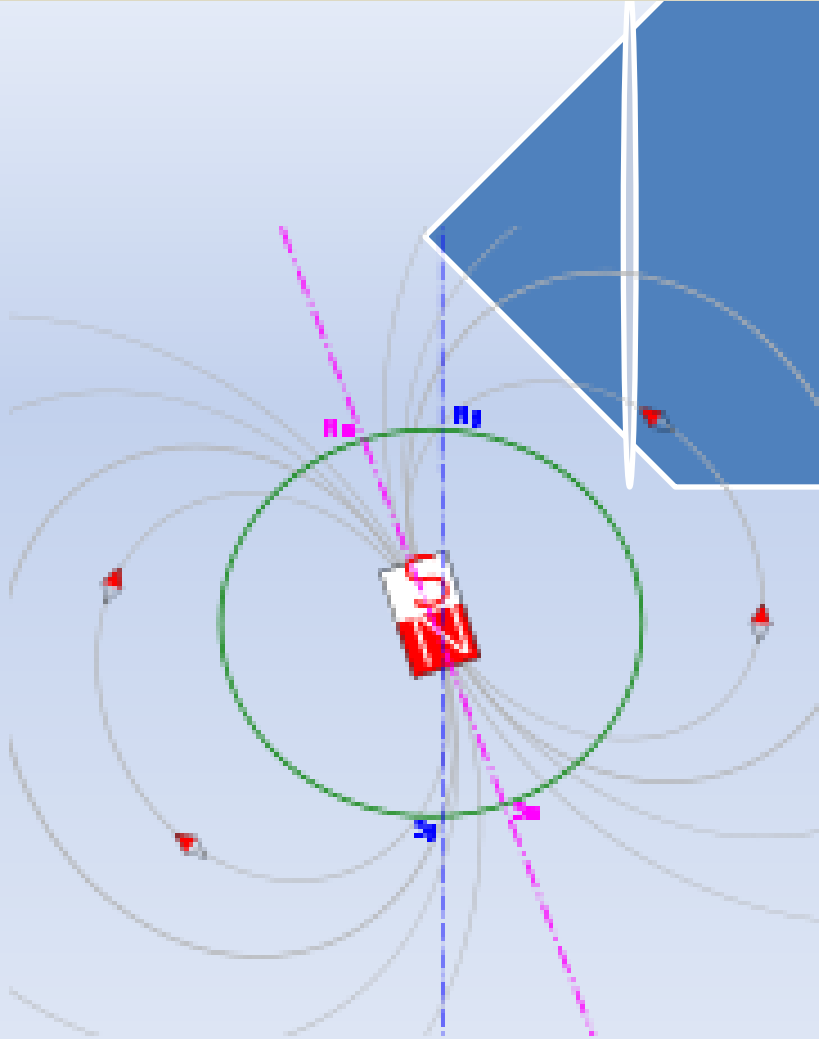


# Эволюция геомагнитного поля в геологическом прошлом. Результаты и проблемы.



Фундаментальная задача  
геомагнетизма

. Описание пространственно-  
временной структуры  
магнитного поля Земли

**Палеомагнетизм**

**Описание этой  
структуры**

**в историческом и  
геологическом**

**прошлом.**

# Три глобальные черты геомагнитного поля

## Инверсии, напряжённость поля, вековые вариации

1. Палеовековые вариации (характерное время изменений элементов поля 10-1000 лет)

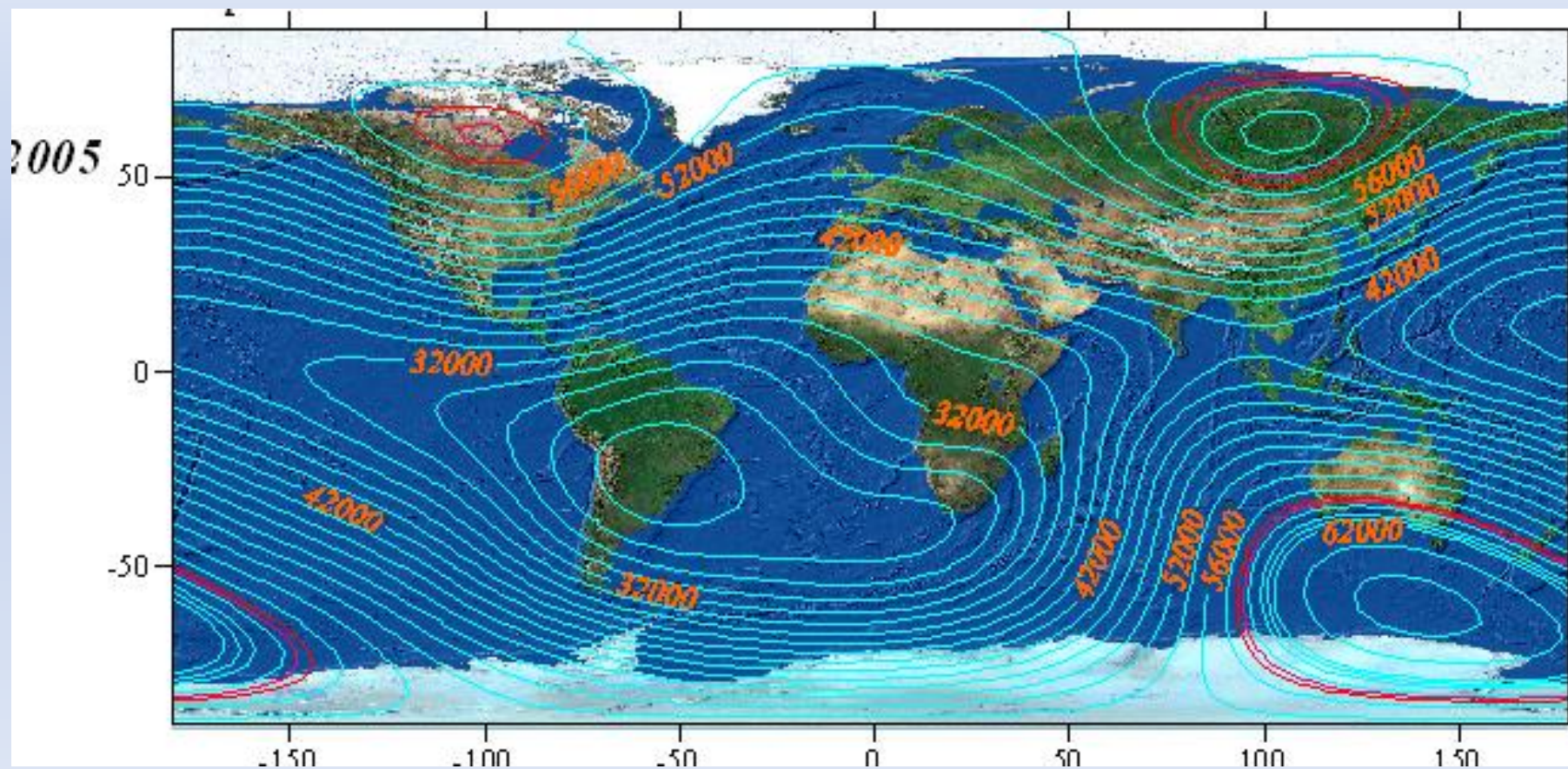
2. Статистика инверсий

(Когда грядёт следующая инверсия?)

3. Интенсивность геомагнитного поля в геологическом прошлом

1-3. Что предсказывают численные расчёты геодинамо? Сравнение с эмпирикой.

**Недипольная часть поля составляет от 10 до 25 % его полной величины**

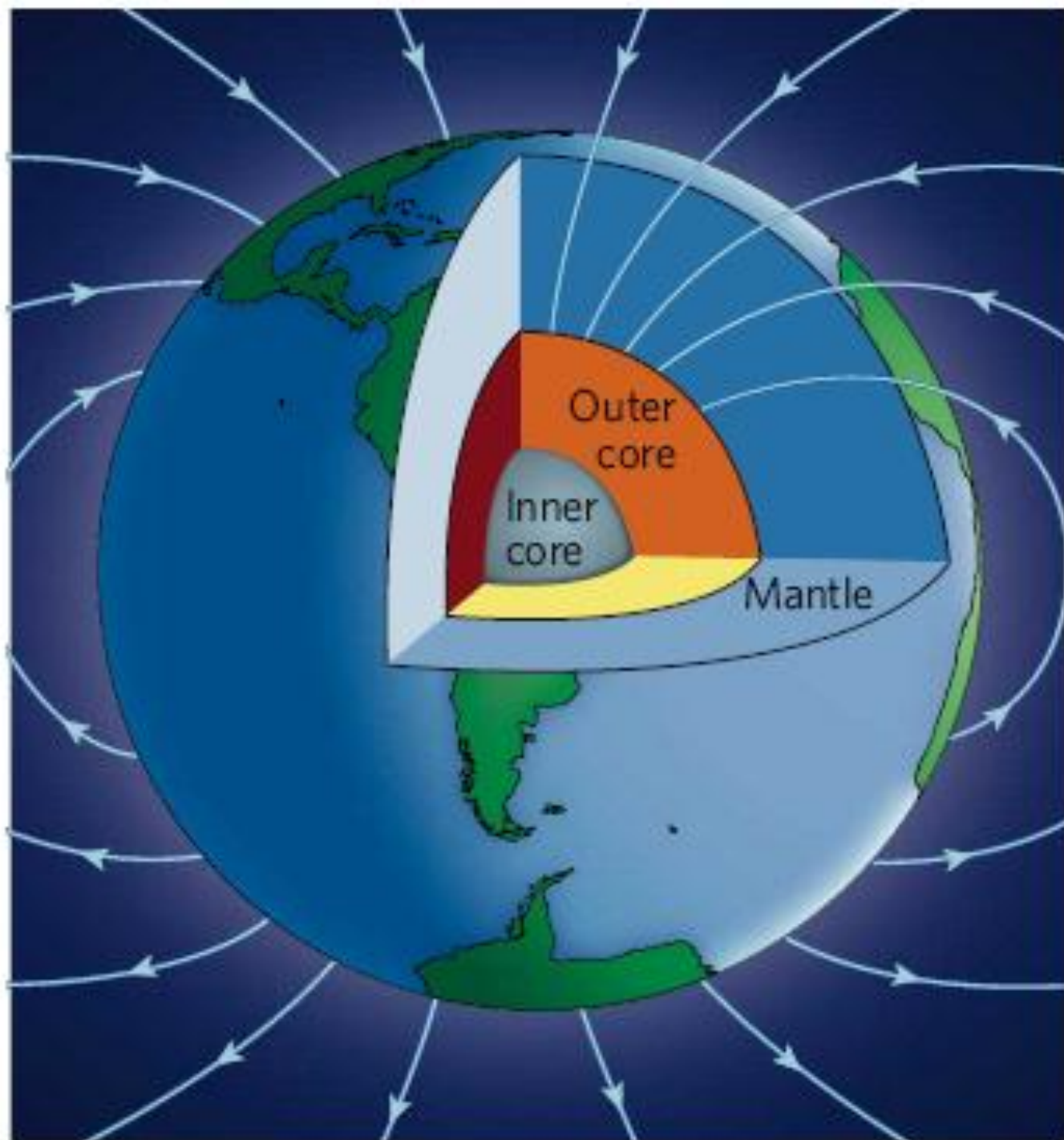


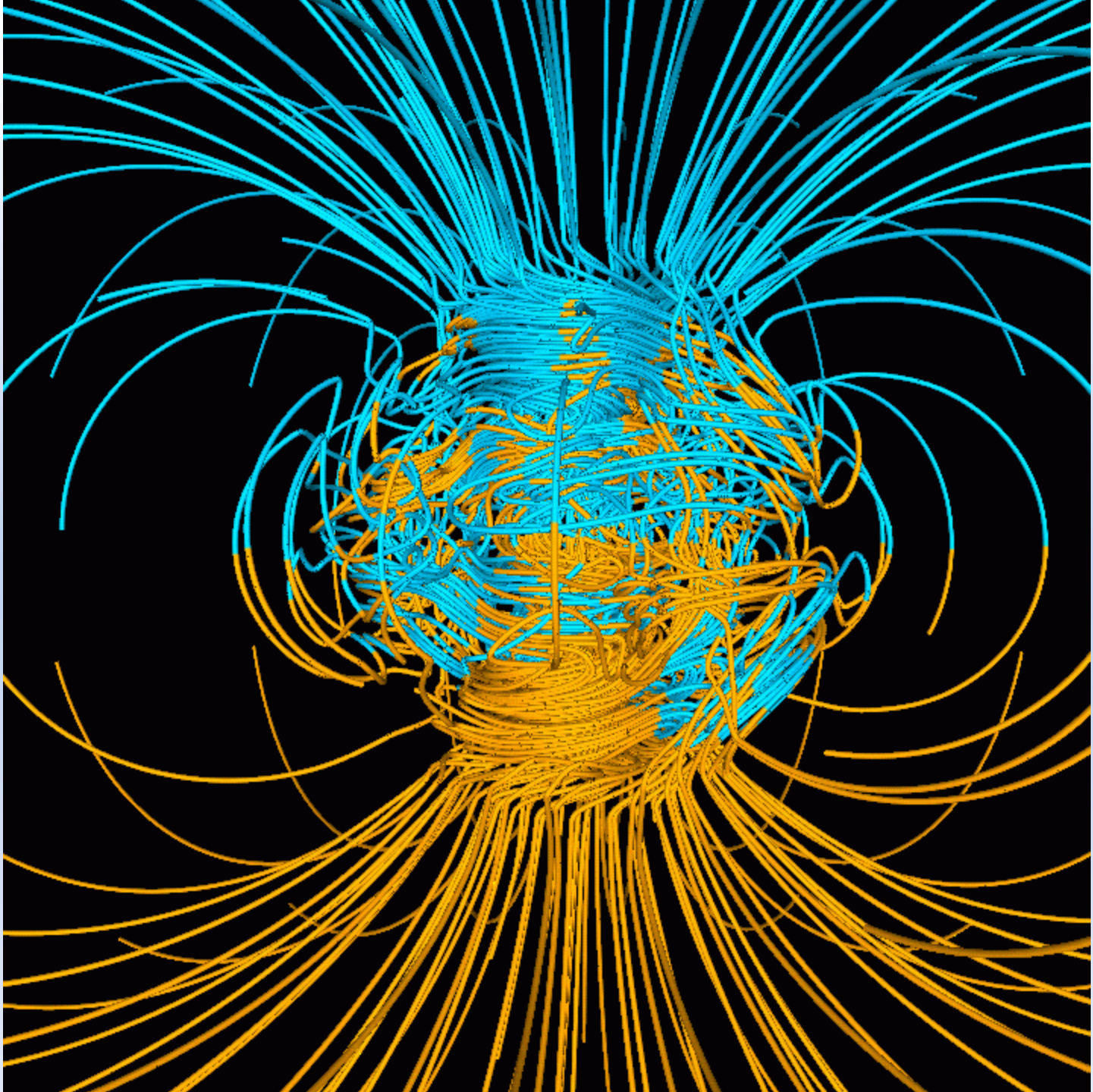
Полное описание геомагнитного поля во времени и пространстве достигается путём разложения его потенциала  $\Psi$  по сферическим функциям с зависящими от времени коэффициентами этого разложения. Именно это и делается при построении обновляемой каждые 5 лет International Geomagnetic Reference Field (IGRF), когда определяются коэффициенты для десятков гармоник .

При удалении от эпохи инструментальных наблюдений эта задача реально сводится к определению нескольких гармоник (археомagnetизм), а то и вовсе одной дипольной компоненты (палеомagnetизм)

$$\Psi = \frac{a}{\mu_0} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{a}{r}\right)^{l+1} P_l^m(\cos\theta)(g_l^m \cos m\phi + h_l^m \sin m\phi)$$







Термоостаточная намагниченность (TRM), возникающая при остывании вулканических тел, записывает мгновенное состояние вектора поля.

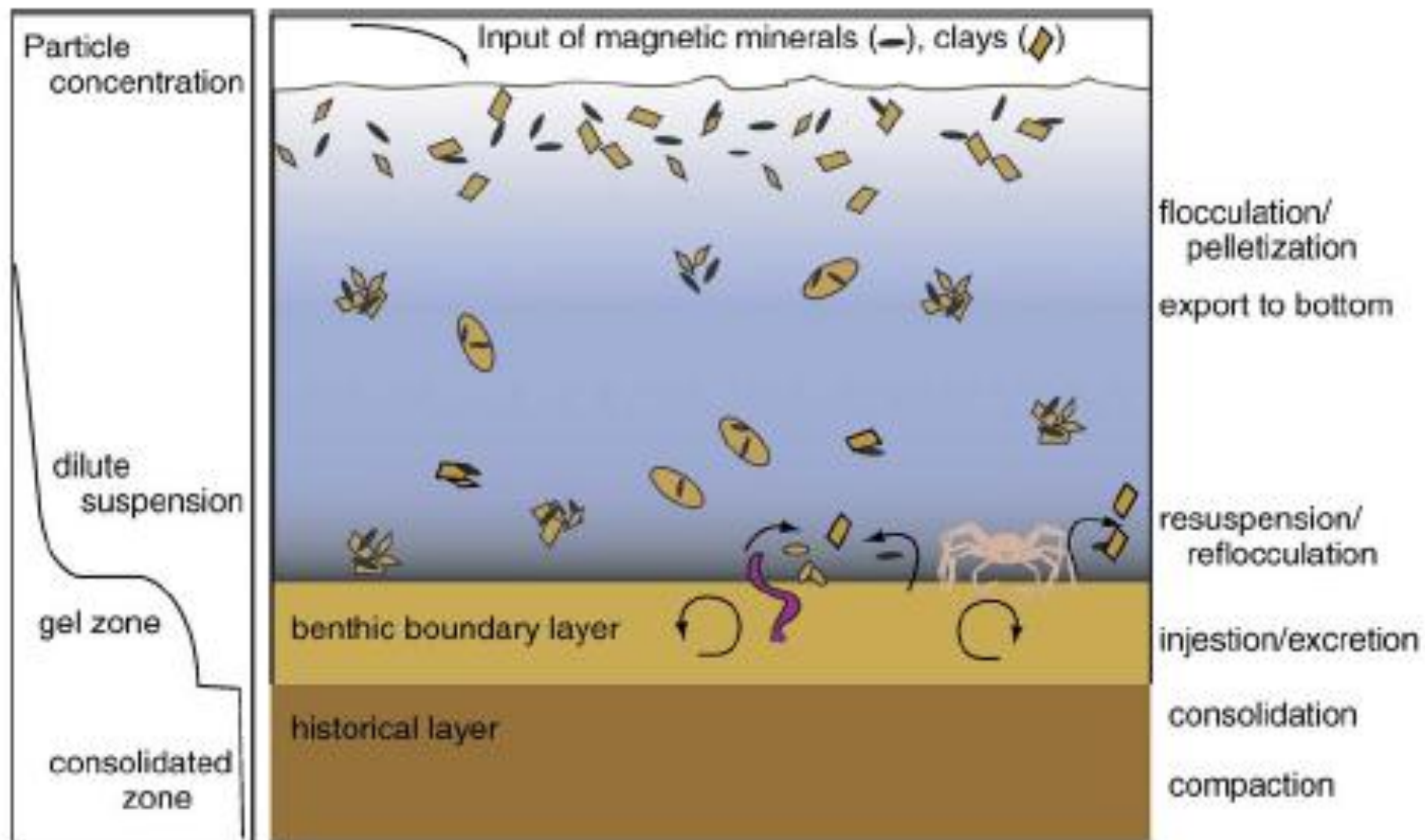
$$H_{др} = H_{лаб} \cdot (NRM/TRM)$$

Процесс  
образования  
TRM легко  
воспроизводится  
в лаборатории





**В осадках записывается усреднённое по времени поле.**  
**Понимание физики образования этой намагниченности -**  
**next to nothing (Shcherbakov, Sycheva, GGG, 2010)**



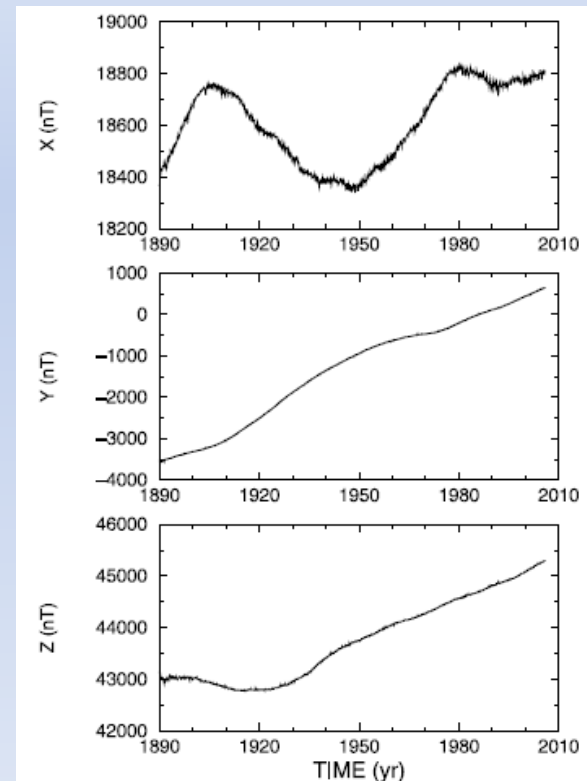
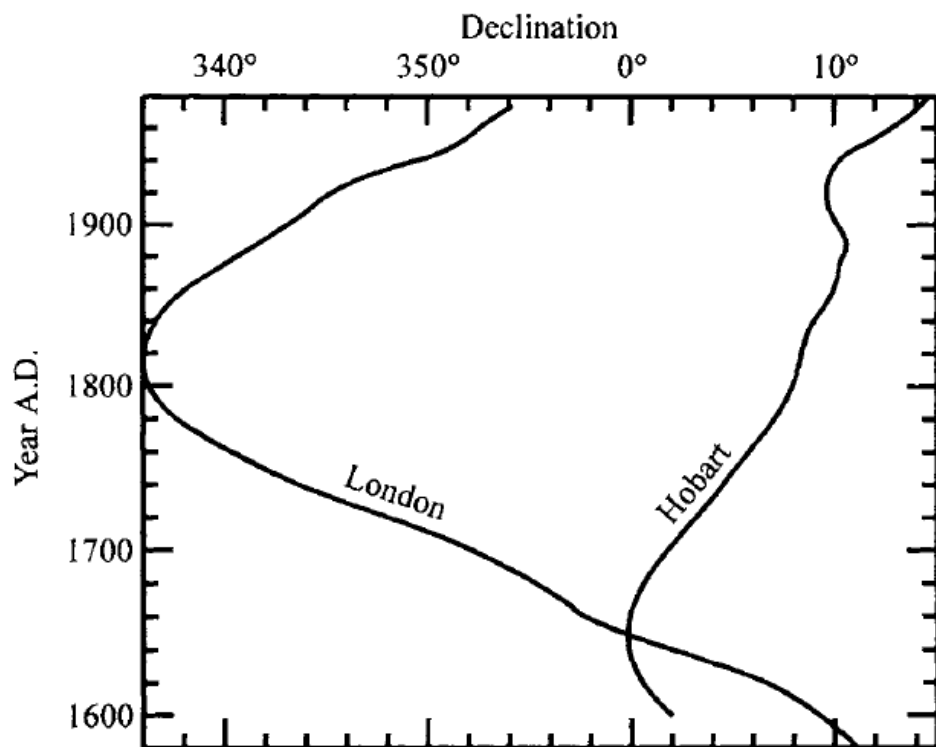


# Палеовековые вариации

Инструментальные данные.

