

На правах рукописи



Молодцов Дмитрий Михайлович

**СОВМЕСТНАЯ ИНВЕРСИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ,  
МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКИХ И  
ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТРУКТУРНЫХ  
ОГРАНИЧЕНИЙ**

Специальность 25.00.10 – геофизика,  
геофизические методы поисков полезных ископаемых

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2017

Работа выполнена на кафедре физики Земли Физического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет»

Научный руководитель: **Троян Владимир Николаевич**,  
доктор физико-математических наук,  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный университет», профессор кафедры физики Земли Физического факультета

Официальные оппоненты: **Копытенко Юрий Анатольевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Санкт-Петербургский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова Российской академии наук, директор, заведующий отделом геомагнитных исследований

**Маловичко Михаил Сергеевич**,  
кандидат технических наук,  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (государственный университет)», старший научный сотрудник лаборатории прикладной вычислительной геофизики

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет»

Защита состоится 26 октября 2017 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета Д 002.001.01 при Институте физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук по адресу 123242, г. Москва, ул. Большая Грузинская, 10, стр. 1., конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФЗ РАН и на сайте [www.ifz.ru](http://www.ifz.ru). Автореферат размещен на официальном сайте Высшей аттестационной комиссии при Министерстве образования и науки Российской Федерации [vak.ed.gov.ru](http://vak.ed.gov.ru) и на сайте института [www.ifz.ru](http://www.ifz.ru).

Отзывы на автореферат, заверенные печатью, в 2-х экземплярах просьба направлять по адресу: 123242, г. Москва, ул. Большая Грузинская, д. 10, стр. 1, ИФЗ РАН, ученому секретарю диссертационного совета Владимиру Анатольевичу Камзолкину.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
кандидат геолого-минералогических наук



Камзолкин В.А.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы исследований

Комплексирование методов является одним из важнейших аспектов прикладной геофизики. В частности, электромагнитные данные несут ценную информацию о вещественном составе Земли. Сильная зависимость удельного электрического сопротивления от водонасыщенности позволяет вести прямой поиск углеводородов методом CSEM (Controlled Source Electromagnetic Method). Однако, в силу довольно низкой разрешающей способности электромагнитных данных, для их осмысленной инверсии обычно требуется привлечение априорной информации о структуре изучаемых объектов, источником которой, как правило, является сейсморазведка. С другой стороны, электромагнитные методы, в частности, магнитотеллурический метод (МТ), и гравиметрия успешно применяются для изучения структуры геологических объектов, представляющих трудность для сейсморазведки: складчато-надвиговых поясов, областей развития соляной тектоники и траппового магматизма, сложной верхней части разреза.

Классическим подходом к комплексированию является совместная (геологическая) интерпретация геофизических моделей среды. Альтернативный подход заключается в постановке и решении обратной задачи, объединяющей несколько геофизических методов за счет введения связи между моделями среды. За данным подходом в англоязычной литературе закрепился термин *joint inversion* – *совместная инверсия*. Совместная инверсия позволяет, во-первых, уменьшить неопределенность решения обратной задачи каждого метода и, во-вторых, что важно для последующей совместной интерпретации, построить взаимно непротиворечивые модели среды.

В совместной инверсии сейсмических и электромагнитных данных, вследствие чрезвычайно сложной связи между упругими параметрами и удельным электрическим сопротивлением, наиболее актуальное направление основано на использовании *структурных ограничений*. Структурные ограничения формализуют априорное предположение о том, что различные геофизические модели среды имеют общие элементы структуры, обусловленные геологическими объектами. Помимо нетребовательности к априорной информации, важным свойством струк-

турных ограничений является их универсальность относительно физики эксперимента: например, т.н. ограничение кросс-градиента успешно применялось к инверсии сейсмических, электромагнитных (в т.ч. георадиолокационных), гравиметрических и магнитометрических данных, а также в биомедицинской томографии.

**Цель** данной работы состоит в усовершенствовании методов совместной инверсии геофизических данных разной физической природы, в частности, времен пробега сейсмических волн, МТ и гравиметрических данных, со структурными ограничениями. Для достижения поставленной цели требовалось решить следующие **задачи**:

1. Предложить улучшение структурного ограничения кросс-градиента применительно к совместной инверсии данных МТ и времен пробега сейсмических волн и на этой основе разработать алгоритм совместной инверсии.
2. Разработать алгоритм совместной инверсии, эффективно «масштабируемый» относительно числа комплексируемых геофизических методов, и дополнить комплекс из МТ и сейсмической томографии гравиметрией и гравитационной градиентометрией.
3. Реализовать разработанные алгоритмы в виде пакета компьютерных программ.
4. Сравнить результаты совместной и независимой инверсии синтетических данных, исследовать влияние выбора структурного ограничения на точность восстановления моделей среды.
5. Оценить влияние скоростной модели, получаемой в результате совместной инверсии, на построение сейсмического изображения посредством глубокой миграции до суммирования.
6. Разработать и программно реализовать многосеточный вариант алгоритма совместной инверсии для эффективной инверсии реальных данных.

**Научная новизна:**

1. Исследованы структурные ограничения, учитывающие знак корреляции между параметрами среды.
2. Предложен модифицированный функционал совместной полной вариации с тензорными весовыми функциями.
3. В качестве структурного ограничения совместной инверсии, предложен

функционал с совместным минимальным носителем.

4. Разработан эффективный алгоритм обобщенной совместной инверсии, основанный на смешанной норме  $L_{1,2}$  и функционале с совместным минимальным носителем.