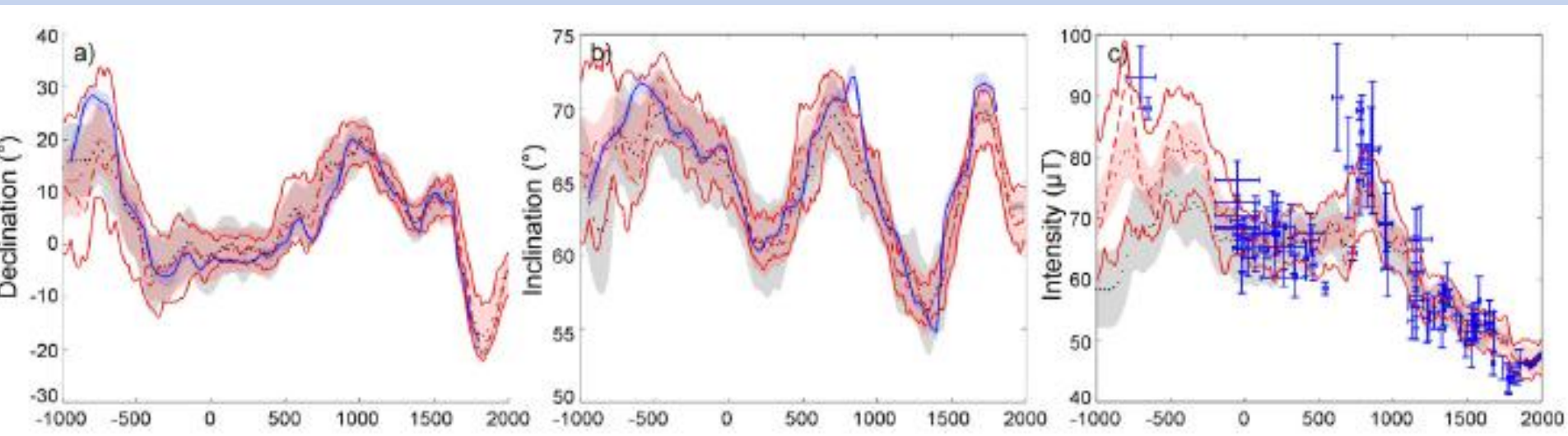
За 120 лет величина поля изменилась на  $5 \mu\text{T}$  (10 % от полной величины)

Нiemек



# Пример палеомагнитных вариаций по археомангнитным данным.

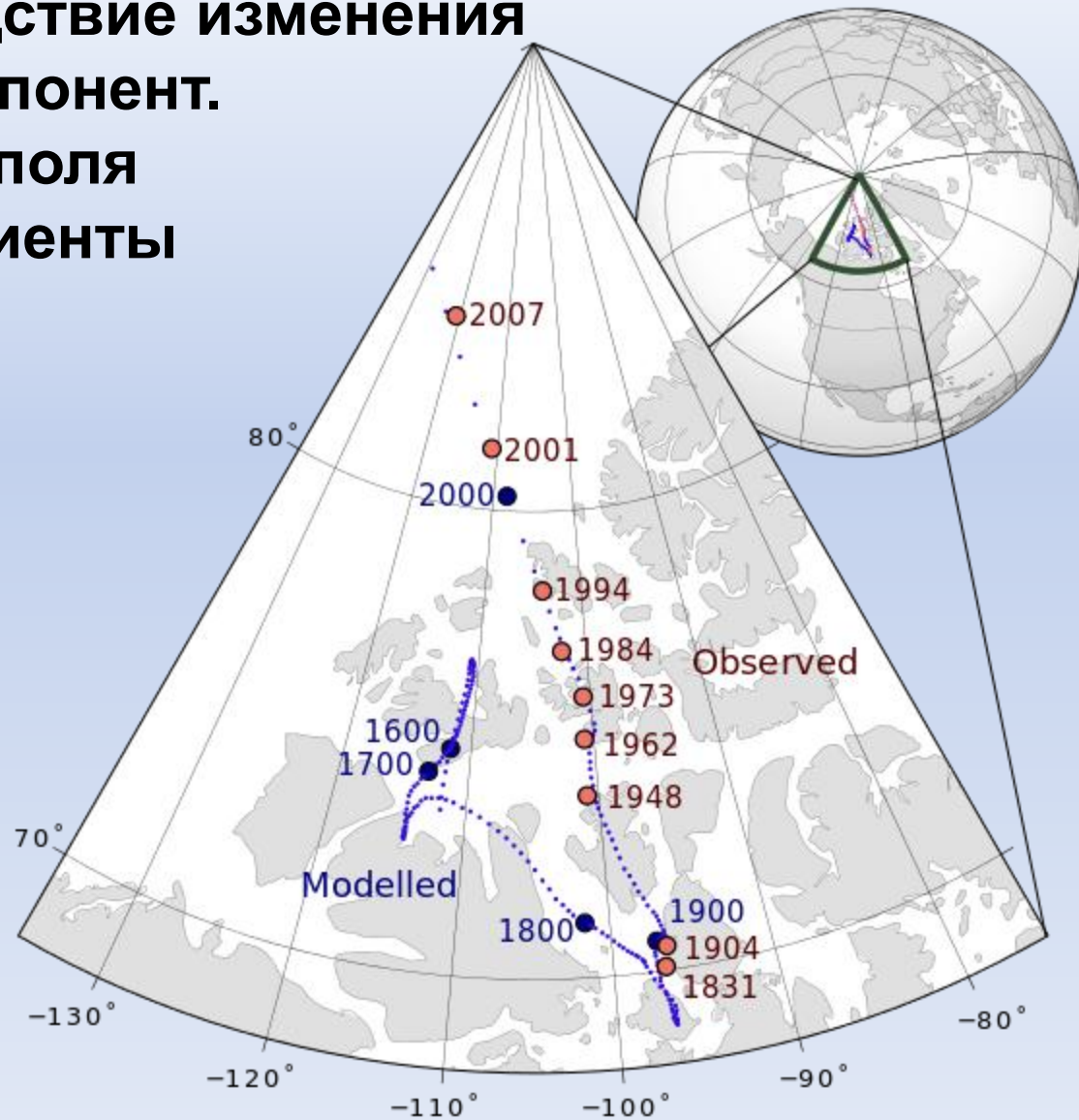
Париж, данные за последние 3000 лет



# Блуждание полюса

По большей части, блуждание полюса происходит вследствие изменения недипольных компонент.

Дипольная часть поля (то есть коэффициенты  $g_1^0$ ,  $g_1^1$ ,  $h_1^1$ ) изменились мало за это время



# Как количественно описать пространственно-временные характеристики вековых вариаций в прошлом?

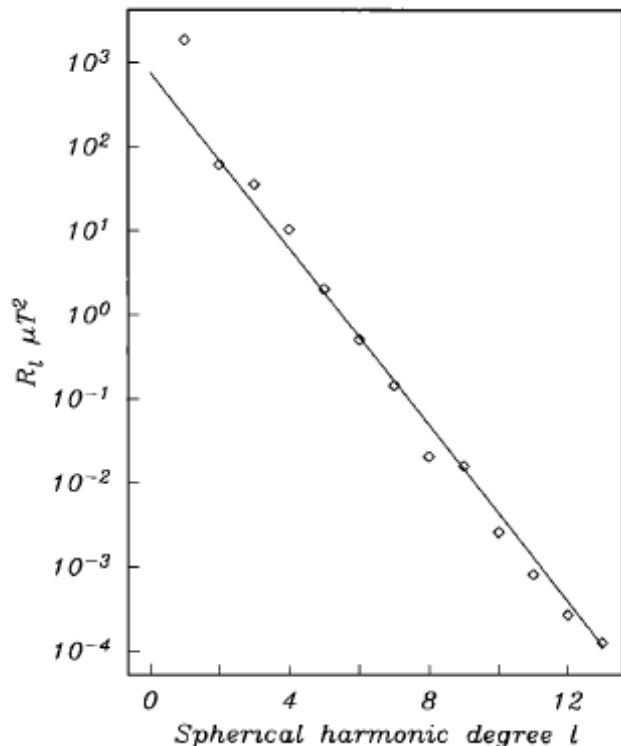
Расчёт: плотность энергии гармоник порядка  $l$  на расстоянии  $r$  от центра Земли есть

$$R_l(r) = \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left[\left(\frac{r}{a}\right)^2\right]^{-l} \left\{ (l+1) \sum_{m=0,l} [(g_l^m)^2 + (h_l^m)^2] \right\}$$

Наблюдения

$$R_l(r) = 4 \cdot 10^3 (4.5)^{-l} (\mu T)^2$$

Наблюдения согласуются, с этими расчётами, но дают и важное ограничение на коэффициенты разложения





# Теория



$$\left(\frac{a}{r}\right)^2 \left[\left(\frac{r}{a}\right)^2\right]^{-l} (l+1) \sum_{m=0,l} [(g_l^m)^2 + (h_l^m)^2] = 4 \cdot 10^3 (4.5)^{-l} (\mu T)^2$$

На расстоянии  $\frac{r}{a} \approx \frac{3}{\sqrt{2}} = 0.47$  получаем

$$(l+1) \sum_{m=0,l} [(g_l^m)^2 + (h_l^m)^2] = \left(\frac{c}{a}\right)^2 4 \cdot 10^3 (\mu T)^2$$

**Спектр становится плоским (белый шум).**

**Радиус Земли 6378 км, то есть это расстояние  $r = 3000$  км.**

**Радиус внешнего ядра 3500 км.**

**Спектр становится плоским несколько ниже границы ядро-мантия.**

# Эмпирика



Если спектр на уровне ядро-мантия постоянен, то сумма

$$(l+1) \sum_{m=0,l} [(g_l^m)^2 + (h_l^m)^2]$$

должна сохраняться при изменчивости её членов

В модели БГП положили, что сохраняется не сумма, а её мат. ожидание.

$$E\{R_l\} = E\left\{ \sum_{m=0}^l (l+1) [(g_l^m)^2 + (h_l^m)^2] \right\}$$

$$c/a = 0.547$$

$$= (c/a)^{2l} \alpha^2, \quad l \geq 2$$

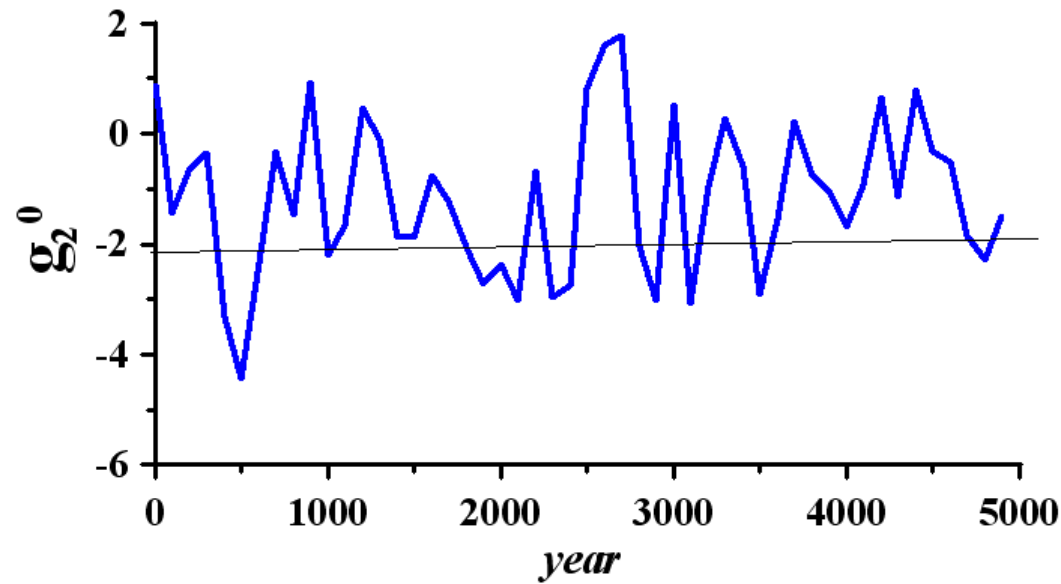
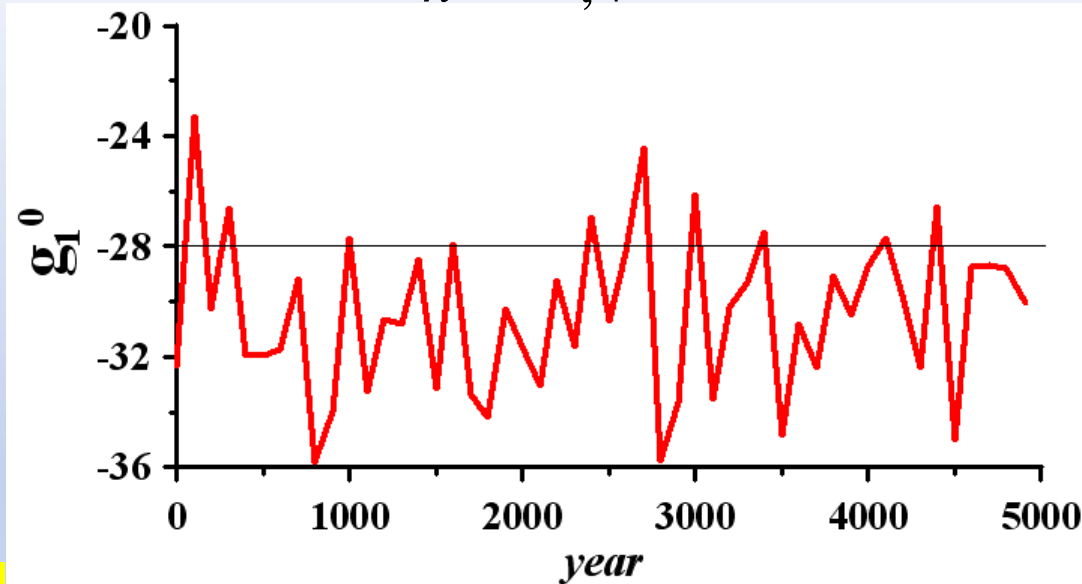
При этом коэффициенты  $g_m^l$  и  $h_m^l$  распределены по нормальному закону с дисперсией

$$\sigma_l^2 = \frac{(c/a)^{2l} \alpha^2}{(l+1)(2l+1)}$$

**Вековые вариации – это стационарный гауссовский процесс.**  
*Изменения во времени случайной переменной  $g$  описываются с помощью автокорреляционной функции*

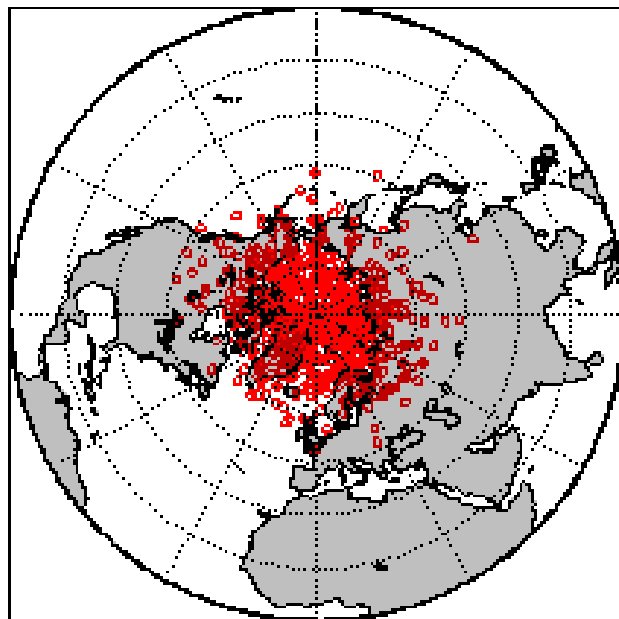
**В модели БГП автокорреляционная функция берётся в виде**  
 **$K(t) = \exp[-(t/\lambda)^2/2]$**

$$g(t) = \sum_{n=-\infty, +\infty} K(t-n)\alpha_n$$

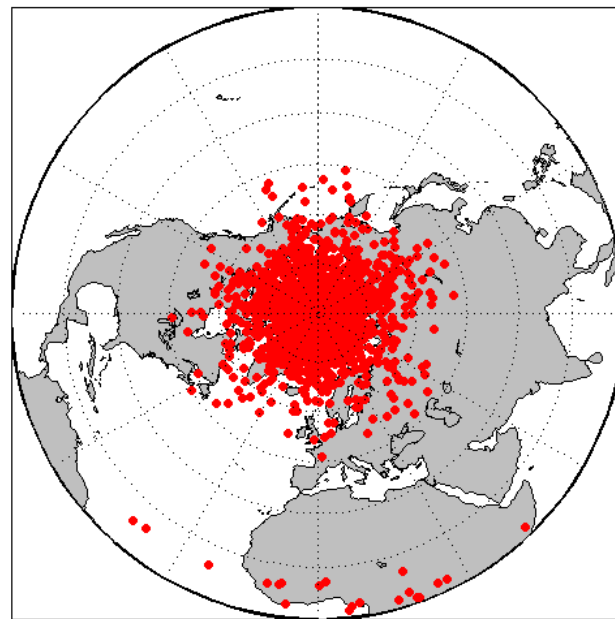


Проверка модели и получение оптимальных её параметров (дисперсий и времён корреляции) идёт через сравнение теоретической ф.р. положений виртуального геомагнитного полюса (VGP) с экспериментальной – **VGP блуждает за счёт вековых вариаций**

**Расчёт по модели БГП 780  
определений  
 $\sigma_{VGP} = 19.5$**



**Лавы эпохи Брюнес 1678  
определений  
 $\sigma_{VGP} = 20.5$**





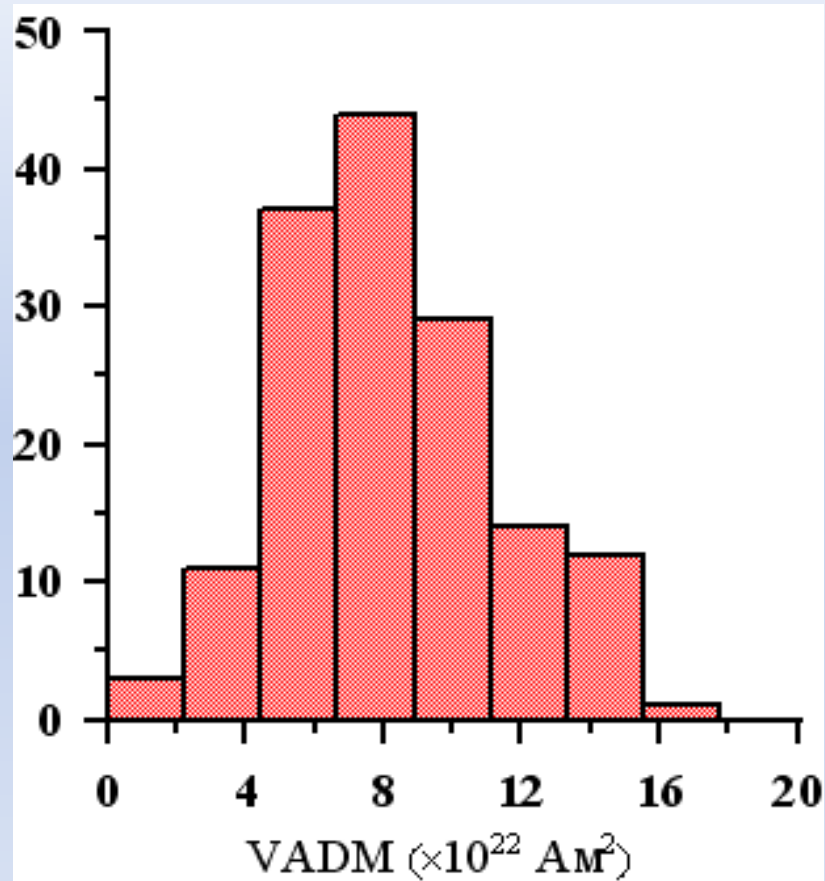
**До последнего времени для тестирования модели БГП и установление свойств соответствующего случайного процесса использовались, главным образом, данные по угловым элементам геомагнитного поля. Очевидно, что включение в анализ также и вариаций напряжённости поля может дать дополнительную информацию о механизме генерации геодинамо, либо указать на несовершенство наших знаний о палеонапряжённости.**

*Величина дипольного магнитного момента*

*Земли за последние 780 т. лет*

Среднее  $V_{ADM} = 7.63$

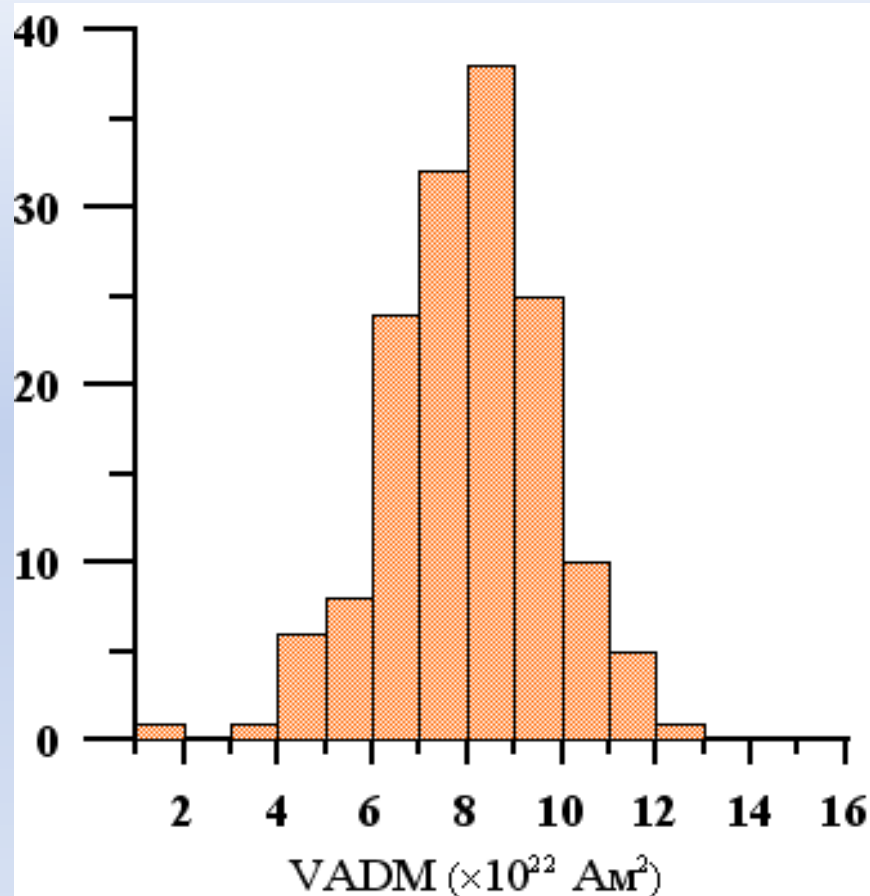
$\sigma_{VADM} = 2.6 (10^{22} \text{ Am}^2)$



*Величина дипольного магнитного момента по модели БГП.*

Среднее  $V_{ADM} = 8.07$

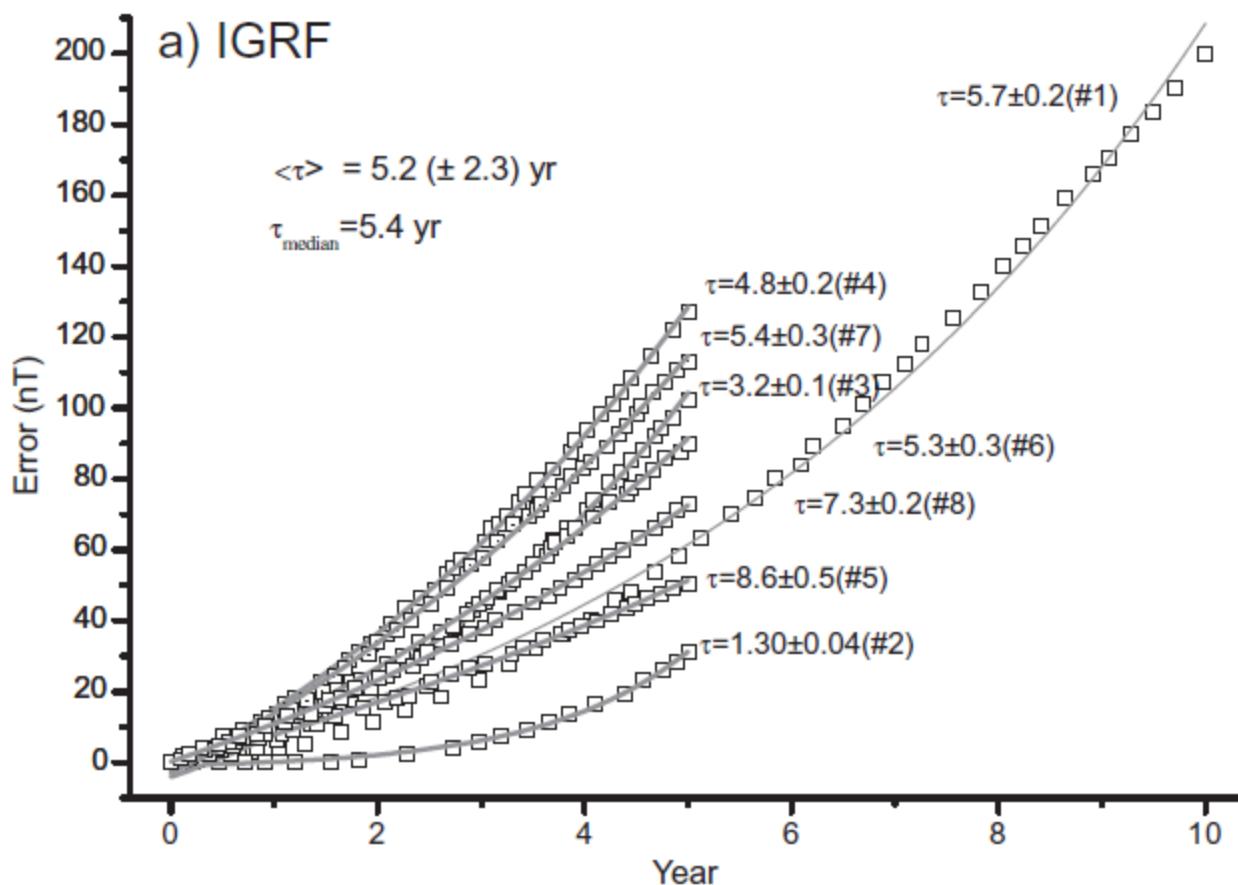
$\sigma_{VADM} = 1.68 (10^{22} \text{ Am}^2)$



**Пока что реализовался второй вариант, говорящий о том, что в наших данных существует неучтённая ошибка**

# Экспоненциальный рост ошибки предсказания величины поля (свойство эргодичности)

$$s(t) = \varepsilon_0 e^{t/\tau} - \varepsilon_0 = \varepsilon_0 (e^{t/\tau} - 1)$$



# Выводы

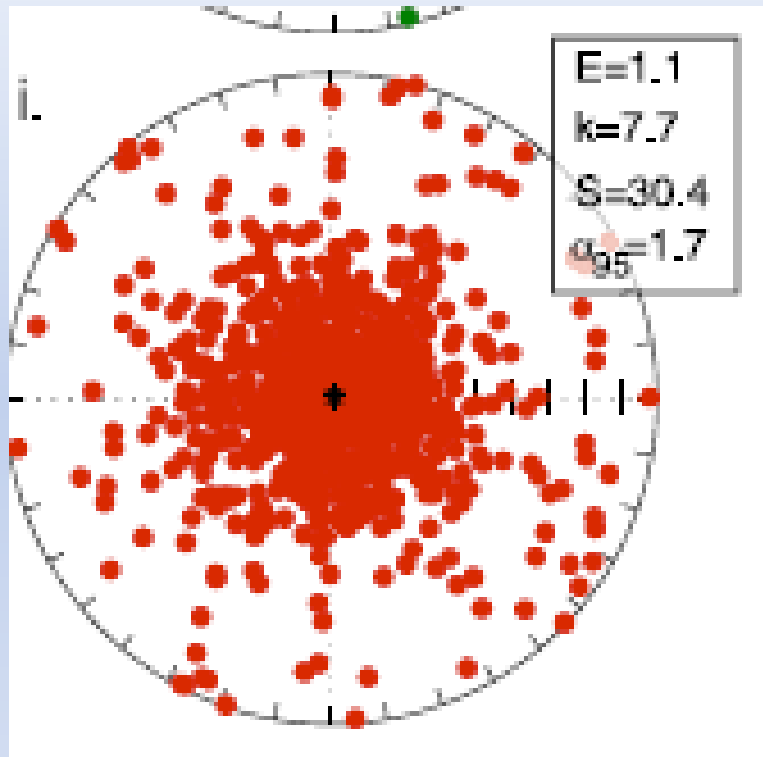
Анализ распределения палеонаправлений в Брюнесе показал, что их палеовековые вариации хорошо описываются моделью Большого Гауссова Процесса (которая, конечно, требует уточнения) .

Предсказание величины и направления вектора магнитного поля Земли во времени (в частности, положения полюса) может быть только краткосрочным в силу эргодичности его поведения.

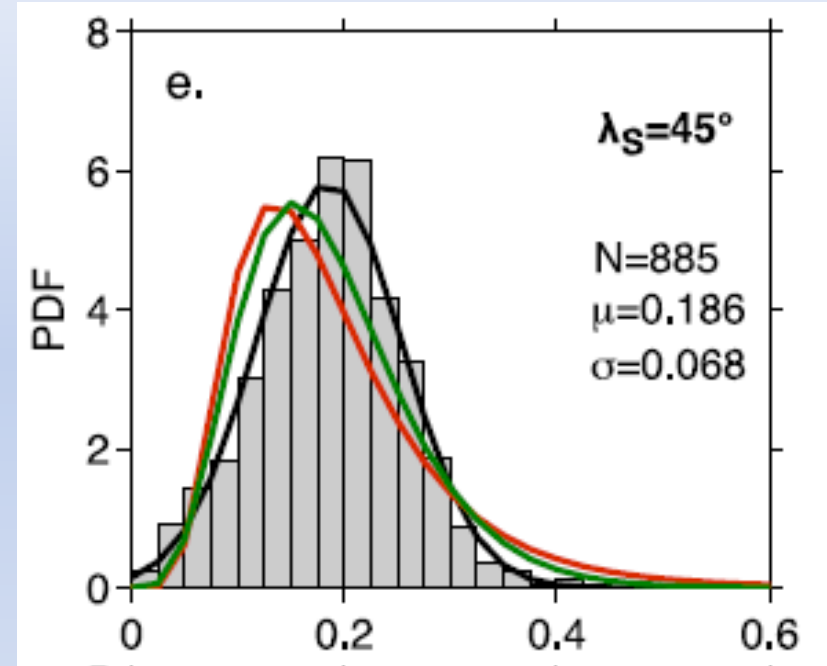
Анализ данных по палеонапряжённости в Брюнесе по модели Большого Гауссова Процесса указывает на наличие в них неучтённой ошибки определения порядка 20-30 %.



Расчёты по геодинамо дают  
 $\sigma_{VGP} = 25-30^\circ$ , что больше  
эмпирической  
 $\sigma_{VGP} = 18-20^\circ$



То же самое и для  
напряжённости:  
эмпирическая дисперсия  
меньше теоретической



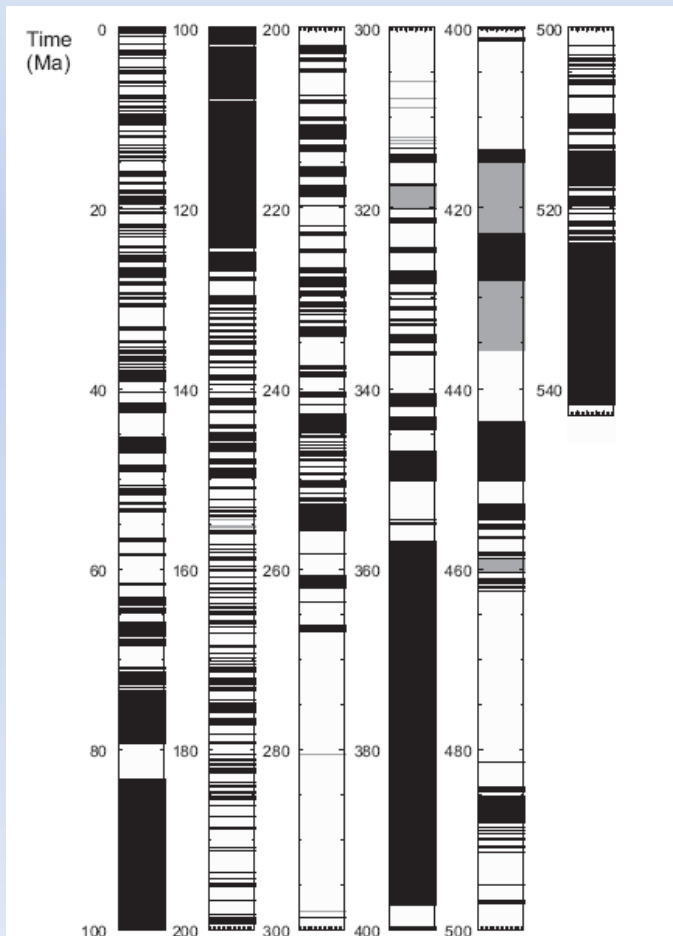
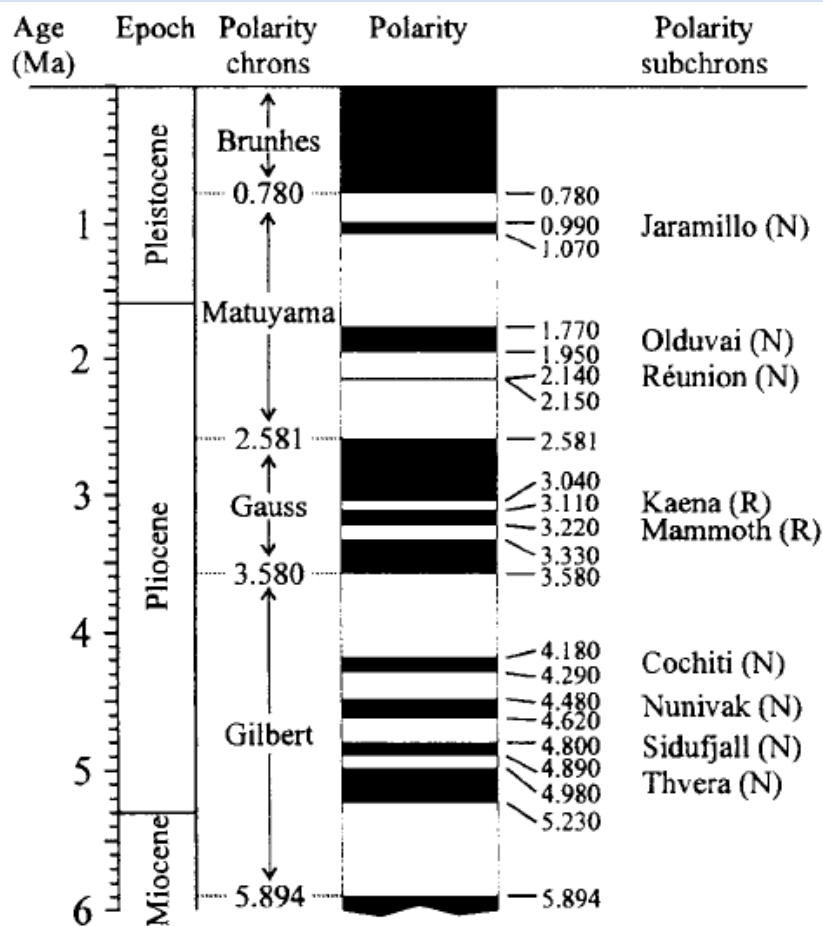
**Это странно – обычно бывает наоборот**

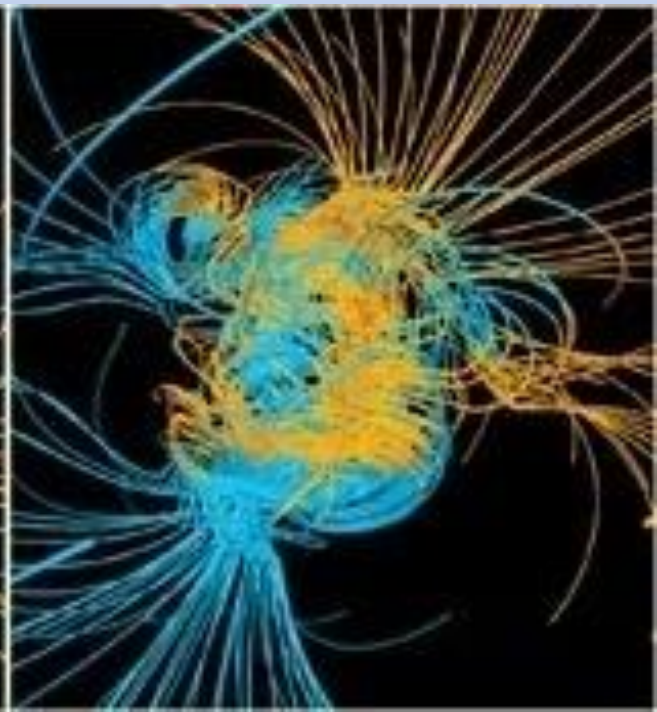
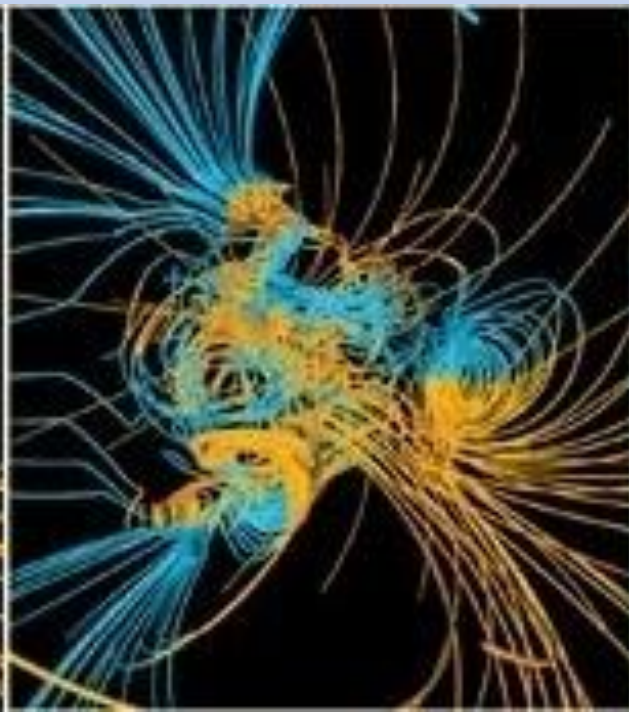
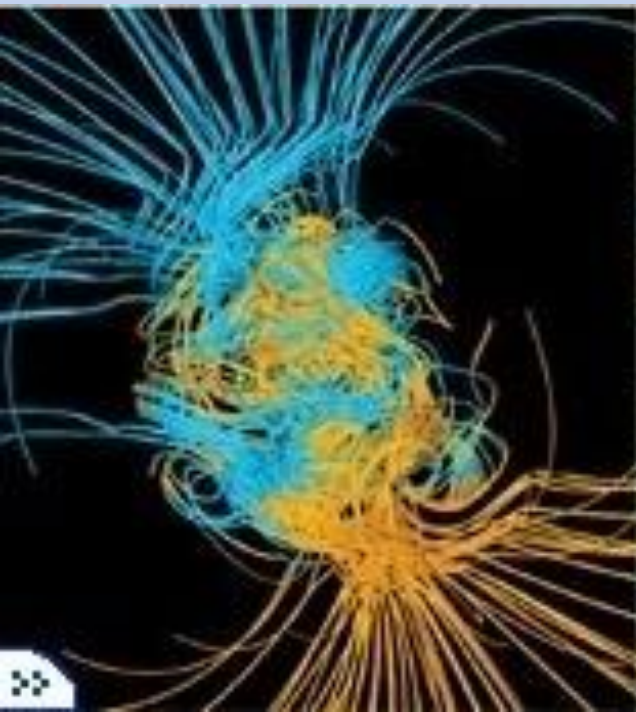
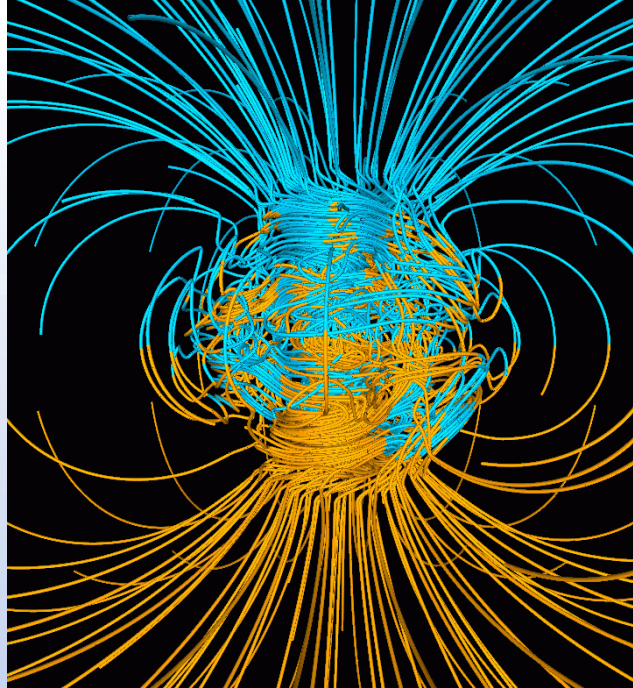
**Дальнейшие исследования – характер вековых вариаций  
на времена древнее 1 млн. лет**