#### **Научная и практическая значимость**

Предложенные алгоритмы совместной инверсии позволяют улучшить восстановление скорости, удельного сопротивления и плотности по геофизическим данным. Низкочастотные модели скорости необходимы для сейсмической миграции и обращения полных волновых полей. Модели плотности могут представлять интерес для динамической инверсии сейсмических данных, а модели удельного сопротивления – для инверсии данных CSEM, например, при прямом поиске углеводородов и детальном изучении коллекторов. Одновременное знание скорости продольных волн, плотности и удельного сопротивления среды повышает достоверность геологической интерпретации и позволяет восстанавливать петрофизические параметры, такие как пористость и водонасыщенность. Разработанные структурные ограничения и алгоритмы совместной инверсии после незначительной модификации могут быть применены к другим комплексам геофизических методов.

#### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Комплексирование сейсмической томографии, магнитотеллурики, гравиметрии и гравитационной градиентометрии посредством совместной инверсии со структурными ограничениями улучшает восстановление скорости продольных волн, удельного сопротивления и плотности.
2. Структурные ограничения, учитывающие априорную информацию о знаке корреляции скорости и удельного сопротивления, позволяют улучшить восстановление данных параметров по сравнению с ограничением кросс-градиента.
3. Предложенный многосеточный алгоритм, использующий полностью независимые квазирегулярные сетки для сейсмической томографии, МТ и структурных ограничений, позволяет повысить эффективность совместной инверсии благодаря учету топографии/батиметрии, разной разрешающей способности, глубинности и геометрии систем наблюдений сейсмики и МТ.

4. Структурные ограничения, основанные на смешанной норме  $L_{1,2}$  и функционале с совместным минимальным носителем, приводят к эффективному алгоритму двумерной совместной инверсии с произвольным количеством геофизических методов и моделей среды.

#### **Апробация работы и достоверность полученных результатов**

Результаты работы обсуждались и докладывались на семинарах Лаборатории динамики упругих сред СПбГУ, геофизического отдела Saudi Aramco EXP-REC Advanced Research Center, Института математики Потсдамского университета ФРГ, Московского физико-технического института, института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, кафедры геофизики Института наук о Земле СПбГУ, а также на следующих школах-семинарах и конференциях:

- Всероссийская школа-семинар имени М.Н. Бердичевского и Л.Л. Ваньяна по электромагнитным зондированиям Земли, 16–21 мая 2011, Петергоф;
- 81<sup>st</sup> SEG Annual Meeting, 19–23 сентября 2011, Сан-Антонио, Техас, США;
- 82<sup>nd</sup> SEG Annual Meeting, 4–9 ноября 2012, Лас-Вегас, Невада, США;
- Балтийская школа-семинар «Петрофизическое моделирование осадочных пород», 15–19 сентября 2014, Петергоф;
- 17-я конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа «Геомодель-2015», 7–10 сентября 2015, Геленджик;
- 78<sup>th</sup> EAGE Conference & Exhibition, 30 мая – 2 июня 2016, Вена, Австрия;
- SEG workshop “Multi-Physics Imaging for Integrated Exploration and Field Development”, 4–6 октября 2016, Дубай, ОАЭ;
- Российская нефтегазовая техническая конференция и выставка SPE, 24–26 октября 2016, Москва.

О достоверности разработанных методов и программного обеспечения свидетельствуют численные эксперименты по инверсии синтетических данных, в результате которых получено корректное восстановление известных моделей среды.

#### **Личный вклад**

Автором самостоятельно были разработаны:

- оригинальные алгоритмы совместной инверсии сейсмических, МТ и гравиметрических данных;
- программный код на языке C++, реализующий данные алгоритмы;

- программный код на языке C++ (с использованием программной платформы Qt), реализующий интерактивное задание и редактирование двумерных многопараметрических моделей среды с квазирегулярной сеткой.

С помощью разработанного программного обеспечения автором были проведены численные эксперименты по инверсии геофизических данных. Все изложенные в диссертации оригинальные результаты получены автором самостоятельно.

### **Публикации**

Основные результаты диссертации изложены в 10 публикациях, включая 3 публикации в изданиях, рекомендованных ВАК.

### **Объем и структура работы**

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Полный объем диссертации составляет 102 страницы, включая 42 рисунка. Список литературы содержит 111 наименований.

### **Благодарности**

Автор очень благодарен Ю. В. Рослову, заинтересовавшему его сейсмической томографией и затем – задачей совместной инверсии сейсмических и электромагнитных данных, и долгое время руководившему этим проектом. Без его энтузиазма и поддержки данная работа была бы невозможна.

Автор выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю В. Н. Трояну за обучение, консультации, постоянное внимание и поддержку на всех этапах работы над диссертацией.

Автор глубоко признателен доктору А. Zerilli за предоставление кода прямой задачи МТ, обсуждение результатов и плодотворные дискуссии по электромагнитной инверсии; А. А. Виннику и А. В. Копыловой за предоставление кода лучевого трассирования, обучение и консультации; профессору С. Böckmann за консультации по теории решения некорректно поставленных обратных задач; Б. М. Каштану и Т. Б. Яновской за обучение, обсуждение результатов и полезные рекомендации; Н. Ю. Боброву за большой вклад в организацию исследований; Д. А. Попову за помощь в выполнении сейсмической миграции. Автор благодарит сотрудников кафедры физики Земли СПбГУ; коллег из геофизического отдела EXPEC ARC (Saudi Aramco) и Лаборатории динамики упругих сред за конструктивные дискуссии и всестороннюю помощь.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обосновывается актуальность темы исследований, формулируются цель, задачи, научная новизна, научная и практическая значимость представляемой диссертационной работы.

В **первой главе** рассматриваются теоретические основы и современное состояние комплексирования сейсмических и электромагнитных методов. В **разделе 1.1** приведены основные петрофизические модели, используемые в сейсмике и геоэлектрике. Рассмотрены простейшие модели изотропной упругости: модель среднего времени, границы Фойгта и Рёйсса, и Хашина–Штрикмана, модель Гассмана–Био; и изотропной удельной проводимости: уравнение Бруггемана–Ханаи–Сена, закон Арчи, границы Хашина–Штрикмана. Совместный анализ данных моделей и экспериментальные результаты позволяют установить главные закономерности соотношений между скоростью продольных волн и удельным электрическим сопротивлением ( $VЭС$ ) горных пород.

В **разделе 1.2** представлен обзор современных подходов к комплексированию сейсмических и электромагнитных методов. Рассмотрены формальные методы совместной интерпретации сейсмических и электромагнитных моделей среды: гауссова кластеризация, метод  $k$ -средних и классификация с использованием нейронных сетей. Приведен обзор работ по инверсии с опорной моделью, в которых модель среды, построенная по сейсмическим (электромагнитным) данным, используется в качестве априорной информации, регуляризирующей инверсию электромагнитных (сейсмических) данных. Наибольшее внимание уделено методам совместной инверсии. Дана постановка совместной обратной задачи как задачи многокритериальной оптимизации. Представлен обзор работ по совместной инверсии с петрофизическими и структурными ограничениями, такими как кросс-градиент, совместная полная вариация, ограничения, основанные на лапласиане, матрицах Грама и общей геометрической параметризации моделей. Петрофизические ограничения обеспечивают сравнительно жесткую связь между моделями, но их применимость сильно ограничена из-за высоких требований к априорной информации; структурные ограничения, как правило, обеспечивают более слабую связь между моделями, но менее требовательны к априорной информации.

**Вторая глава** посвящена разработанной схеме совместной инверсии МТ данных и времен пробега сейсмических волн. В **разделе 2.1** рассмотрены двумерные прямые задачи. Изложены основные принципы решения прямой задачи сейсмической томографии на временах пробега, кратко описан применяемый алгоритм решения уравнения эйконала и расчета лучей для первого и последующих вступлений на квазирегулярной сетке, основанный на методе кратчайших путей. Сформулирована прямая задача МТ для двумерно-неоднородных проводящих сред, кратко описан основанный на методе конечных элементов с квазирегулярной сеткой алгоритм расчета импедансов, градиента функционала невязки и матрицы Якоби оператора прямой задачи.

В **разделе 2.2** обсуждаются вопросы, связанные с дискретизацией совместной обратной задачи. Для инверсии используются квазирегулярные сетки с постоянными значениями параметров внутри ячеек, эффективные при наличии сложной топографии и батиметрии. Помимо алгоритма совместной инверсии на общей сетке, разработан многосеточный алгоритм с полностью независимыми сетками МТ, томографии и структурных ограничений. Интерполяция между сетками осуществляется с помощью нестационарного фильтра Гаусса, что позволяет эффективно работать с неоднородной сеткой МТ, учитывающей изменение разрешающей способности, а также снизить влияние высокочастотных артефактов инверсии на структурные ограничения.

В **разделе 2.3** описан оптимизационный алгоритм инверсии. Совместная инверсия сводится к минимизации взвешенной суммы целевых функций сейсмической и МТ обратных задач и функционала структурных ограничений  $\Phi_c(\mathbf{G}_s\mathbf{s}, \mathbf{G}_r\mathbf{r})$  :

$$\min_{\mathbf{s}, \mathbf{r}} w_1 [\Phi_t(\mathbf{s}) + \alpha_s \Phi_s(\mathbf{s})] + w_2 [\Phi_Z(\mathbf{r}) + \alpha_r \Phi_r(\mathbf{r})] + \alpha \Phi_c(\mathbf{G}_s\mathbf{s}, \mathbf{G}_r\mathbf{r}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{s}$  и  $\mathbf{r}$  – векторы модели скорости и УЭС, соответственно,  $\mathbf{G}_{s,r}$  – операторы интерполяции,  $\Phi_t(\mathbf{s})$  и  $\Phi_Z(\mathbf{r})$  – функционалы невязки времен пробега и импедансов, соответственно,  $\Phi_s(\mathbf{s})$  и  $\Phi_r(\mathbf{r})$  – стабилизирующие функционалы,  $\alpha_{s,r}$  – параметры регуляризации,  $w_i, \alpha$  – положительные весовые коэффициенты. Функционал невязки является квадратичной формой с матрицей ковариации слу-

чайных компонент данных. Показано, что в двумерном случае для минимизации (1) целесообразно применять метод Гаусса–Ньютона, с решением линейных систем методом сопряженных градиентов. На каждой итерации, для ограничения доверительной окрестности и фиксации значений отдельных параметров моделей, используется демпфирование, соответствующее алгоритму Левенберга–Марквардта. С целью улучшения сходимости, значения параметров регуляризации и весовых коэффициентов  $w_i$ ,  $\alpha$  адаптивно корректируются в процессе инверсии.