# Шкала геомагнитной полярности

Gradstein et al., 2008

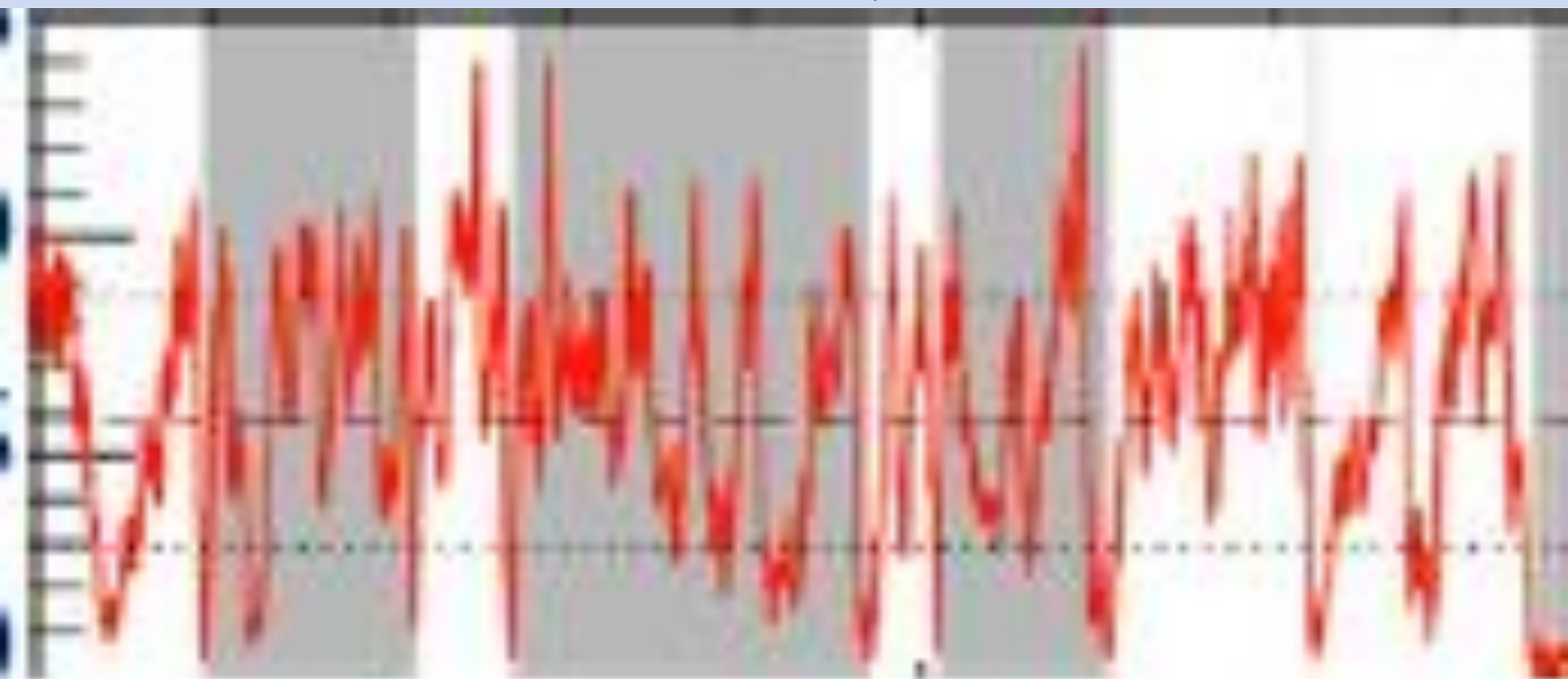
Наступление инверсий - случайный процесс  
Среднее время между инверсиями  $\approx 200$  тыс. лет





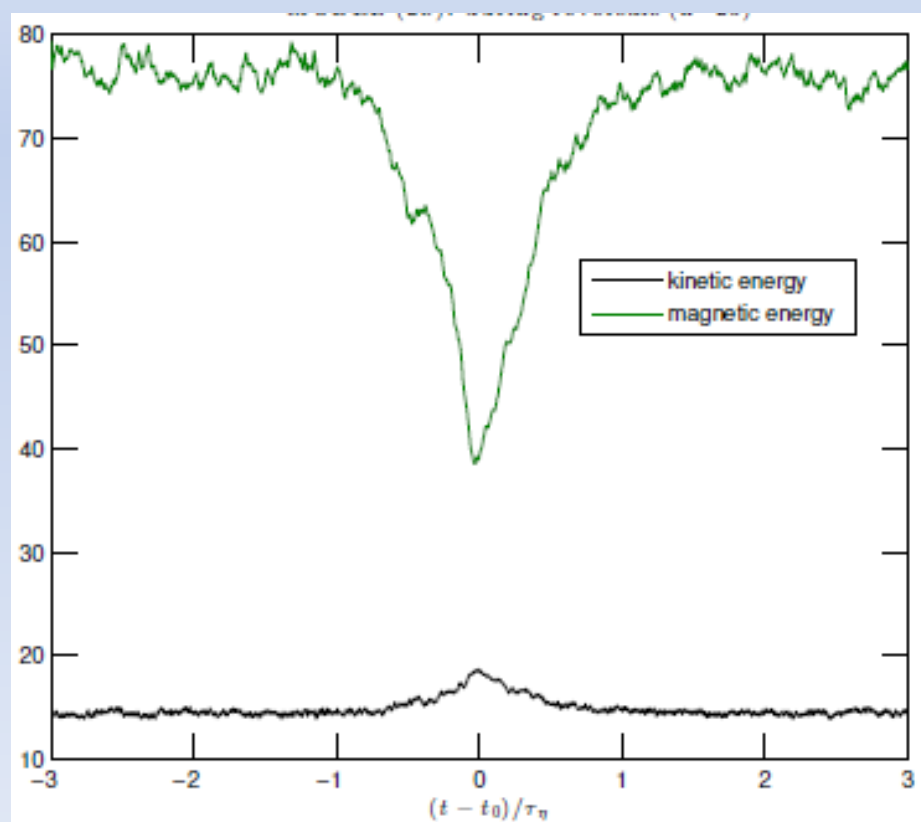
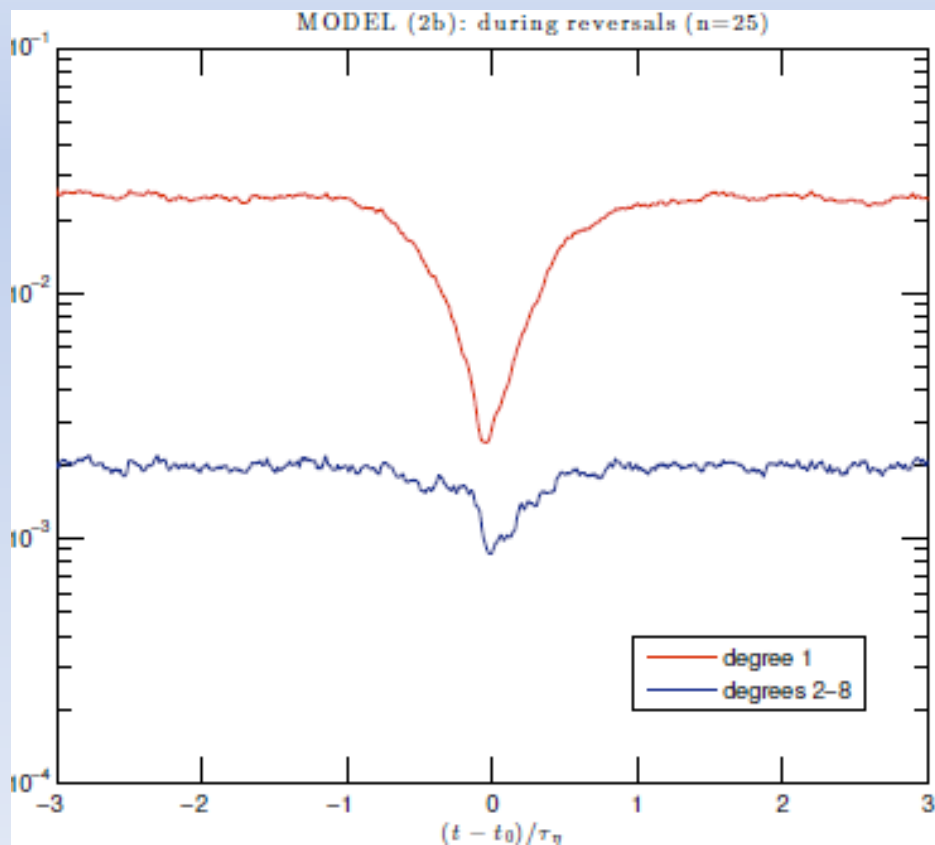
**Инверсии происходят, когда интенсивность дипольного поля падает в несколько раз, до интенсивности недипольного поля.**

**Olson et al., 2013**

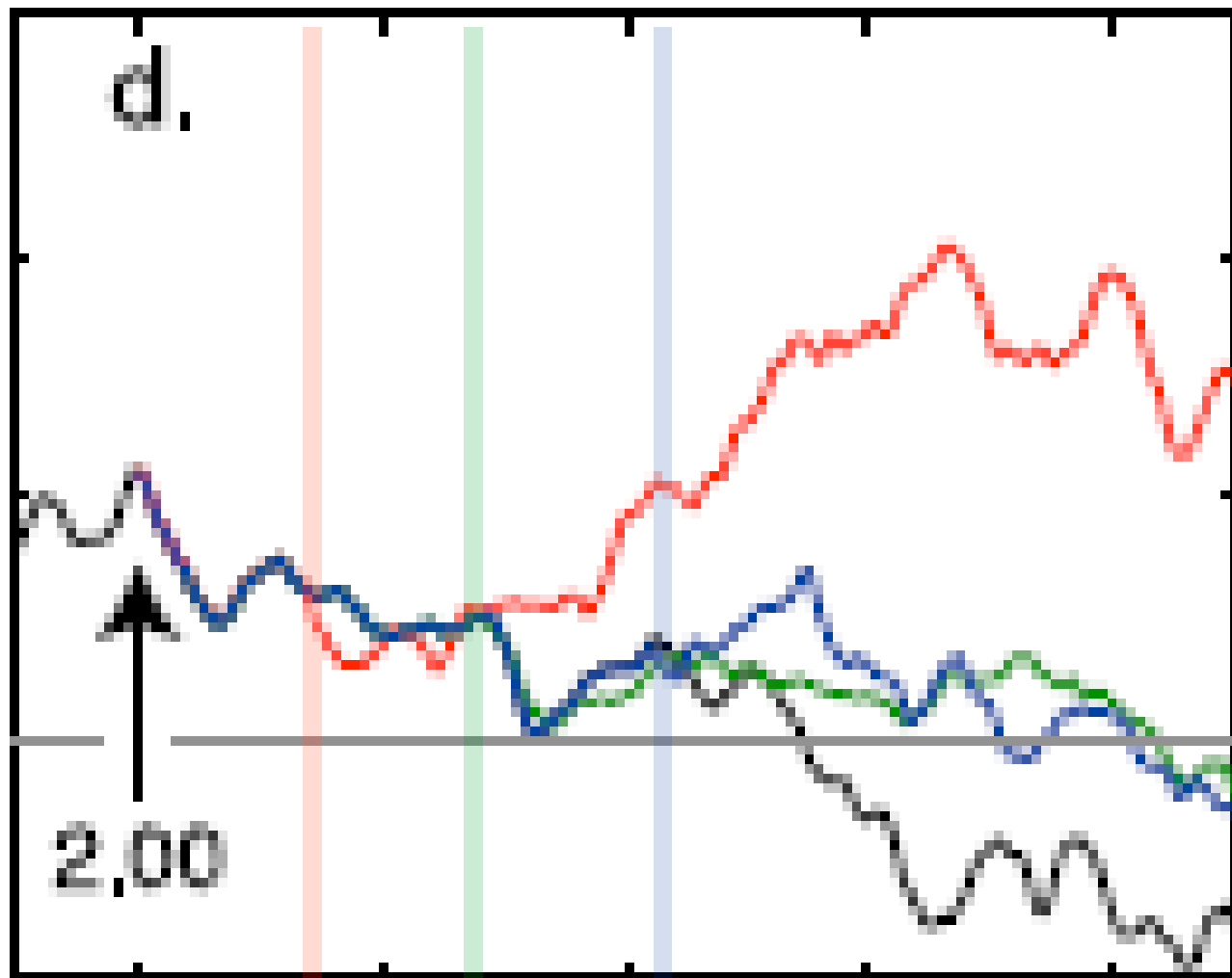


**Во время инверсии резко падает магнитная энергия и несколько повышается кинетическая, но затем всё быстро восстанавливается с обратной полярностью. Полное время инверсии ~ 10000 лет**

Lluïler et al., 2013



# Чувствительность временной траектории параметров геодезического к начальным условиям (следствие эргодичности)





**Сох, 1968 предположил, что наступление инверсии  
- пуассоновский процесс и длина интервалов  
постоянной полярности определяется**

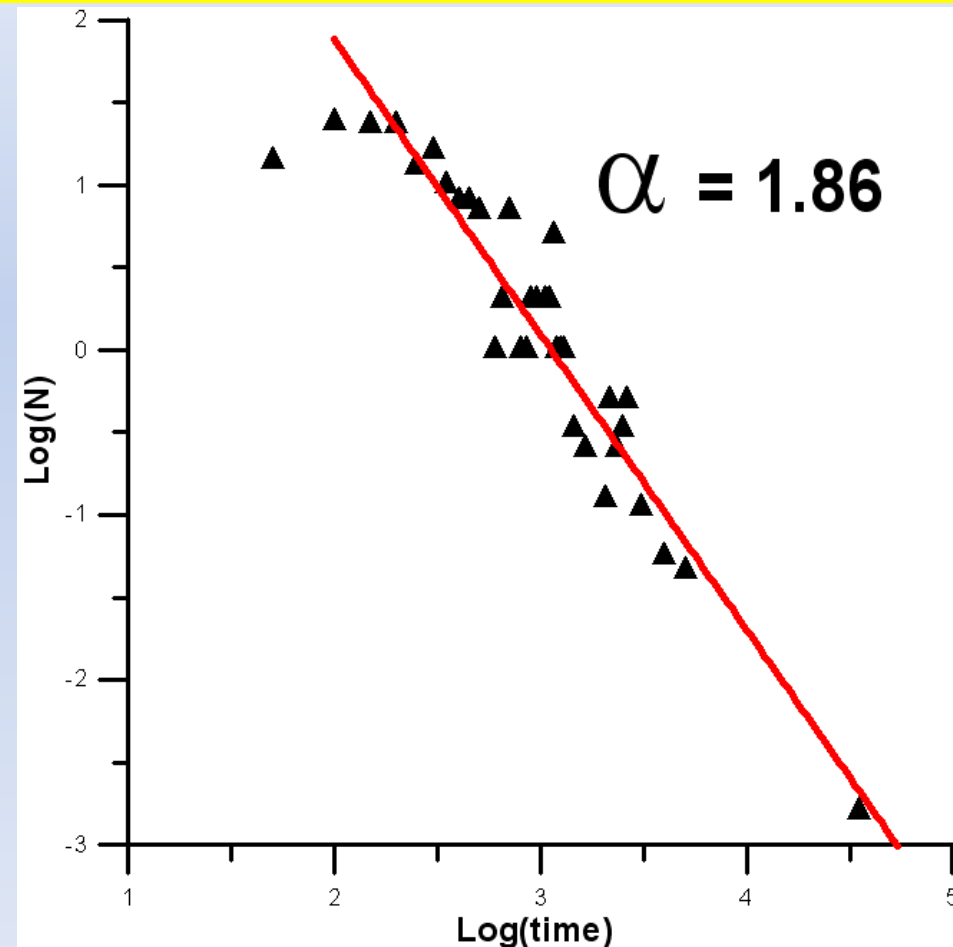
$$P(t) \propto \exp(-t/T)$$



Другой режим работы геодинамо во время длинных интервалов и суперхрона?

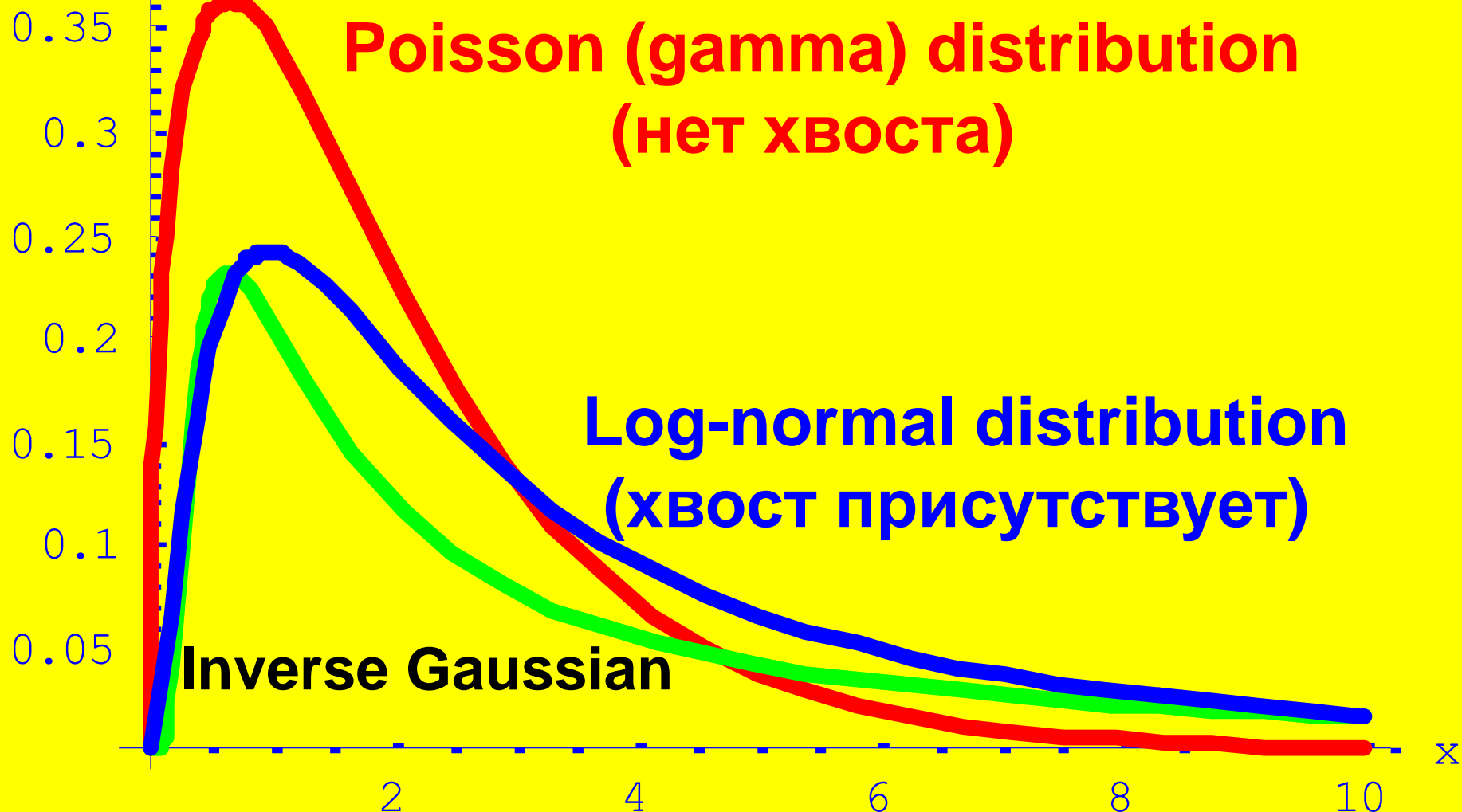
## Тяжёлый степенной хвост

$$P(t) \propto t^{-\alpha}$$

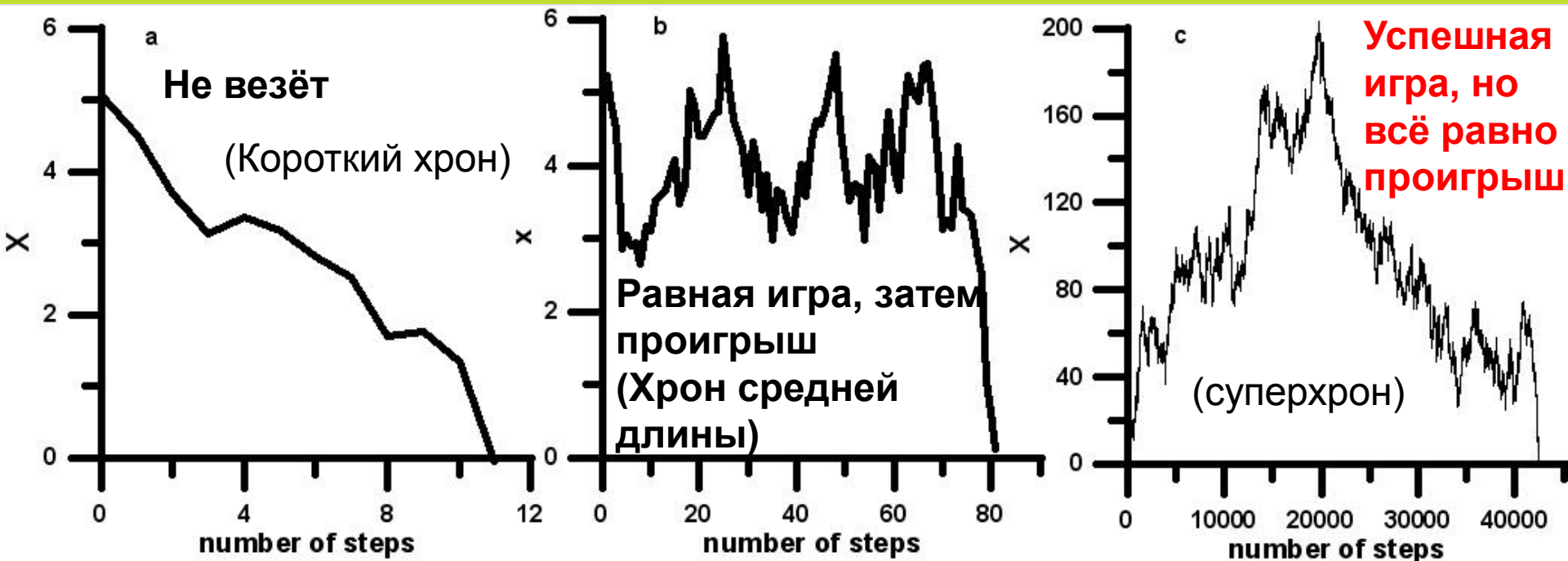


# Возможные ф.р., имеющие «хвост»

function



# Моделирование абсолютно честной игры (50 на 50) с постоянными ставками



**12 ставок**

**80 ставок**

**45000 ставок**

The geodynamo as a random walker. A view on reversal statistics.