В разделе 2.4 исследуются структурные ограничения, задаваемые функционалом вида  $\Phi_c(\mathbf{G}_s, \mathbf{s}, \mathbf{G}_r, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{c}(\mathbf{G}_s, \mathbf{s}, \mathbf{G}_r, \mathbf{r})\|^2$ . Рассматривается три варианта оператора  $\mathbf{c}$  (для удобства изложения, приведем их непрерывные аналоги). В случае ограничения кросс-градиента данный оператор имеет вид

$$c_{\otimes}(s, r) = \left| \nabla s(\mathbf{x}) \times \nabla r(\mathbf{x}) \right|, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2. \quad (2)$$

Предлагаются новые операторы, учитывающие априорную информацию о локальном знаке «корреляции» моделей  $r(\mathbf{x})$  и  $s(\mathbf{x})$ , заданную функцией  $h(\mathbf{x})$ , принимающей значения  $\pm 1$ :

$$c_{\otimes}(s, r, h) \equiv \left| \nabla s(\mathbf{x}) \right| \left| \nabla r(\mathbf{x}) \right| + h(\mathbf{x}) \nabla s(\mathbf{x}) \cdot \nabla r(\mathbf{x}), \quad (3)$$

$$c_{\oplus}(s, r, h) \equiv \left| \frac{\nabla s(\mathbf{x})}{\eta_s(\mathbf{x})} + h(\mathbf{x}) \frac{\nabla r(\mathbf{x})}{\eta_r(\mathbf{x})} \right|. \quad (4)$$

В последнем выражении  $\eta_{s,r}(\mathbf{x}) > 0$  – нормирующие коэффициенты, для которых рассматриваются варианты  $\eta_m(\mathbf{x}) = \sqrt{|\nabla m(\mathbf{x})|^2 + \beta^2}$  и  $\eta_m(\mathbf{x}) = \max\{|\nabla m(\mathbf{x})|, \beta\}$ , где  $\beta$  – некоторый малый параметр. Приводятся выражения для производных Фреше операторов (2)–(4). Обсуждаются способы выбора  $\beta$ . Условие минимума нормы оператора (3), в отличие от (2), предполагает, что  $\nabla s(\mathbf{x})$  и  $h(\mathbf{x})\nabla r(\mathbf{x})$  строго антипараллельны, или (как и в случае (2)) один из градиентов обращается в ноль. В случае оператора (4) к требованию антипараллельности добавляется требование совпадения носителей градиентов, что позволяет использовать его для восстановления моделей, близких к кусочно-постоянным.

В разделе 2.5 обсуждается выбор стабилизирующих функционалов  $\Phi_s(\mathbf{s})$  и  $\Phi_r(\mathbf{r})$  в виде квадрата нормы  $L_2$  градиента и полной вариации (нормы  $L_1$

градиента) с тензорными весовыми функциями.

В разделе 2.6 определяется покомпонентное нелинейное преобразование векторов моделей  $m_i \leftarrow \ln[(m_i - m_{\min}) / (m_{\max} - m_i)] / 2$ , позволяющее ограничить диапазон изменения скорости и УЭС. Данное преобразование, при адекватном выборе  $m_{\min}$  и  $m_{\max}$ , в определенной степени уравнивает динамические диапазоны векторов моделей, что важно при совместной инверсии.

В разделе 2.7 рассматривается постановка совместной инверсии в форме

$$\min_{\mathbf{s}, \mathbf{r}} w_1 [\Phi_t(\mathbf{s}) + \alpha_s \Phi_s(\mathbf{s})] + w_2 [\Phi_Z(\mathbf{r}) + \alpha_r \Phi_r(\mathbf{r})] \quad (5)$$

при условии  $\mathbf{c}(\mathbf{G}_s \mathbf{s}, \mathbf{G}_r \mathbf{r}) = \mathbf{0}$ .

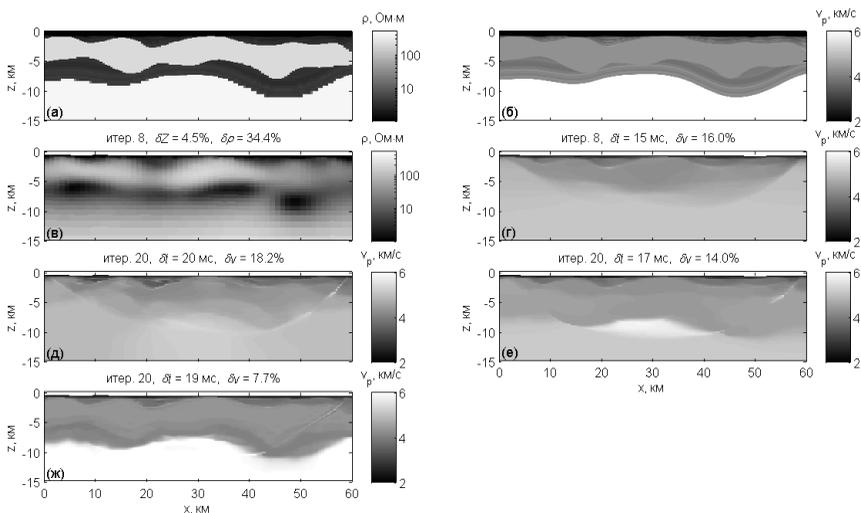
Приводится решение (5) методом последовательного квадратичного программирования, однако необходимость решения линейной системы с неопределенной матрицей затрудняет применение данного метода к задачам большой размерности.

Раздел 2.8 посвящен численным примерам. В первом примере рассмотрена упрощенная региональная модель пассивной континентальной окраины. Инверсия выполнялась на общей сетке, с использованием времен первых вступлений и отраженных волн от Мохо (ее положение предполагалось известным) и ТМ импеданса. Анализ чувствительности разных типов данных показывает, что чувствительность МТ дополняет чувствительность сейсмоки в зонах тени, а головные волны должны повысить разрешение верхней части модели УЭС. Результаты совместной инверсии с операторами (2) и (4) подтверждают эти наблюдения.

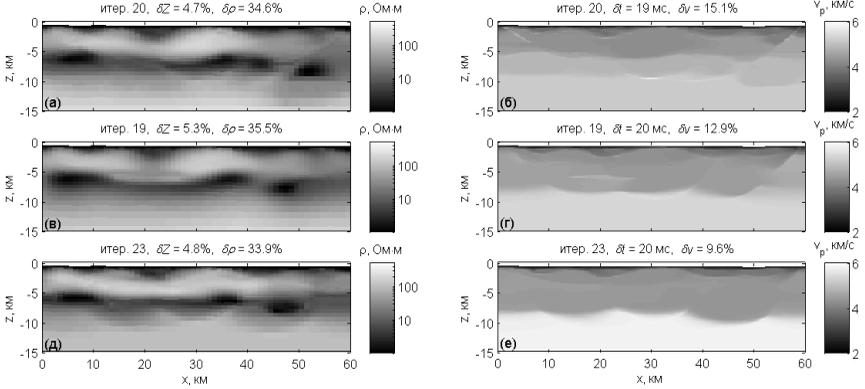
Во втором примере восстанавливаются модели УЭС и скорости, основанные на геологическом строении шельфа Красного моря (рис. 1а–б). МТ поле было рассчитано для 55 донных станций, расположенных с шагом 1 км, и 15 частот в интервале 0.001–1 Гц; к данным был добавлен белый гауссов шум с СКО 3% по кажущемуся сопротивлению и 15 мрад по фазе. Моделировалась геометрия наблюдений с донным кабелем и пневмоисточником, с шагом 400 м по источникам и приемникам, и максимальным удалением 60 км; обращались только времена первых вступлений, к которым был добавлен гауссов шум с СКО 10 мс. Инверсия выполнялась на независимых сетках. Несмотря на наличие в данных головных волн от фундамента, из-за эффекта экранированного слоя томография с приемлемой точностью восстановила лишь кровлю первого высокоскоростного слоя, со-

ответствующего толще эвапоритов (рис. 1г). Модель УЭС, полученная в результате бимодальной МТ инверсии, приведена на рис. 1в. Число итераций метода Гаусса–Ньютона, среднеквадратическая невязка времени ( $\delta t$ ) и импеданса ( $\delta Z$ ), а также относительная среднеквадратическая невязка скорости ( $\delta v$ ) и логарифма УЭС ( $\delta \rho$ ) указаны в надписях к рисункам.

Для более наглядной демонстрации свойств ограничений (2)–(4), они были применены к сейсмической томографии с опорной моделью, равной истинной модели УЭС  $\mathbf{r}_{\text{true}}$ , что эквивалентно минимизации (1) при  $w_1 = 1$ ,  $w_2 = 0$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{\text{true}}$ . Как видно из рис. 1д–е, учет с помощью оператора (3) априорной информации о знаке корреляции скорости и УЭС заметно улучшает модель скорости по сравнению с инверсией с ограничением кросс-градиента. С помощью оператора (4) удастся также восстановить подошву эвапоритов, к которой не чувствительны первые вступления (рис. 1ж). Похожие эффекты наблюдаются в совместной инверсии (рис. 2).



**Рис. 1.** (а) Истинная модель УЭС. (б) Истинная модель скорости. (в) Модель УЭС, восстановленная с помощью МТ инверсии. Модели скорости: (г) по результатам томографии; (д) по результатам томографии с использованием оператора (2) и истинной модели УЭС в качестве опорной; (е) то же для оператора (3); (ж) то же для оператора (4). Для моделей УЭС показана только область пересечения с сейсмической сеткой



**Рис. 2.** (а) УЭС и (б) скорость, восстановленные с помощью совместной инверсии с использованием оператора (2); (в) и (г) то же для оператора (3); (д) и (е) то же для оператора (4). Для моделей УЭС показана только область пересечения с сейсмической сеткой

В третьей главе развивается метод совместной инверсии с произвольным числом геофизических методов. Рассмотрим задачу инверсии для  $n$  векторов данных  $\mathbf{d}_i$  и  $n$  скалярных физических параметров (моделей) среды  $m_i$ :

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{f}_i(m_i) + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6)$$

где  $\mathbf{f}_i$  – операторы прямых задач,  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  – случайные компоненты данных. Введем обозначения для многопараметрической модели: 1) в непрерывной постановке  $\mathbf{m}(\mathbf{x}) = [m_1(\mathbf{x}) \ m_2(\mathbf{x}) \ \dots \ m_n(\mathbf{x})]^T$ ,  $\mathbf{x} \in \Omega \subset \mathbb{R}^3$ ; 2) при дискретизации моделей с помощью общего базиса, векторы коэффициентов  $\mathbf{m}_i$  можно сгруппировать в матрицу  $\mathbf{M} = [\mathbf{m}_1 \ \mathbf{m}_2 \ \dots \ \mathbf{m}_n]$ .