Valeriy Shcherbakov and Karl Fabian JGR, 2012

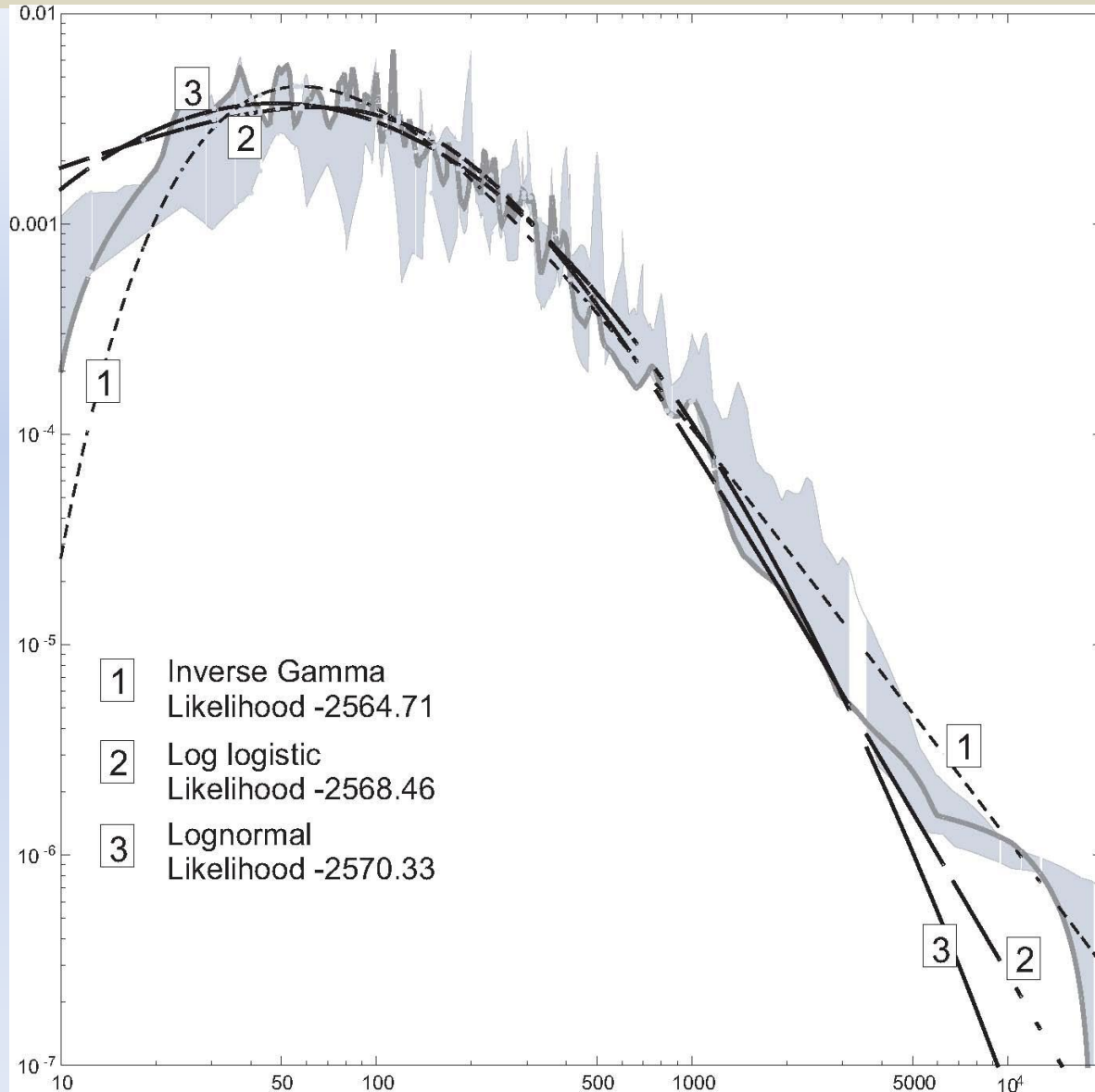
1- Log Logistic

2- обратное гамма-распределение

3 - Lognormal

Наилучшее приближение даёт обратное гамма распределение (обобщение обратного гауссиана)

$$f_3(\beta, \tau, t) = \frac{1}{\Gamma(\beta)t} \left(\frac{\tau}{t}\right)^\beta \exp\left(-\frac{\tau}{t}\right)$$

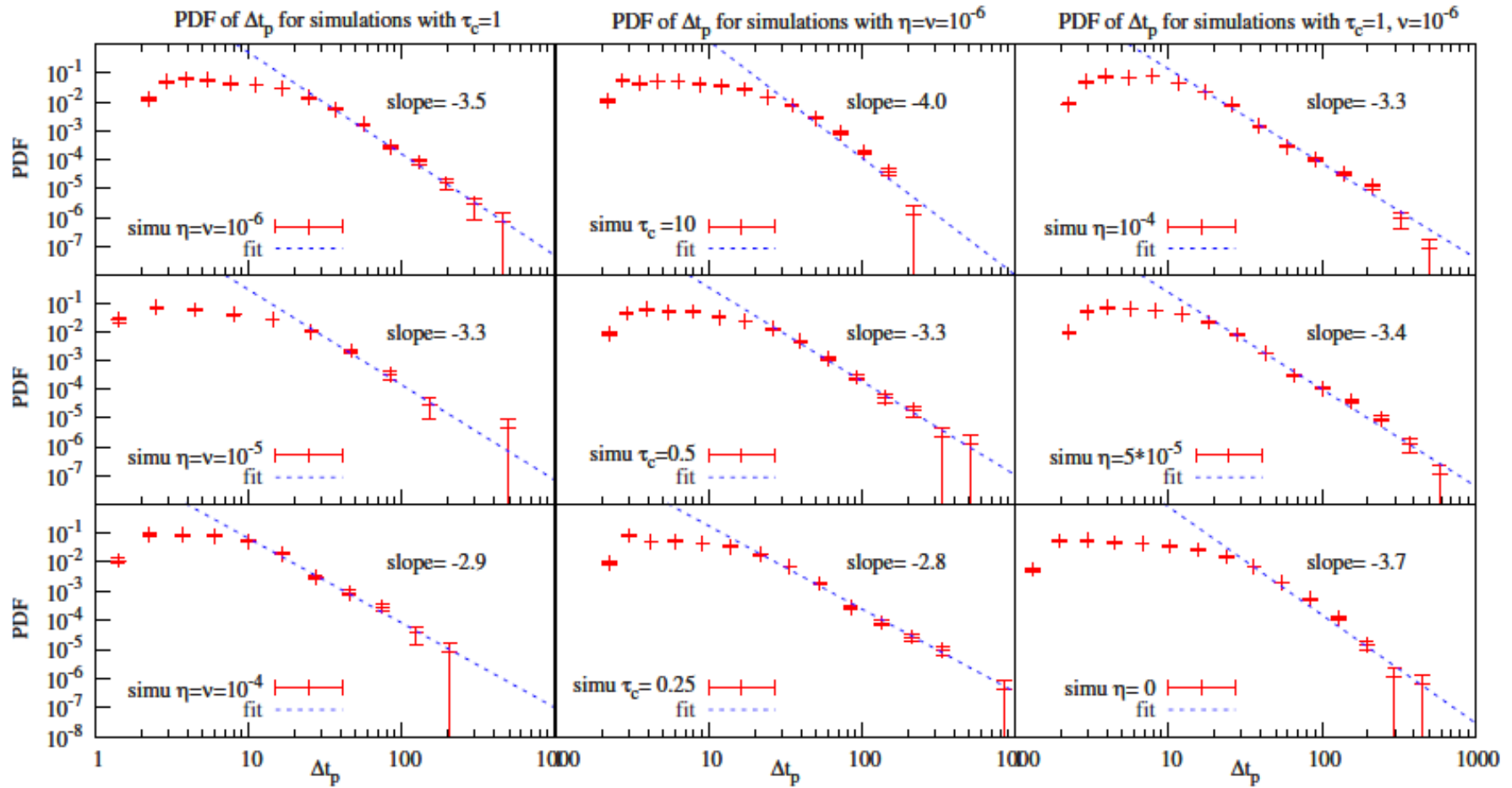


# Тяжёлый степенной хвост длины интервалов постоянной полярности появляется и в численных расчётах геодинamo

PHYSICAL REVIEW E 82, 016313 (2010)

## Magnetic reversals in a modified shell model for magnetohydrodynamics turbulence

Giuseppina Nigro\* and Vincenzo Carbone†





## **Вывод.**

**Как короткие хроны,**

**так и очень длинные (суперхроны)**

**могут быть описаны единой статистикой.**

**Иными словами, с точки зрения статистики**

**для объяснения появления суперхронов**

**не требуется привлекать предположения**

**об ином режиме работы геодинамо во**

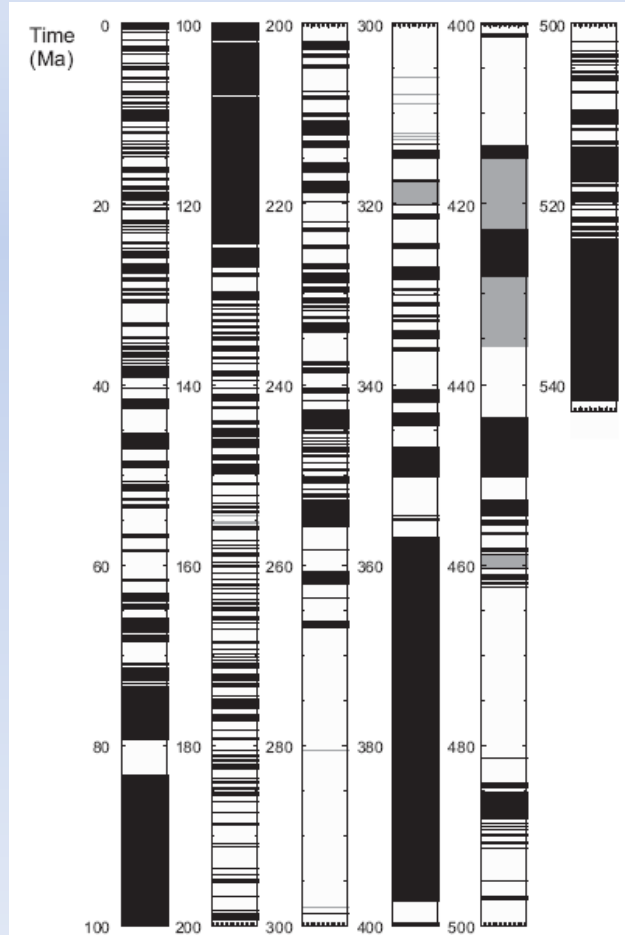
**время суперхрона, как это делалось в ряде**

**работ.**

# Проблемы

Шкала полярности более-менее надёжна до 160 млн. , где имеются линейные океанические аномалий.  
На более древней части шкалы имеются многочисленные пропуски и вопросы.

Для докембрия существуют только отрывочные данные

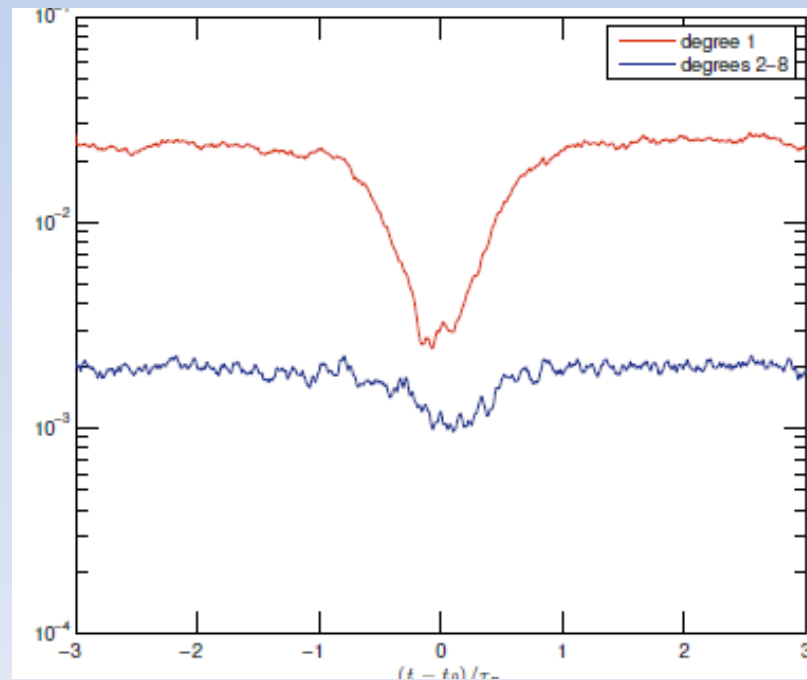
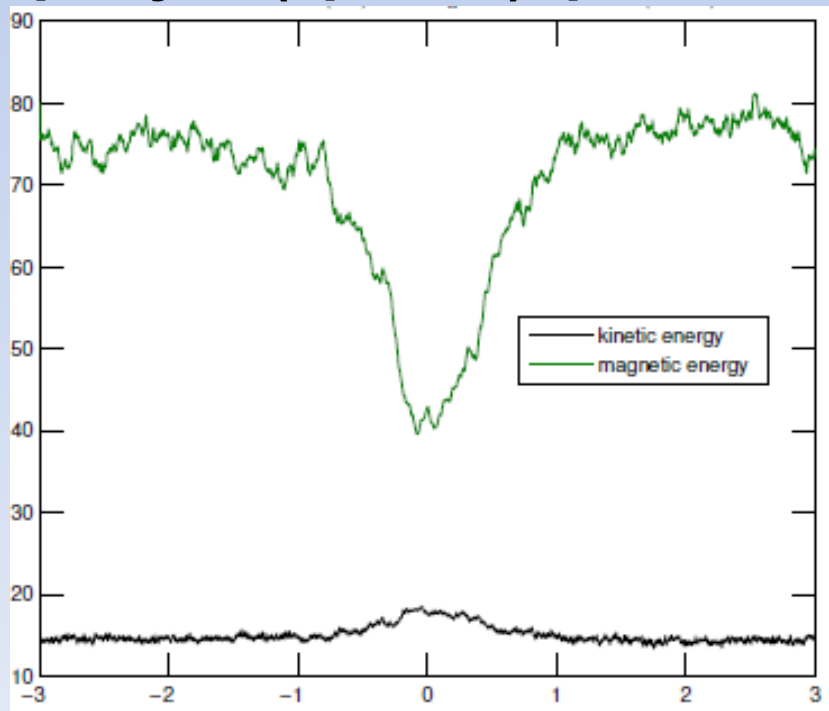


# Проблемы

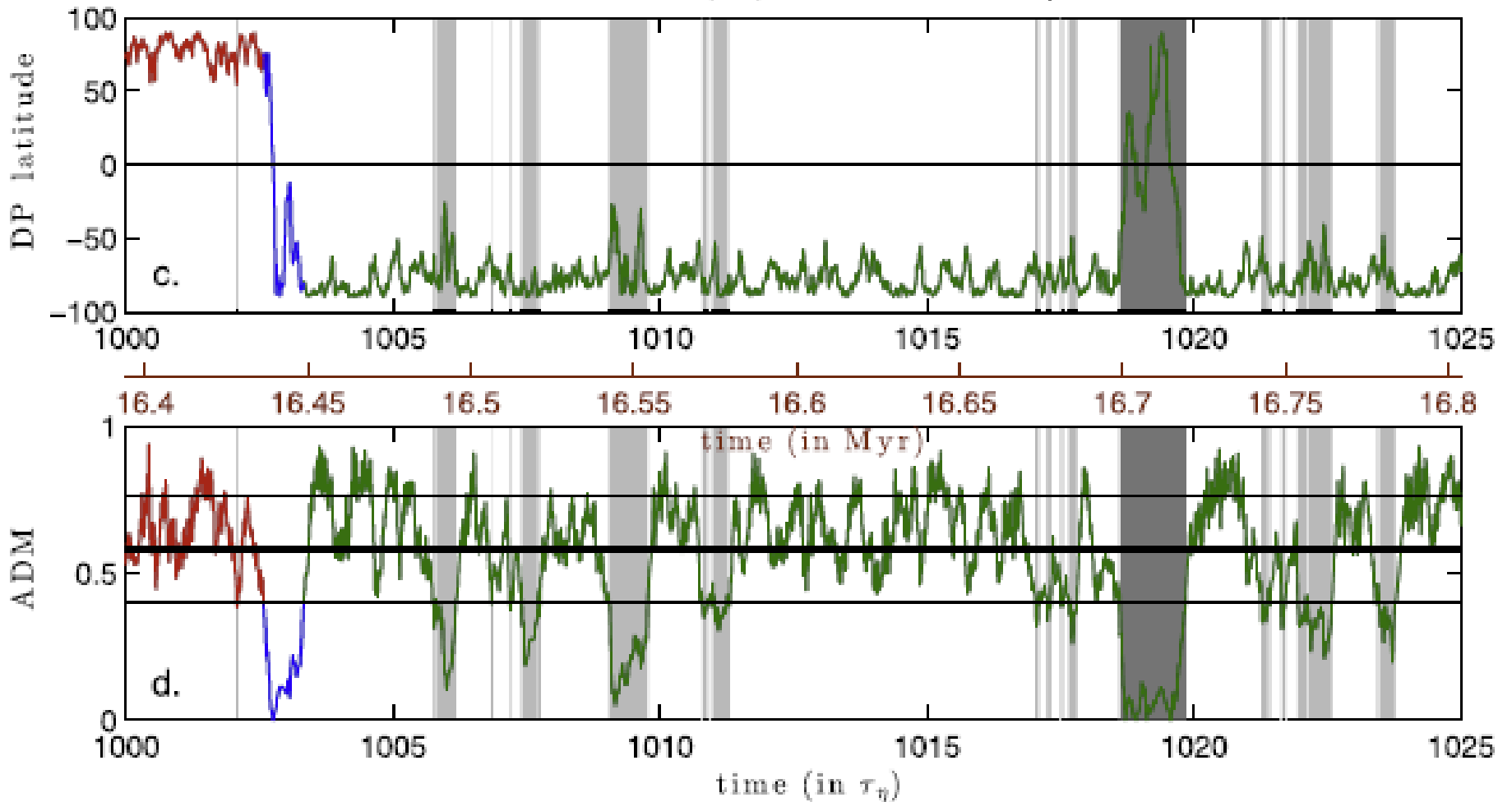
Дискуссионным вопросом является существование криптохронов - очень коротких периодов постоянной полярности (до 30-40 тысяч лет) . Теоретические расчёты указывают на распространённость таких событий.

**Поле остаётся пониженным в течение всего криптохрона**

Неясно, как на статистике инверсий скажется вероятный пропуск (крипто)хронов в реальных записях

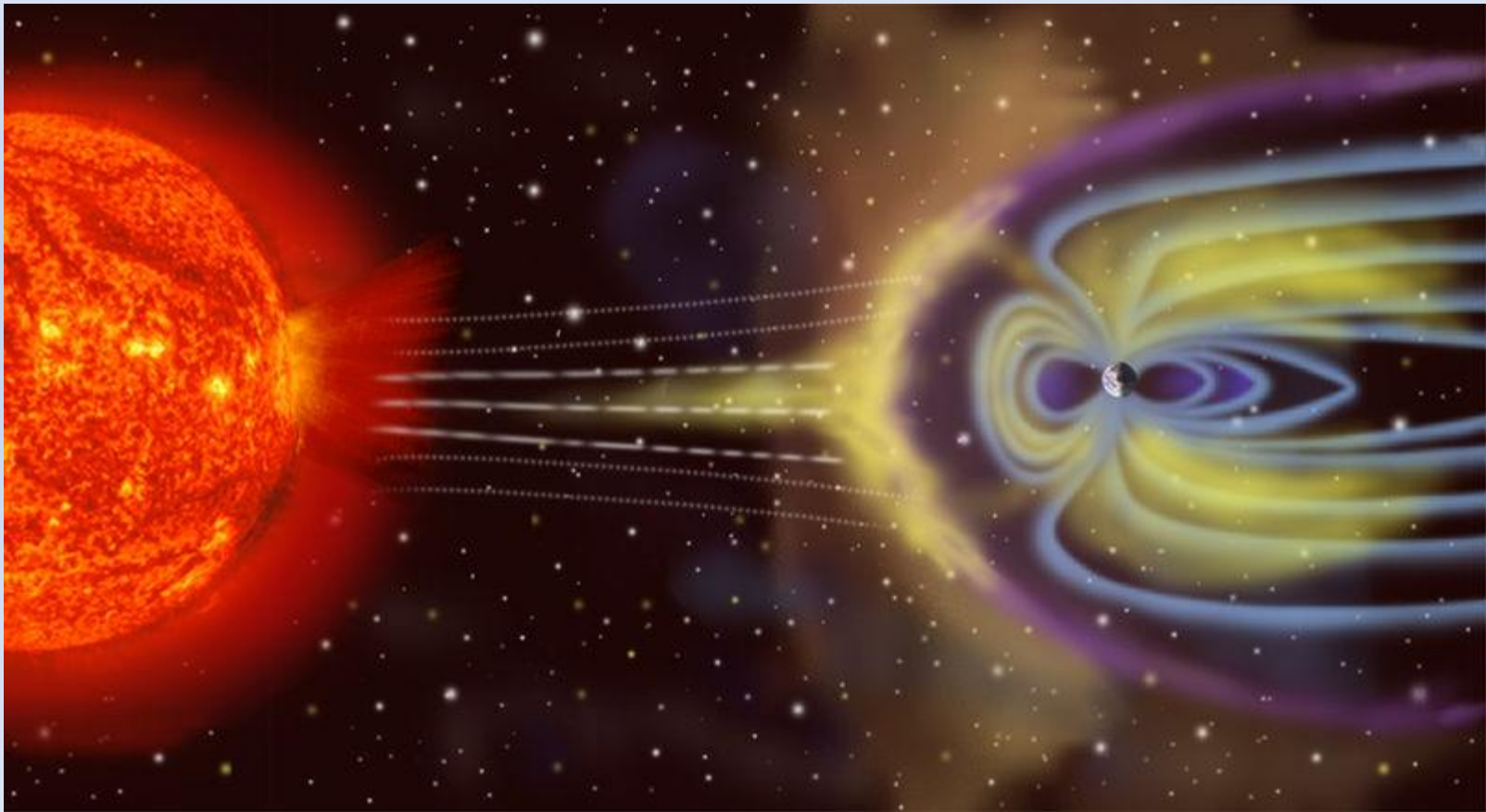


MODEL (2b) :  $\Delta t = 0.18998 \tau_{\eta}$



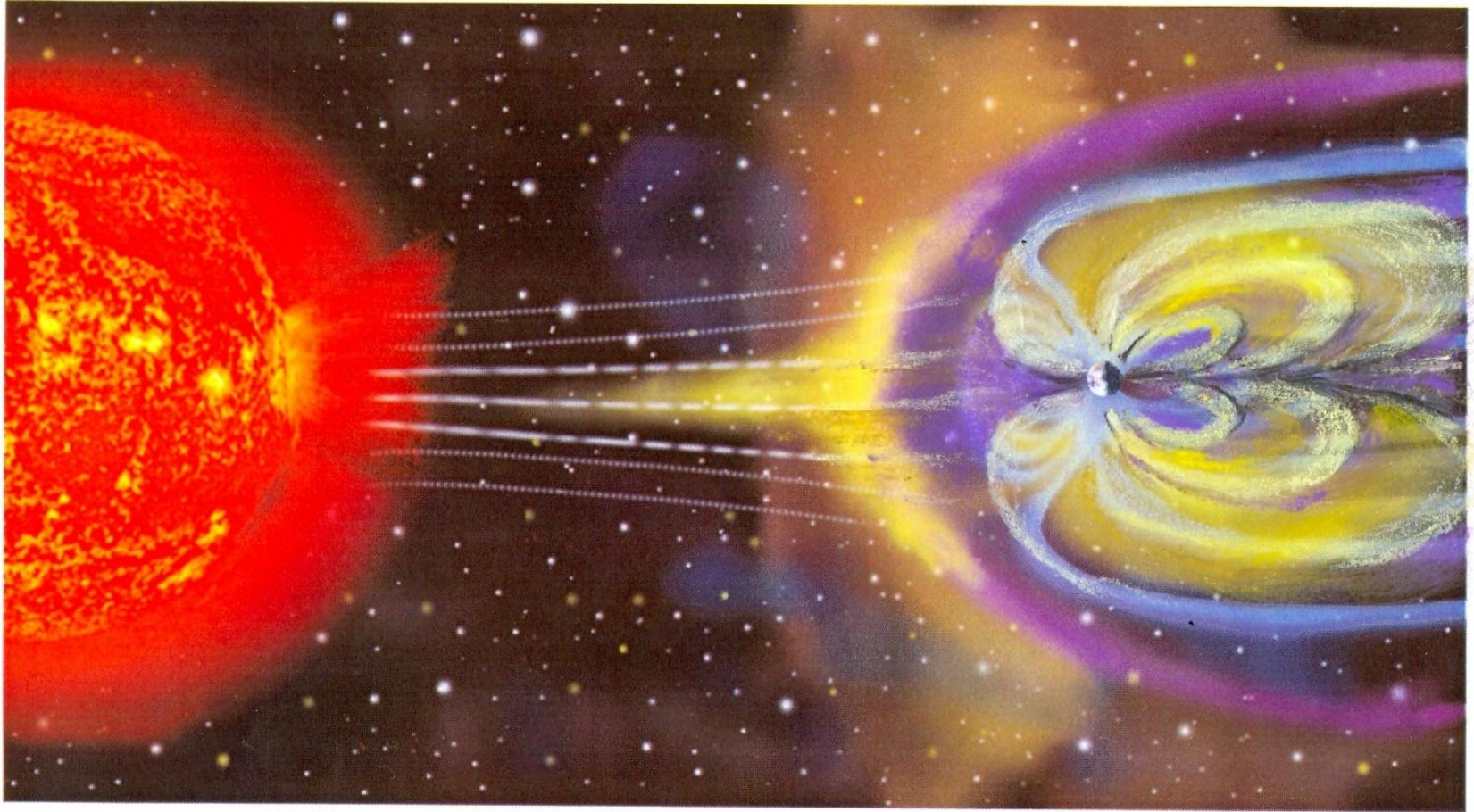
*Когда  
грядёт  
следующая  
инверсия?*