В разделе 3.1 вводится модифицированный функционал *совместной полной вариации (Joint Total Variation)*:

$$\Phi_{\text{JTV}}(\mathbf{m}) \equiv \int_{\Omega} \sqrt{\sum_i \nabla m_i(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{W}_i(\mathbf{x}) \nabla m_i(\mathbf{x}) + \beta^2} \, d\mathbf{x}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{W}_i(\mathbf{x}) = \text{diag}[w_i^x(\mathbf{x}), w_i^y(\mathbf{x}), w_i^z(\mathbf{x})]$ ,  $w_i^{x,y,z}(\mathbf{x}) \geq 0$ , – весовые функции,  $\beta^2$  – малый параметр, делающий  $L_1$ -норму дифференцируемой. Данный функционал является выпуклым относительно каждой модели  $m_i$ , и, следовательно, может использоваться как стабилизирующий функционал; подобно полной вариации,

такой стабилизатор позволяет восстанавливать кусочно-гладкие модели, но при этом «поощряются»  $m_i$  с пространственно совпадающими разрывами – это связывает структуры моделей. Совместная инверсия, после дискретизации (6) и (7), сводится к минимизации довольно простой целевой функции:

$$\min_{\mathbf{M}} \Phi_{\text{JTV}}(\mathbf{M}) + \sum_i \frac{1}{\alpha_i} \Phi_d(\mathbf{m}_i), \quad (8)$$

где  $\alpha_i$  – параметры регуляризации,  $\Phi_d(\mathbf{m}_i) = [\mathbf{d}_i - \mathbf{f}_i(\mathbf{m}_i)]^T \mathbf{R}_i^{-1} [\mathbf{d}_i - \mathbf{f}_i(\mathbf{m}_i)]$ ,  $\mathbf{R}_i$  – матрицы ковариации  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ . Параметры регуляризации обновляются в ходе инверсии по адаптивной схеме  $\alpha_i \leftarrow \hat{\alpha}_i \Phi_d(\mathbf{m}_i)$ , где  $\hat{\alpha}_i$  – постоянные масштабирующие коэффициенты, позволяющие вручную контролировать относительный вес каждого домена. К  $\mathbf{m}_i$  применяются преобразования, описанные в разделе 2.6. В двумерном случае для минимизации (8) предлагается использовать метод Гаусса–Ньютона или Левенберга–Марквардта. При этом матрицу Гессе (7) целесообразно аппроксимировать с помощью метода наименьших квадратов с повторным взвешиванием. Это приводит к блочно-диагональной структуре приближенной матрицы Гессе, а значит, линейная система для каждого метода может решаться независимо, что значительно снижает вычислительные затраты на совместную инверсию, упрощает программную реализацию и параллелизацию вычислений.

В **разделе 3.2** предлагается новый стабилизирующий функционал – *функционал с совместным минимальным носителем градиента (Joint Minimum Gradient Support)*:

$$\Phi_{\text{JMGS}}(\mathbf{m}) \equiv \int_{\Omega} \frac{\sum_i |\nabla m_i(\mathbf{x})|^2}{\sum_i |\nabla m_i(\mathbf{x})|^2 + \beta^2} d\mathbf{x}. \quad (9)$$

Это «векторное» обобщение известного стабилизатора с минимальным носителем градиента; при  $\beta \rightarrow 0$  его значение равно объему объединения носителей  $\nabla m_i(\mathbf{x})$ , поэтому, учитывая, что объем каждого носителя ограничен снизу, данный стабилизатор приводит к моделям с совпадающими разрывами. Показано, что совместная инверсия со стабилизатором (9) требует лишь незначительной модификации алгоритма из раздела 3.1.

В **разделе 3.3** обсуждается обобщение функционалов (7) и (9) и алгорит-

ма инверсии из раздела 3.1 на другие разреженные преобразования моделей. В частности, с помощью вейвлет-преобразований, принцип «совместной разреженности» можно распространить на гладкие модели. Пусть  $\mathbf{T}$  – оператор дискретного вейвлет-преобразования (ДВП). Аналогами функционалов (7) и (9) для ДВП являются смешанная норма  $L_{1,2}$  и смешанная «норма»  $L_{0,2}$  вейвлет-образа многопараметрической модели  $\mathbf{M}$ :

$$\|\mathbf{T}\mathbf{M}\|_{1,2} = \sum_j \sqrt{\sum_i (\mathbf{T}\mathbf{m}_i)_j^2 + \beta^2}, \quad \|\mathbf{T}\mathbf{M}\|_{0,2} = \sum_j \frac{\sum_i (\mathbf{T}\mathbf{m}_i)_j^2}{\sum_i (\mathbf{T}\mathbf{m}_i)_j^2 + \beta^2}.$$

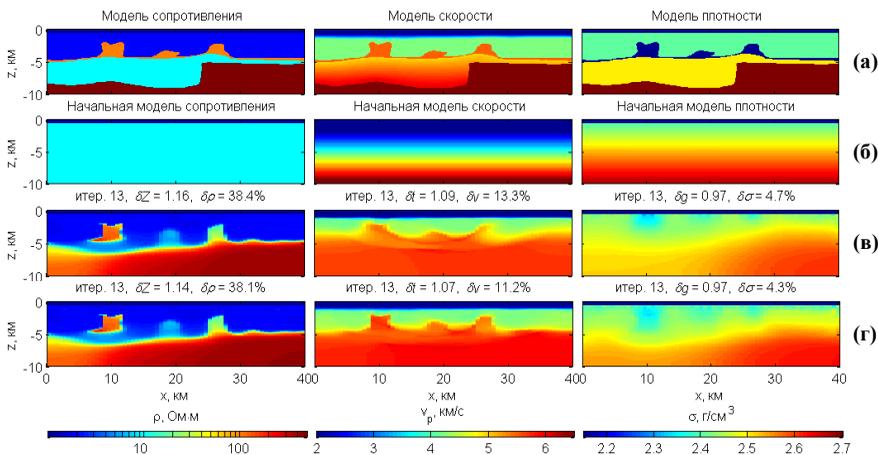
В разделе 3.4 разработанный метод применяется к двумерной совместной инверсии МТ импедансов, времен первых вступлений, вертикальной компоненты силы тяжести и ее градиента. Гравиметрическая прямая задача для двумерно-неоднородной среды реализована на прямоугольной сетке. Приводится краткий обзор по связям плотности пород со скоростью продольных волн и УЭС.

Для численного примера использовалась модель, основанная на геологической интерпретации разреза МОВ–ОГТ в Северо-Карском осадочном бассейне (рис. 3а). МТ поле было рассчитано в точках на дне с шагом 1 км, в диапазоне частот 0.005–1 Гц; к данным был добавлен белый гауссов шум с СКО 3% по кажущимся сопротивлениям и 15 мрад по фазе. Гравиметрические данные включают значения аномалии Буге  $\Delta g$  и вторых производных потенциала  $U_{xx}$ ,  $U_{zz}$  на поверхности моря с шагом 100 м; к данным добавлен гауссов шум с СКО 0.1 мГал для  $\Delta g$  и 1 этвёш для  $U_{xx}$  и  $U_{zz}$ . Сейсмические приемники располагаются на дне с шагом 100 м, источники – на глубине 30 м с шагом 100 м, максимальное удаление 40 км; к временам первых вступлений добавлен гауссов шум с СКО 15 мс.

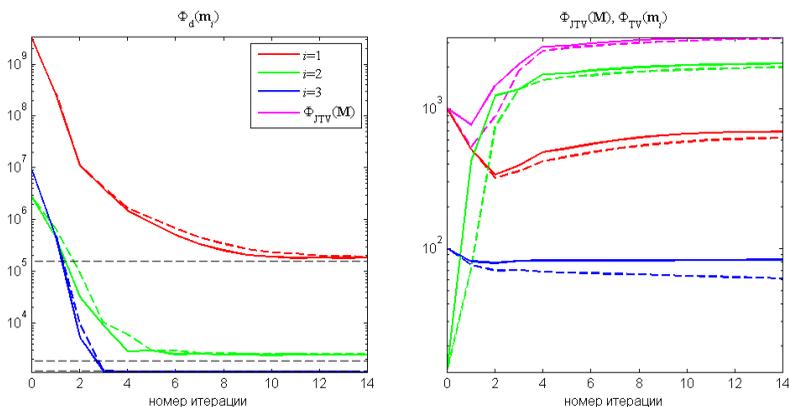
Инверсия выполнялась на общей прямоугольной сетке 64×64 ячейки; начальные модели изображены на рис. 3б. В независимых инверсиях в качестве стабилизатора использовалась взвешенная полная вариация  $\Phi_{TV}(\mathbf{m}_i)$ , равная (7) с  $\mathbf{W}_j = \delta_{ij}$ . Все настраиваемые параметры принимались одинаковыми в совместной и независимой инверсии. На рис. 3в приведены результаты независимых инверсий, а на рис. 3г – совместной инверсии с функционалом (7), при  $w_i^x / w_i^z = 10$ . Обозначения в надписях к рисункам те же, что в разделе 2.8, но невязки данных

нормированы на дисперсию. Результаты совместной инверсии демонстрируют меньшие значения невязок данных и моделей, и, визуально – большее разрешение и контрастность. На рис. 4 показано изменение функционалов невязки и стабилизаторов в ходе инверсии; увеличение значений полной вариации отражает постепенное усложнение структуры моделей; для совместной инверсии наблюдается немного более быстрая сходимость по невязке и большие значения полной вариации моделей. Результаты независимой и совместной инверсии с «изотропной» регуляризацией показаны на рис. 5а-б. Как видим, включение тензорных весовых функций в функционал (7) позволяет увеличить гладкость моделей в горизонтальном направлении, однако при этом удается сохранить резкие вертикальные границы (см. рис. 3г).

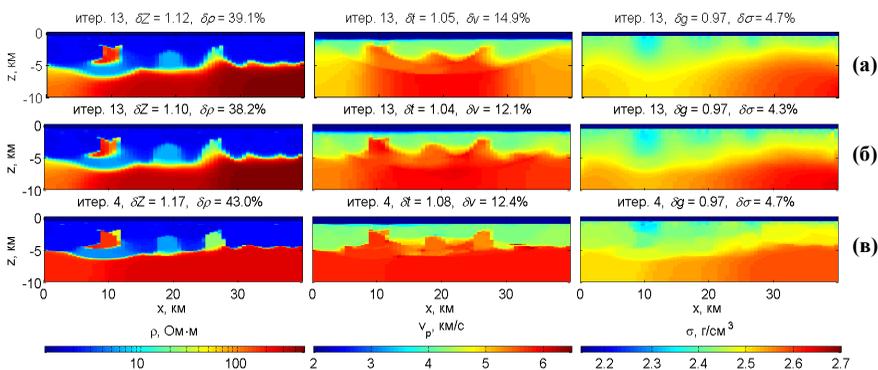
В совместной инверсии с функционалом (9) в качестве начальной модели использовались результаты независимых инверсий, приведенные на рис. 3в. После пяти итераций наблюдается усиление структурного сходства между отдельными моделями и существенное увеличение резкости изображений (рис. 5в).