**Магнитосфера в период стабильной полярности является эффективным щитом от радиации (солнечного ветра)**





**Но во время инверсии полюс смотрит на Солнце и  
через касп может хлынуть мощный поток  
энергичных заряженных частиц**



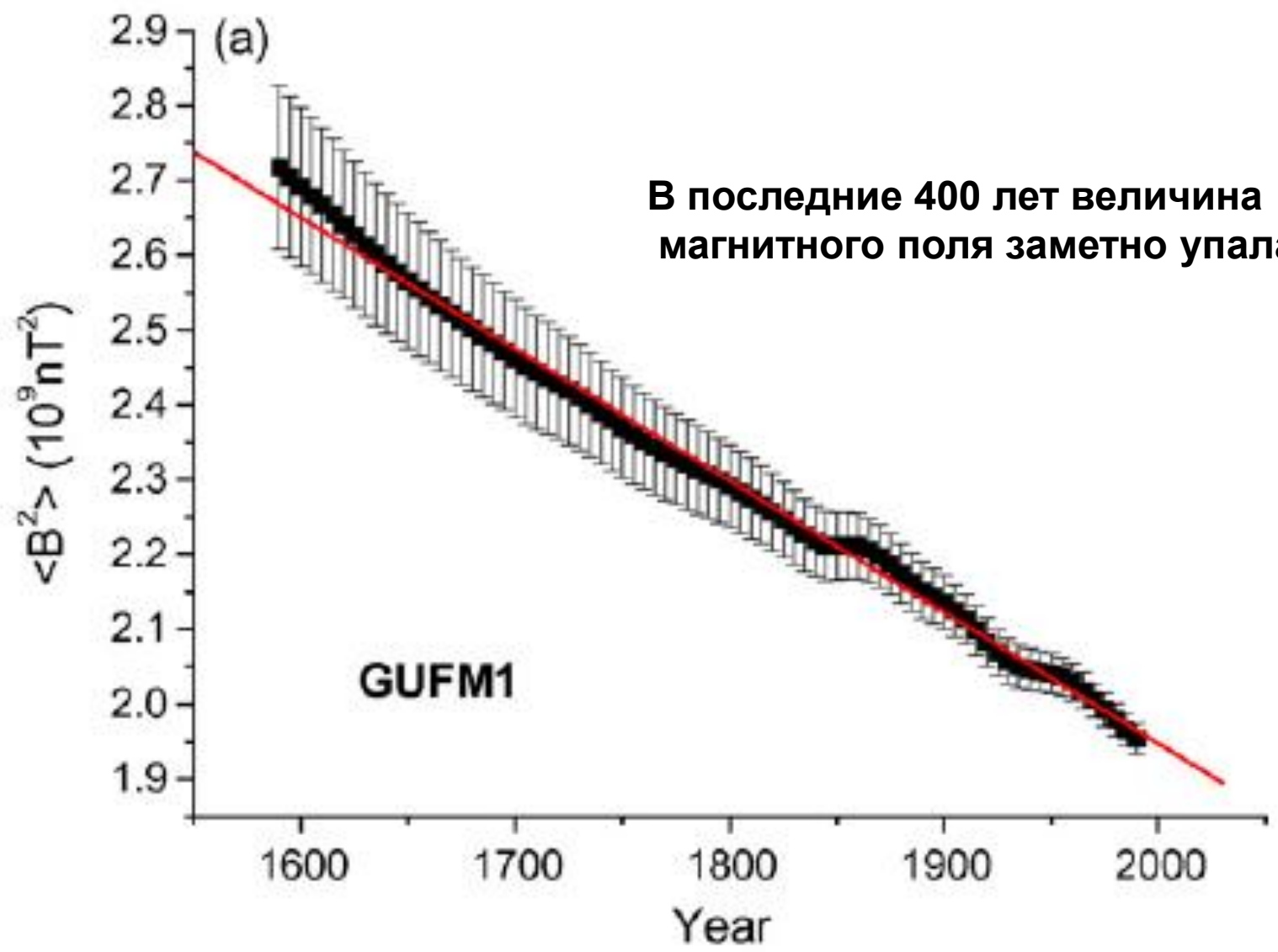
*Старченко, Щербаков, 1991, Glassmaier*

**В современной магнитосфере отношение плотности кинетической энергии солнечной плазмы, закачанной в радиационные пояса, к плотности энергии геомагнитного поля  $\sim 10^{-3}$  (во время очень сильных бурь  $\sim 10^{-2}$ ).**

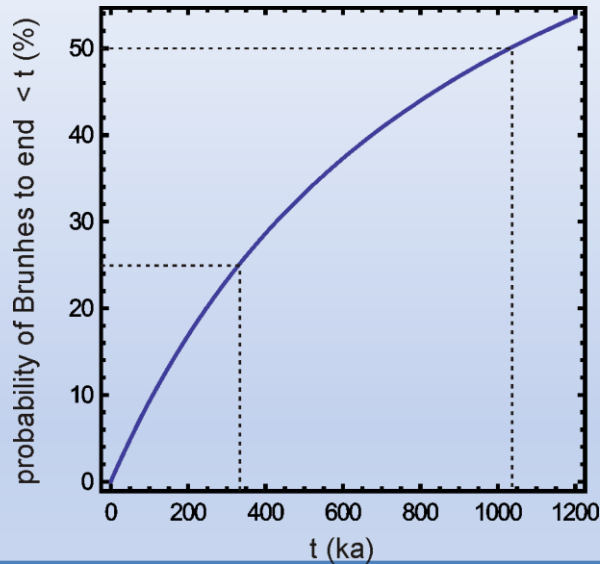
**Если же полюса попадают в экваториальную область, то это отношение может резко возрасти и, как следствие, могут возникать сильнейшие магнитные бури.**

**Какова вероятность наступления следующей инверсии?**

**Эпоха Брюнеса постоянной полярности длится уже 780 тысяч лет, что в 4 раза превышает среднюю продолжительность жизни таких интервалов.**



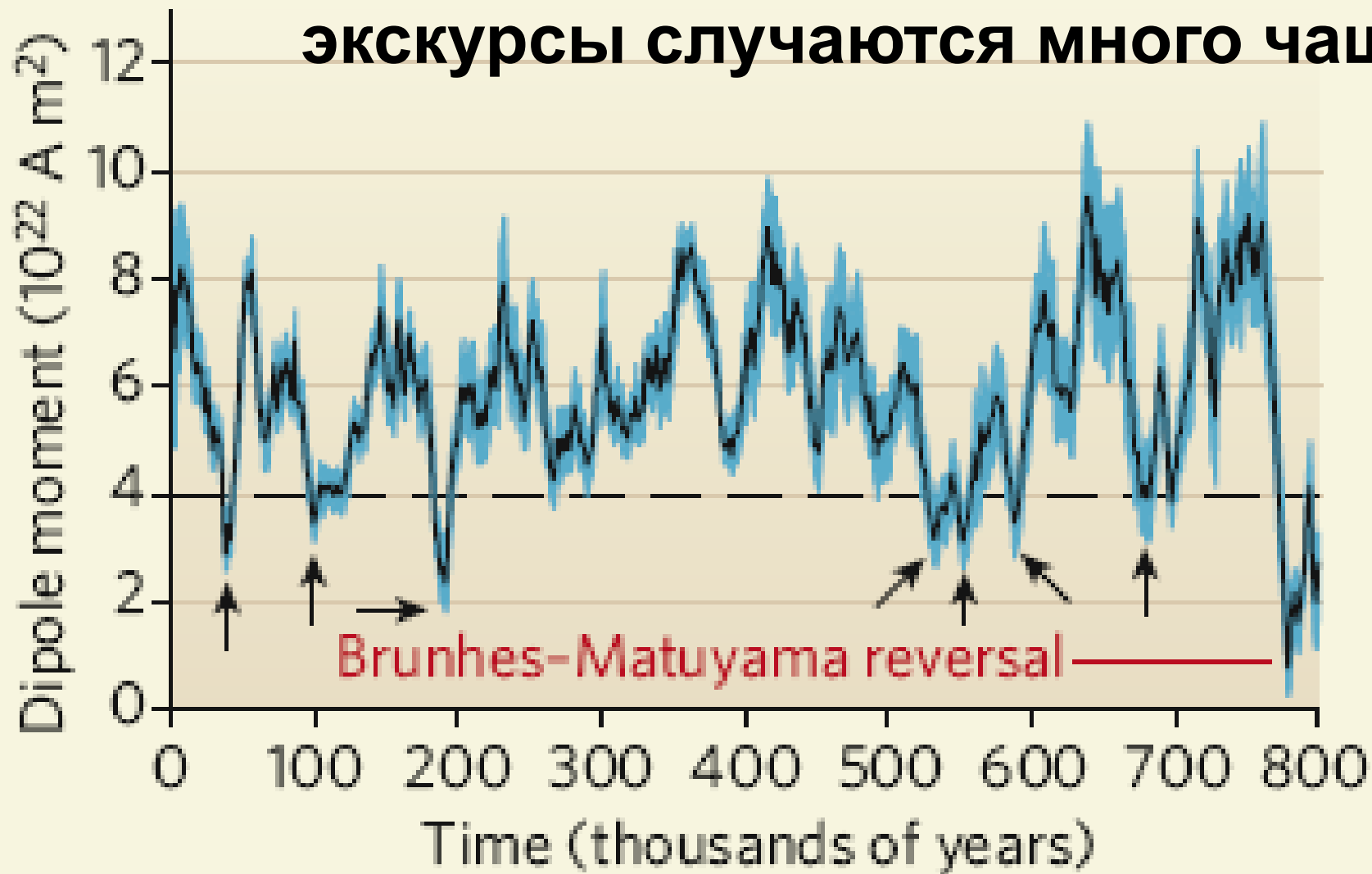
# Из приведённой статистики инверсий можно получить условную вероятность наступления следующей инверсии



$$P(t > T_0 | T_0) = \frac{\int_t^{\infty} p(z) dz}{\int_{T_0}^{\infty} p(z) dz}$$

**Вероятность того, что инверсия случится в  
ближайшие 10 тысяч лет, составляет менее 2 %,   
при этом с 30 % вероятностью мы живём в хроне,  
длина которого превышает 2 миллиона лет.**

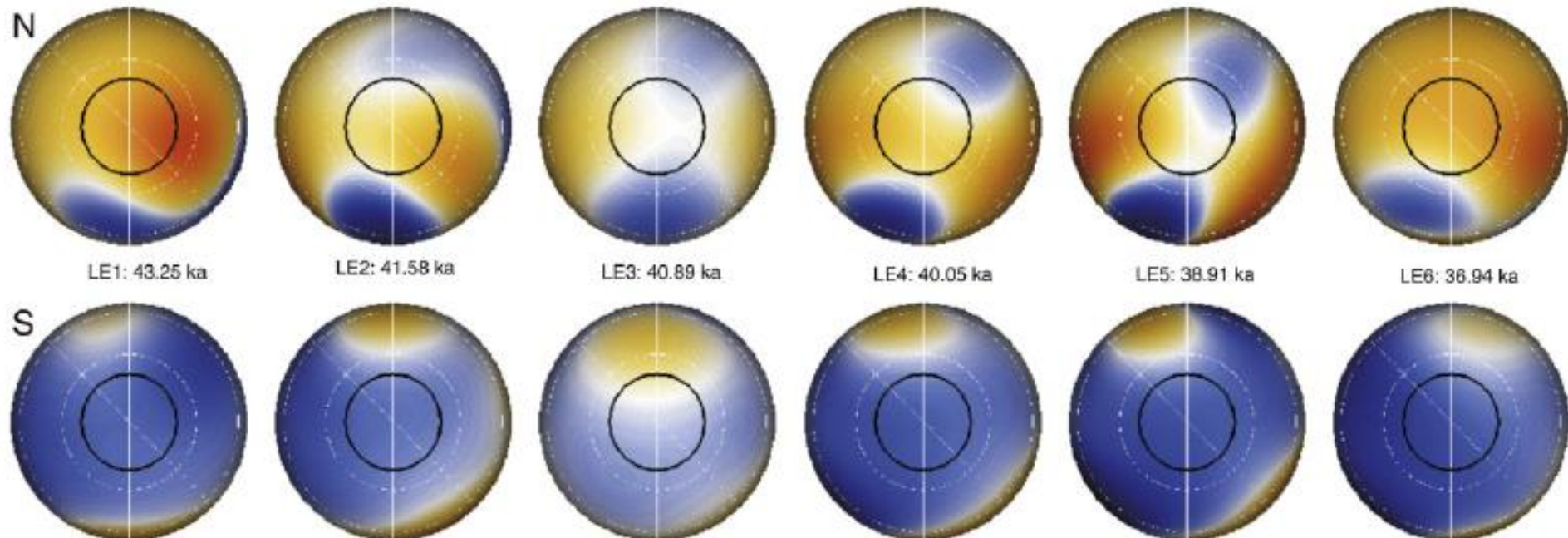
**Но!** Полюс может попасть в район экватора и во время экскурса (путешествие полюса к экватору и возвращение на место), а экскурсы случаются много чаще





# Модель экскурса Laschamp, случившегося 40 тысяч лет назад

b) IMOLEe - Laschamp excursion





# Выводы

*Во время инверсий и экскурсов у геомагнитного поля может оказаться несколько полюсов, которые могут находиться где угодно, в том числе вблизи экватора.*

*Вероятность наступления инверсии в ближайшие тысячелетия не превышает 1-2 %. Но вероятность наступления экскурса значительно выше.*

*Во время таких экстремальных событий резко возросший поток энергии в магнитосферу и ионосферу, а также увеличение радиации на поверхности Земли могут существенно повлиять на климат и мутагенность биоты Земли.*

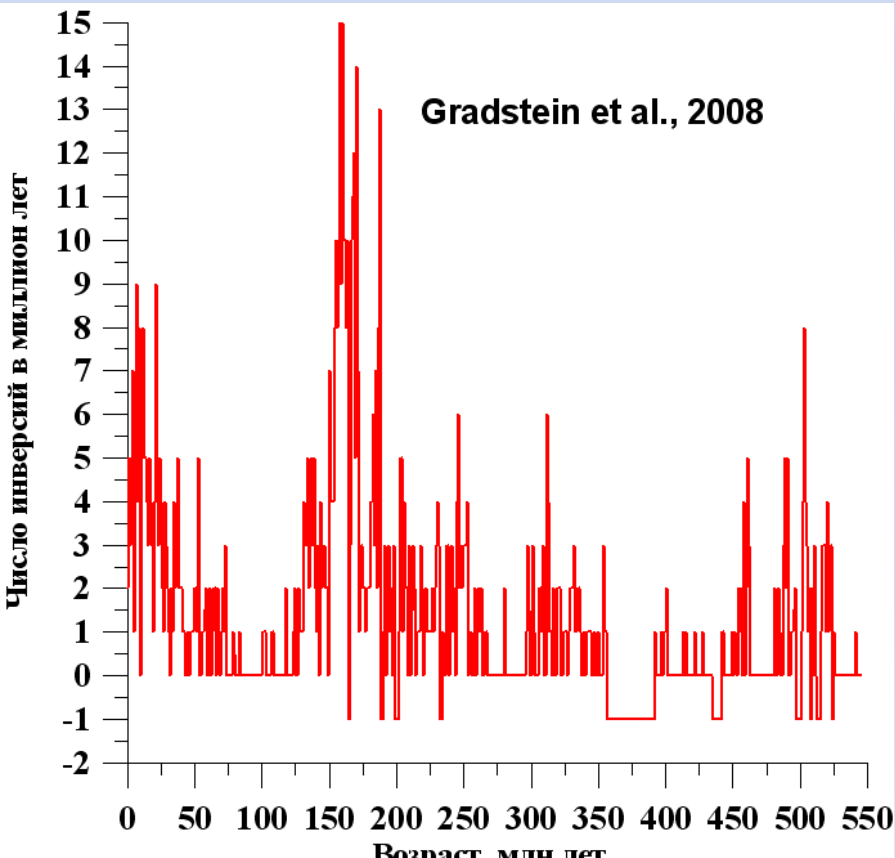
***Проблема. Мы плохо знаем статистику экскурсов и конфигурацию геомагнитного поля во время как инверсий, так и экскурсов***

# Есть ли связь между частотой инверсий и интенсивностью геомагнитного поля?

И то и другое является функционалом от режима работы геодинамо (Сох, 1958)

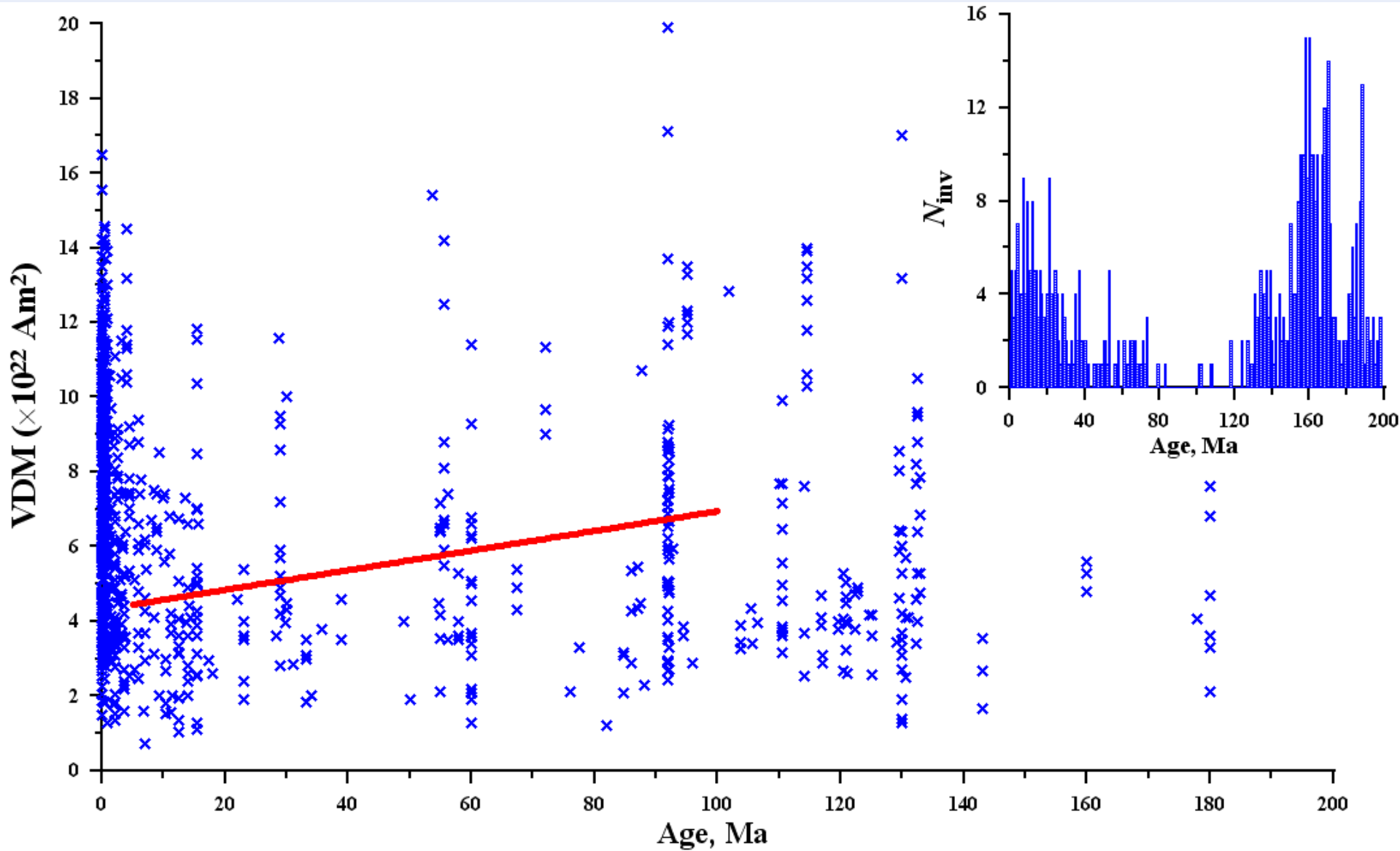
Интенсивность диполя = F1(режим геодинамо)

Частота инверсий = F2(режим геодинамо)



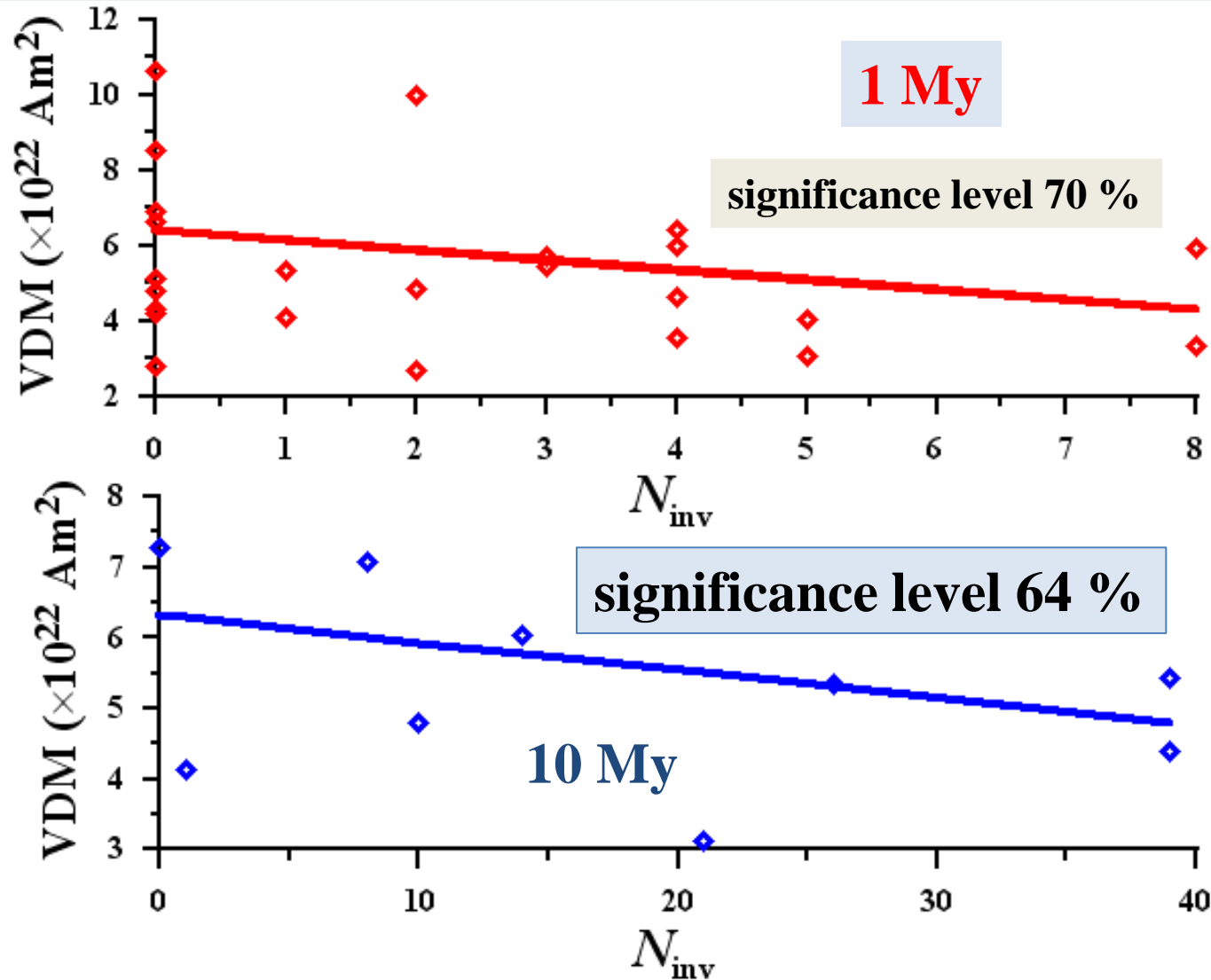
# Мировые базы данных по палонапряжённости

<http://www.brk.adm.yar.ru/palmag/index.html> (the Borok Geophysical Observatory of IPE RAS), <http://earth.liv.ac.uk/IAGA/>

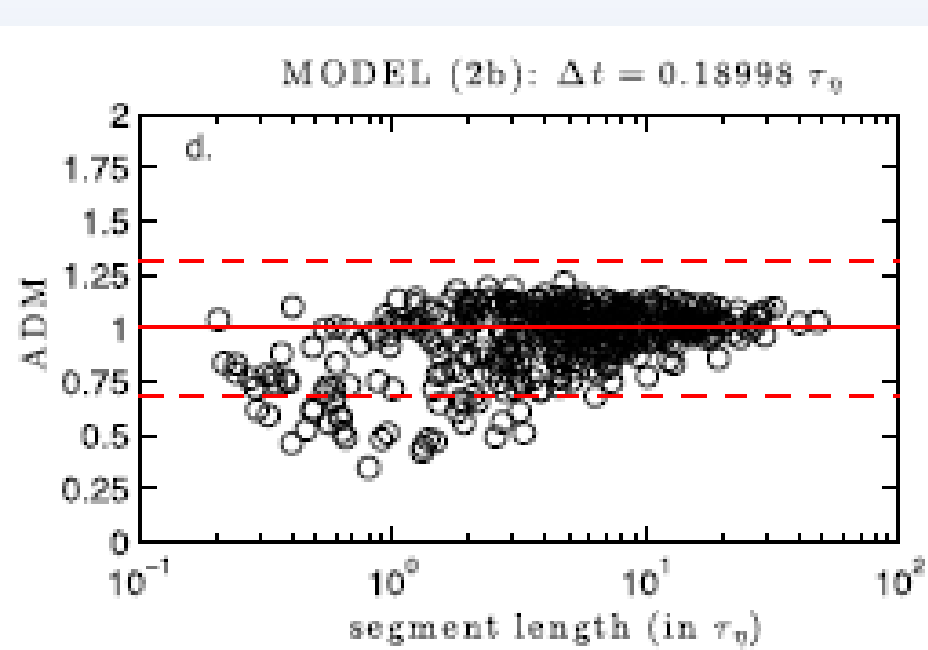


# Средние VDM по окнам 1 и 10 млн. лет против числа инверсий в этом окне

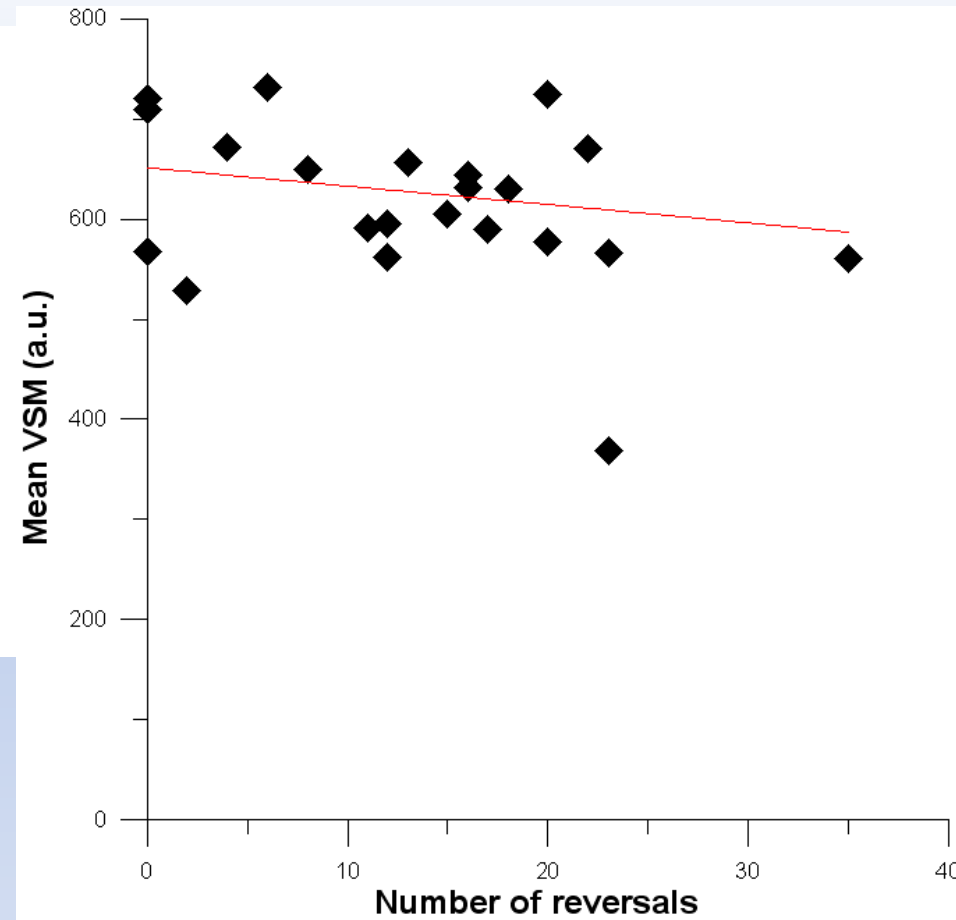
Есть слабая тенденция к повышению напряжённости с ростом числа инверсий, Но уровень доверия мал.



# Компьютерные расчёты геодинамо согласуются с ЭТИМ ВЫВОДОМ



Lhuillier et al., 2013

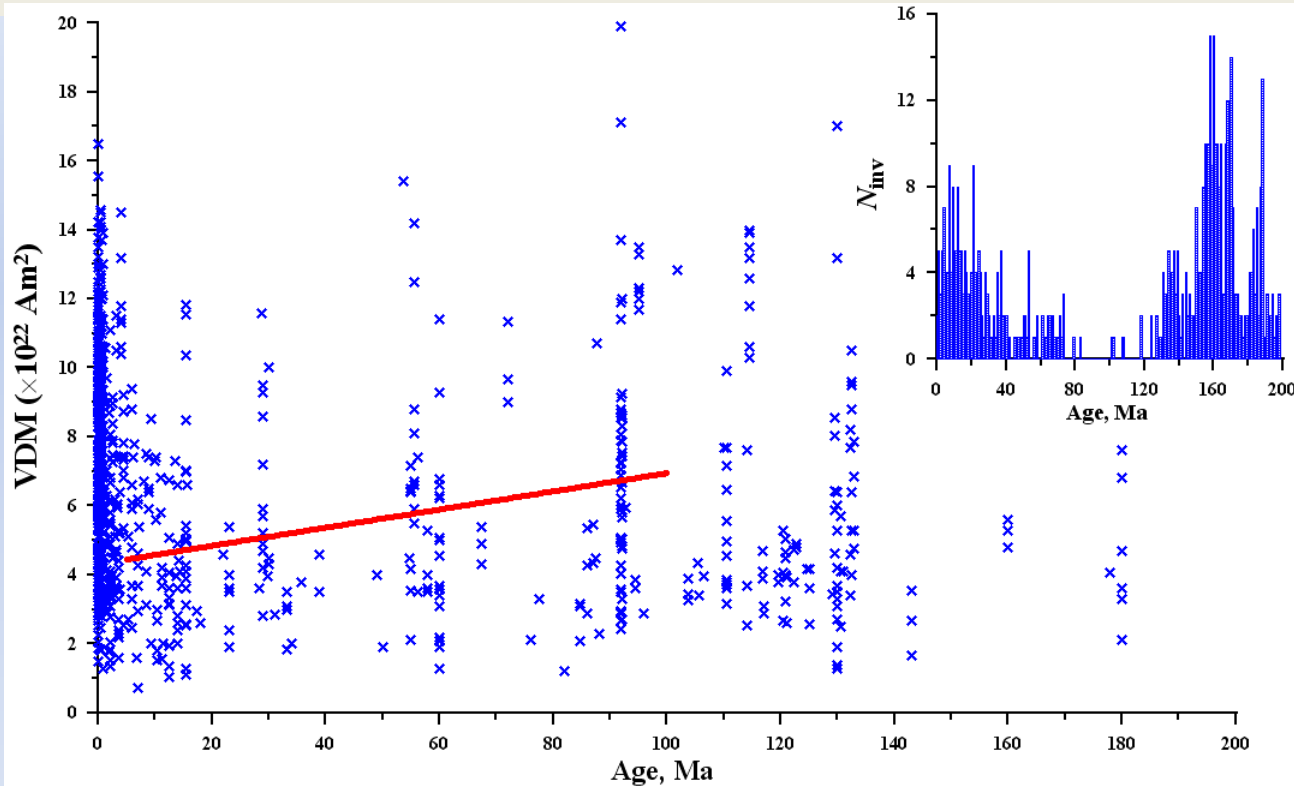


Olson et al. 2013

# Вывод

Гипотеза Кокса о связи частоты инверсий (длительности интервалов постоянной полярности) с интенсивностью поля оказалась несостоятельной.

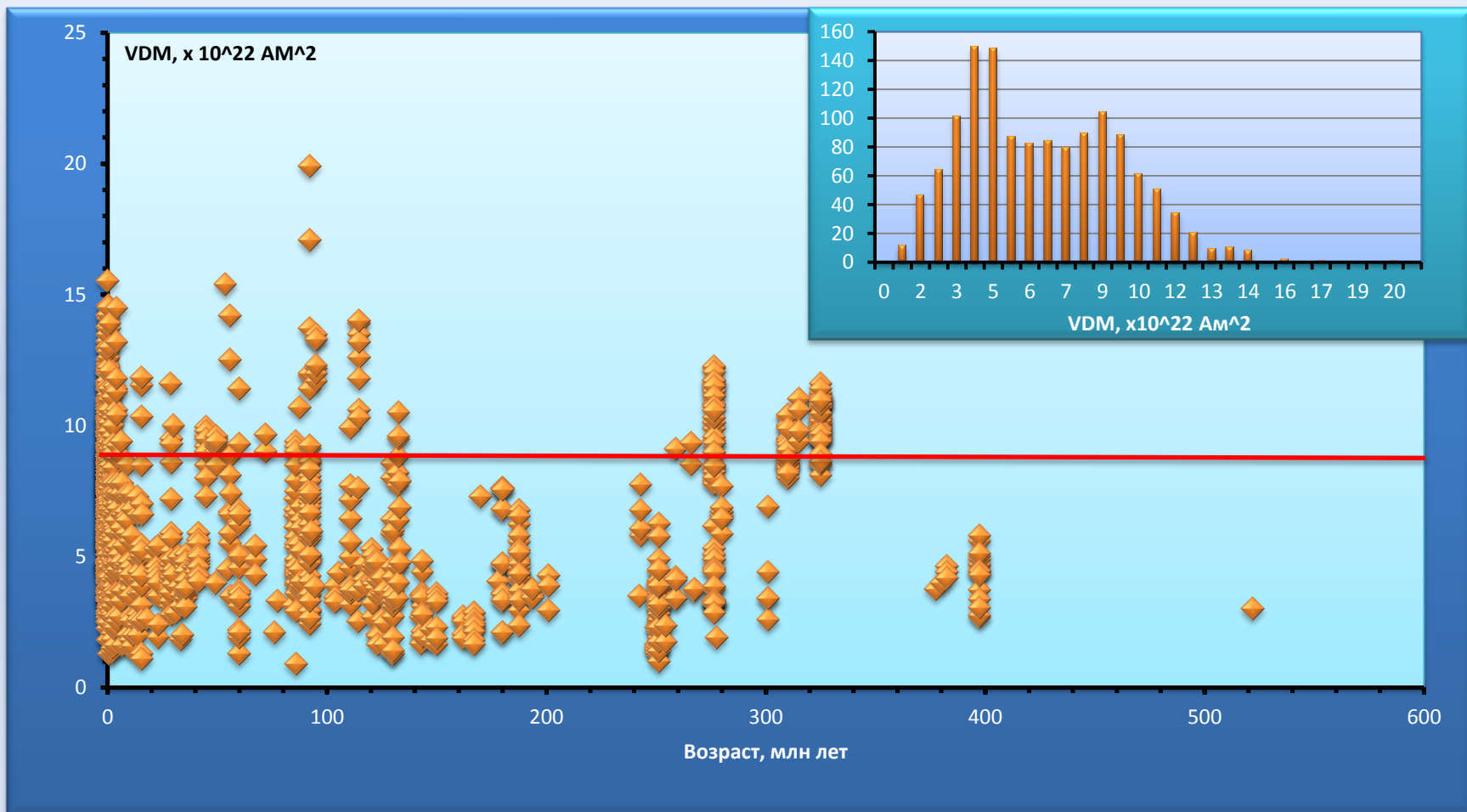
**Вопрос**  
**А как вообще**  
**меняется**  
**напряжённость**  
**в**  
**геологическом**  
**прошлом?**





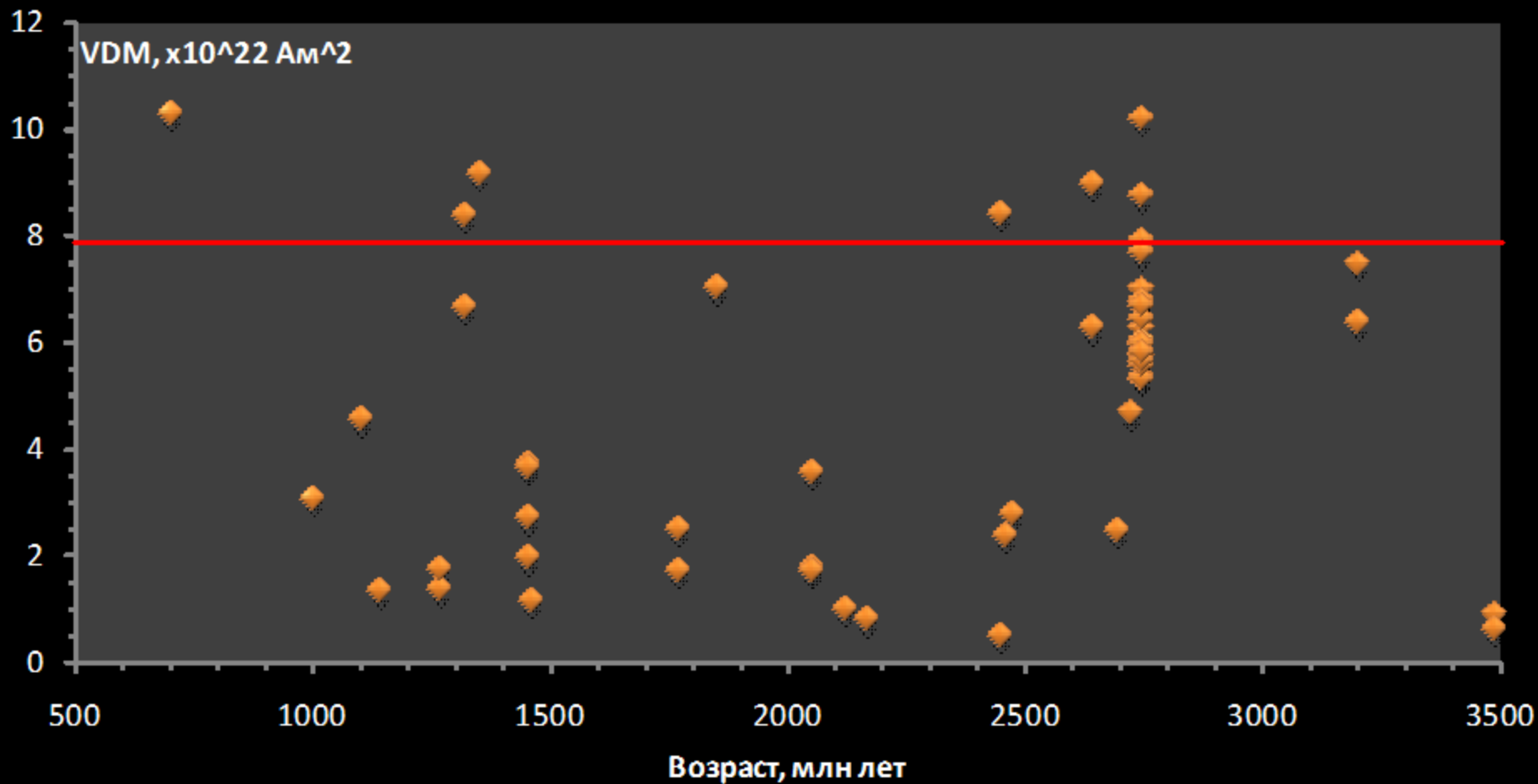
# Фанерозой

## 1198 определений VDM (критерии отбора)



# ДОКЕМБРИЙ

## 55 определений VDM (критерии отбора)



**Из приведённых данных и результатов  
численных расчётов видно, что:**

**а) частота инверсий меняется на 2 порядка**

**Но при этом**

**б) средняя величина напряжённости  
меняется мало, не более чем в 2 раза**

**Почему так?**

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_e$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} + \sigma(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\rho \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} + 2\rho(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v})$$

$$= -\nabla P + \eta \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \eta \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \rho \nabla \phi_g + \mathbf{J} \times \mathbf{B}$$

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\nabla^2 \phi_g = -4\pi G \rho$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = k_T \nabla^2 T + (\nabla k_T \cdot \nabla T) - \mathbf{v} \cdot \nabla T + \varepsilon$$

$$\rho = \text{Function}(P, T, H)$$

Maxwell's equations (8.1.10)

(8.1.11)

(8.1.12)

Ohm's Law (8.1.13)

Navier-Stokes' equation (8.1.14)

Continuity equation (8.1.15)

Poisson's equation (8.1.16)

Generalized heat equation (8.1.17)

Equation of state (8.1.18)

*Notation:*

$\mathbf{H}$  = magnetic field

$\mathbf{B}$  = magnetic induction

$\mathbf{J}$  = electric current

$\mathbf{E}$  = electric field

$\mathbf{D}$  = electric displacement vector

$\mathbf{v}$  = velocity

$\eta$  = viscosity

$\rho_e$  = electric charge density

$\boldsymbol{\Omega}$  = angular velocity of rotation

$\rho$  = material density

$\sigma$  = conductivity

$T$  = temperature

$P$  = pressure

$G$  = gravitational constant

$\phi_g$  = gravitational potential

$\varepsilon$  = heat source term

$k_T$  = thermal diffusivity

Dynamo parameters  $\alpha$  thermal expansivity,  $g_o$  gravity at core surface,  $\Delta T$  superadiabatic temperature contrast across core,  $\kappa$  thermal diffusivity,  $\nu$  kinematic viscosity,  $\Omega$  rotation rate,  $D$  outer core thickness,  $\eta = 1/(\mu_o\sigma)$  magnetic diffusivity with  $\sigma$  electrical conductivity and  $\mu_o$  magnetic permeability,  $U$  characteristic flow velocity,  $B$  characteristic magnetic field strength,  $\rho$  density,  $Ra_c$  is the critical Rayleigh number for onset of convection.

Control parameters

Rayleigh no.

Ekman no.

Magn. Prandtl no.

Prandtl no.

Definition

$$Ra = \alpha g_o \Delta T / (\Omega^2 D)$$

$$E = \nu / (\Omega D)^2$$

$$Pm = \nu / \eta$$

$$Pr = \nu / \kappa$$

Core

$$10^4 Ra_c$$

$$10^{-15} - 10^{-14}$$

$$10^{-6} - 10^{-5}$$

$$0.1 - 1$$

Models

$$(1 - 100) Ra_c$$

$$10^{-3} - 10^{-6}$$

$$0.1 - 10$$

$$1$$

Diagnostic numbers

Magn. Reynolds no.

Reynolds no.

Rossby no.

Elsasser no.

Definition

$$Rm = UD / \eta$$

$$Re = UD / \nu$$

$$Ro = U / (\Omega D)$$

$$\Lambda = B^2 / (2\mu_o \eta \rho \Omega)$$

Core

$$10^3$$

$$10^9$$

$$10^{-7}$$

$$0.1 - 10$$

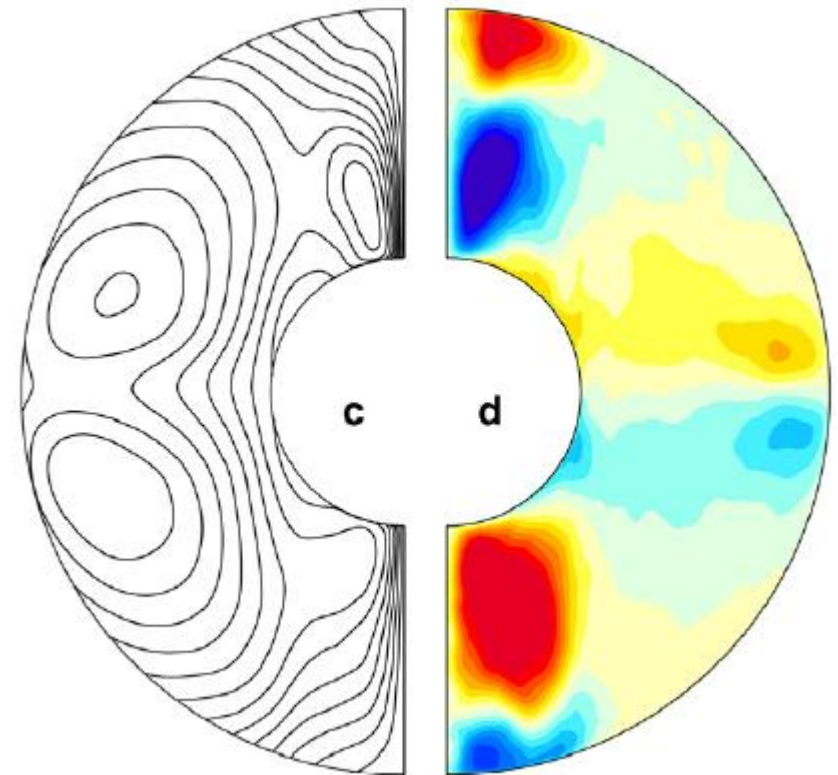
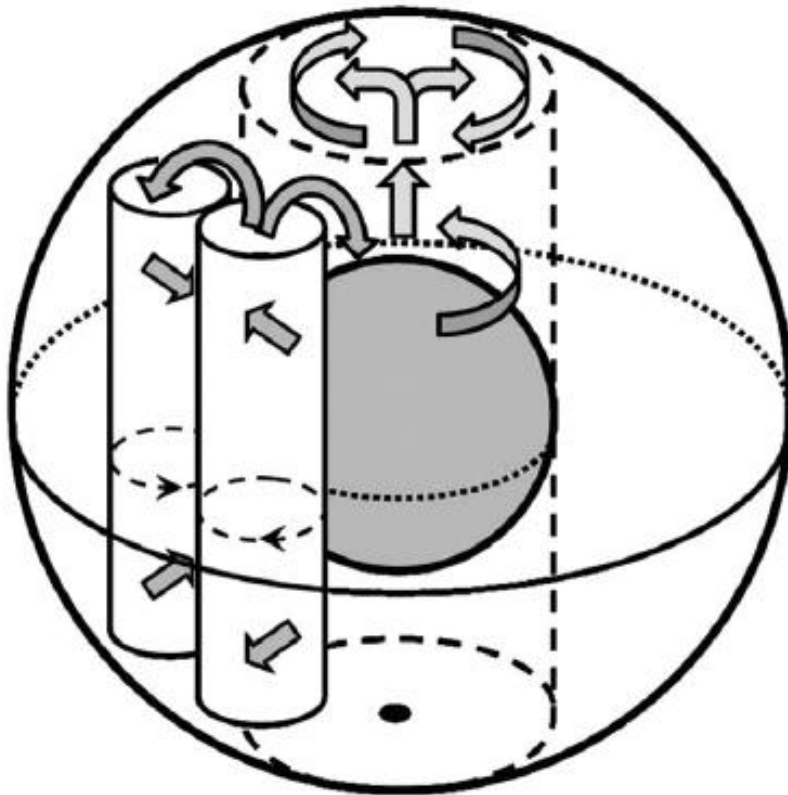
Models

$$40 - 2000$$

$$< 2000$$

$$10^{-2} - 10^{-4}$$

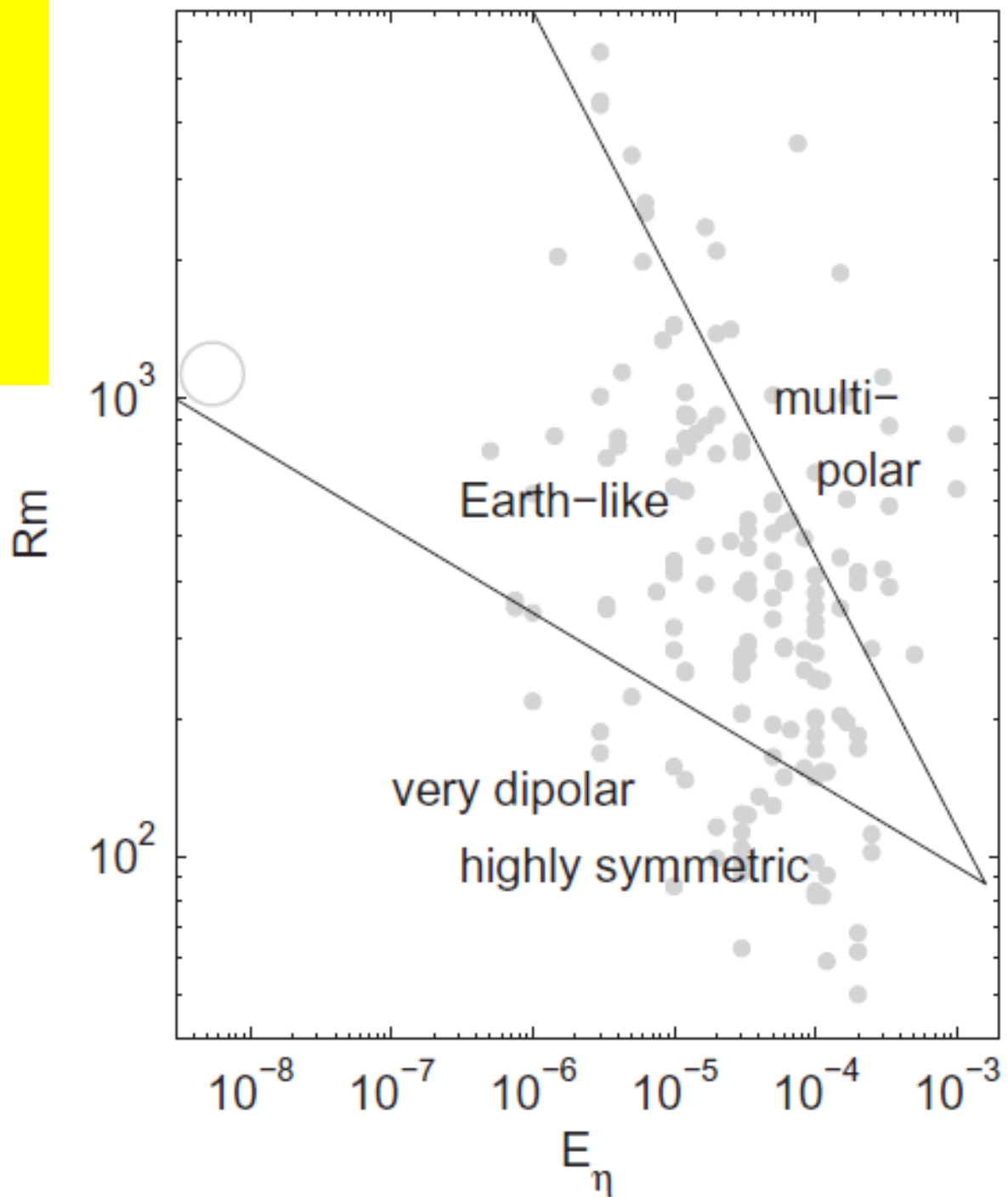
$$0.1 - 100$$



Частота инверсий  
резко зависит от  
параметров,  
характеризующих  
работу геодинамо

$$R_m = UD/\eta$$

$$E_\eta = \eta/\Omega D^2$$



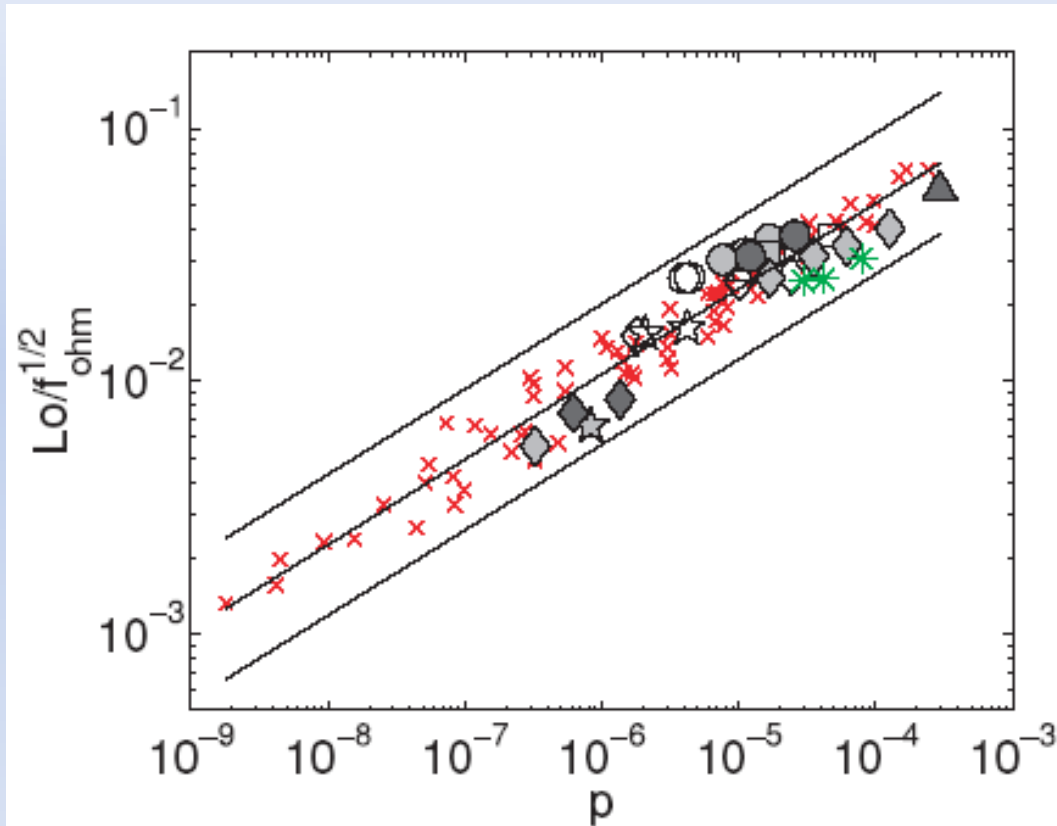


# Интенсивность поля оценивается через масштабирование и численное моделирование

Table 1 Proposed scaling laws

#	Rule	Author	Remark
1	$B_p R_p^3 \propto (\rho \Omega R_p^5)^a$	e.g. Russell (1978)	magnetic Bode law
2	$B^2 \propto \rho \Omega^2 R_c^2$	Busse (1976)	
3	$B^2 \propto \rho \Omega \sigma^{-1}$	Stevenson (1979)	Elsasser number rule
4	$B^2 \propto \rho R_c^3 q_c \sigma$	Stevenson (1984)	at low energy flux
5	$B^2 \propto \rho \Omega R_c^{5/3} q_c^{1/3}$	Curtis and Ness (1986, modified)	mixing length theory
6	$B^2 \propto \rho \Omega^{3/2} R_c \sigma^{-1/2}$	Mizutani et al. (1992)	
7	$B^2 \propto \rho \Omega^2 R_c$	Sano (1993)	
8	$B^2 \propto \rho \Omega^{1/2} R_c^{3/2} q_c^{1/2}$	Starchenko and Jones (2002)	MAC balance
9	$B^2 \propto \rho R_c^{4/3} q_c^{2/3}$	Christensen and Aubert (2006)	energy flux scaling

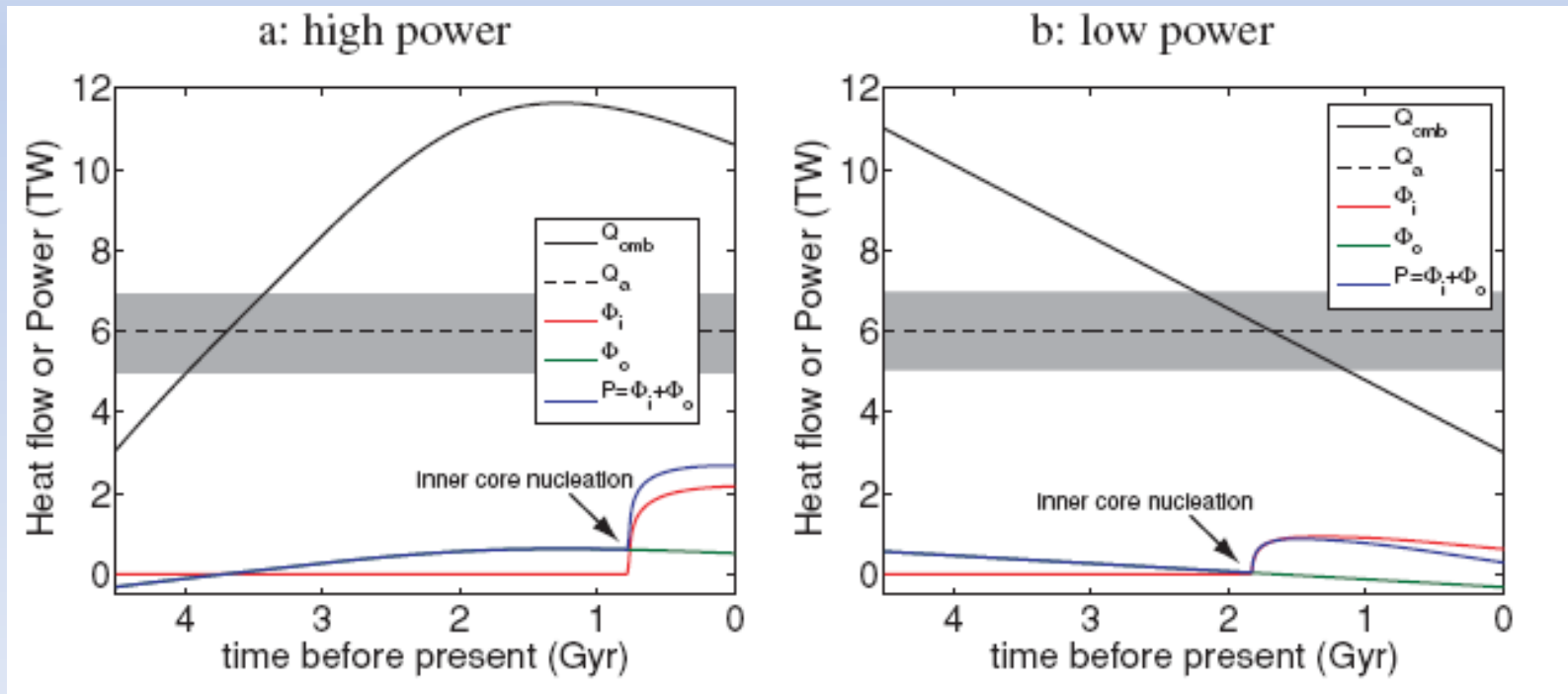
# Скэйлинговые аргументы и прямые численные расчёты показали, что $B \propto (\text{мощность конвекции})^{1/3}$

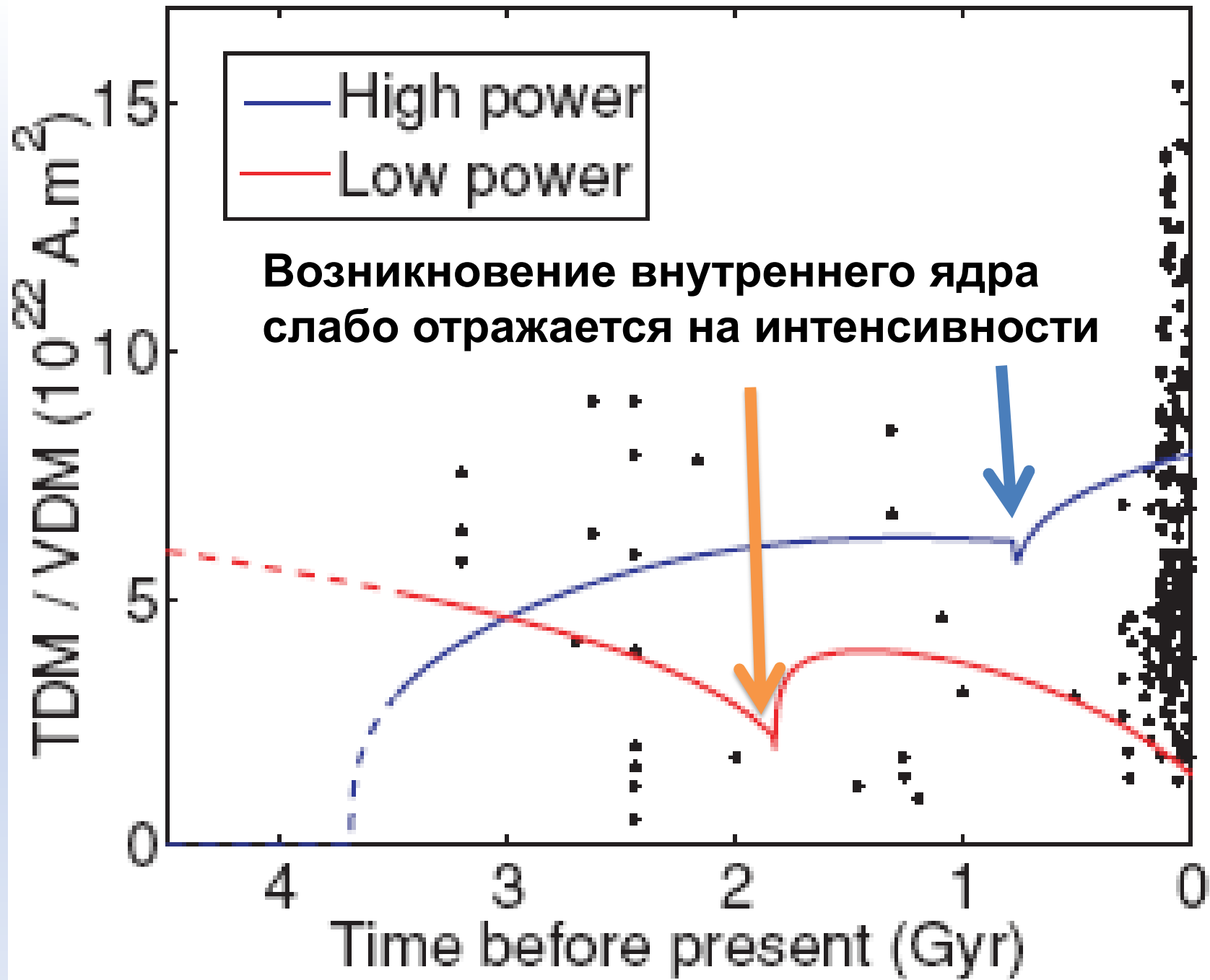


**Figure 4.** Dimensionless magnetic field, or Lorentz number  $Lo$ , corrected with the ohmic dissipation fraction  $f_{ohm}^{0.5}$ , as a function of the dimensionless convective power  $p$ . Symbols as in Fig. 3. Our data set is filtered to exclude dynamos with a dipole fraction  $f_{dip} \leq 0.35$ .

(Aubert, Labrosse, Poitou)

Мощность конвекции не сильно  
менялась за время существования  
геомагнитного поля





## **Предварительный вывод**

**Возможно, что средняя величина геомагнитного диполя изменяется во времени не более, чем в 2 раза. При этом возникновение твёрдого внутреннего ядра не даёт значительного прироста интенсивности.**

### **Задача**

**Необходимы надёжные данные о палеонапряжённости в докембрии и раннем фанерозое.**