**Рис. 3.** Многопараметрическая модель, основанная на геологической интерпретации разреза МОВ–ОГТ через прогиб Урванцева: УЭС (слева), скорость продольных волн (по центру) и плотность (справа). Истинная модель (а); начальная модель (б); результат независимых инверсий с функционалами  $\Phi_{TV}(\mathbf{m}_i)$ ,  $w_i^x / w_i^z = 10$  (в); результат совместной инверсии с функционалом  $\Phi_{TV}(\mathbf{M})$ ,  $w_i^x / w_i^z = 10$  (г)



**Рис. 4.** Изменение значений функционалов невязки  $\Phi_d(\mathbf{m}_i)$  (слева) и стабилизирующих функционалов (справа) с итерациями.  $i = 1$  соответствует сейсмике,  $i = 2$  – МТ,  $i = 3$  – гравиметрии. Пунктир соответствует независимой инверсии, результаты которой приведены на рис. 3в, сплошная линия – совместной инверсии, результаты которой приведены на рис. 3г. Пунктирные прямые – математическое ожидание функционалов невязки для истинных моделей



**Рис. 5.** Продолжение рис. 3. Результат независимых инверсий с функционалами  $\Phi_{TV}(\mathbf{m}_i)$ ,  $w_i^x / w_i^z = 1$  (а); результат совместной инверсии с функционалом  $\Phi_{TV}(\mathbf{M})$ ,  $w_i^x / w_i^z = 1$  (б); результат совместной инверсии с функционалом  $\Phi_{JMS}(\mathbf{M})$  (в)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе изложены результаты исследований по совместной инверсии сейсмических, магнитотеллурических и гравиметрических данных с использованием структурных ограничений. Основные результаты заключаются в следующем:

1. Комплексирование сейсмической томографии, магнитотеллурики, гравиметрии и гравитационной градиентометрии методом совместной инверсии позволяет улучшить восстановление скорости продольных волн, удельного сопротивления и плотности, что продемонстрировано на моделях, включающих сложные соляные структуры.
2. Предложены новые структурные ограничения, учитывающие априорную информацию о знаке корреляции скорости и удельного сопротивления. Показано, что данные ограничения позволяют повысить точность совместной инверсии по сравнению с известным ограничением кросс-градиента.
3. Предложен оригинальный многосеточный алгоритм совместной инверсии, использующий полностью независимые квазирегулярные сетки для сейсмической томографии, магнитотеллурического метода и структурных ограничений, повышающий эффективность решения обратной задачи благодаря учету топографии и батиметрии, разной разрешающей способности, глубинности и геометрии систем наблюдений сейсмической томографии и магнитотеллурического метода.
4. Функционал совместной полной вариации обобщен на произвольное число моделей и модифицирован добавлением тензорных весовых функций. Предложен новый функционал с совместным минимальным носителем градиента, а также обобщения нормы  $L_{1,2}$  и «нормы  $L_{0,2}$ » на вейвлет-преобразования моделей. Показано, что новые функционалы позволяют построить эффективный алгоритм совместной инверсии с произвольным количеством геофизических методов и моделей среды. Такой алгоритм реализован для магнитотеллурического метода, гравиметрии, гравитационной градиентометрии и сейсмической томографии и успешно опробован на синтетических данных.

## СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Публикации в периодических изданиях, входящих в перечень ВАК:

1. **Molodtsov D.M.**, Troyan V.N., Roslov Yu.V. and Zerilli A. Joint inversion of seismic traveltimes and magnetotelluric data with a directed structural constraint // *Geophysical Prospecting*. 2013. Vol. 61(6), pp. 1218-1228.
2. **Molodtsov D.M.**, Colombo D., Roslov Yu.V., Troyan V.N. and Kashtan B.M. Comparison of structural constraints for seismic-MT joint inversion in a subsalt imaging problem // *Вестник СПбГУ*. 2015. Серия 4. Т. 2(60), с. 230-236.
3. Попов Д.А., Половков В.В., Мусин М.В., **Молодцов Д.М.** Аппаратно-программный комплекс для физического сейсмического ультразвукового моделирования // *Технологии сейсморазведки*. 2015. № 2, с. 113-118.

### Материалы и тезисы конференций:

4. **Молодцов Д.М.**, Каштан Б.М., Рослов Ю.В. Совместное обращение магнитотеллурических и сейсмических данных со структурным условием // *Материалы 5-й всероссийской школы-семинара им. М.Н. Бердичевского и Л.Л. Ваньяна по электромагнитным зондированиям Земли – ЭМЗ-2011*. В 2-х книгах: Книга 2. СПб.: СПбГУ, 2011.-495 с.
5. **Molodtsov D.M.**, Kashtan B.M., Roslov Yu.V. Joint inversion of seismic and magnetotelluric data with structural constraint based on dot product of image gradients // 81<sup>st</sup> SEG Annual Meeting, Expanded Abstracts. 2011.
6. **Molodtsov D.M.**, Troyan V.N., Roslov Yu.V. Joint inversion of seismic and magnetotelluric data with a differential structural constraint // 82<sup>nd</sup> SEG Annual Meeting, Expanded Abstracts. 2012.
7. **Молодцов Д.М.**, Троян В.Н., Бобров Н.Ю., Попов Д.А. Применение анизотропной смешанной полной вариации к инверсии сейсмических и магнитотеллурических данных // *Geomodel 2015 – 17<sup>th</sup> science and applied research conference on oil and gas geological exploration and development*, Extended Abstracts. 2015.
8. **Molodtsov D.M.**, Troyan V.N. Generalized multiparameter joint inversion using joint total variation: application to MT, seismic and gravity data // 78<sup>th</sup> EAGE Conference & Exhibition – Workshops, Extended Abstracts. 2016.
9. **Molodtsov D.M.** Joint inversion of MT, seismic and gravity data with different structural constraints // SEG workshop “Multi-Physics Imaging for Integrated Exploration and Field Development”. 2016.
10. **Молодцов Д.М.**, Бобров Н.Ю., Половков В.В. Новый метод совместной инверсии сейсмических и электромагнитных (магнитотеллурических) данных для выявления перспективных структур на шельфе // *Российская нефтегазовая техническая конференция и выставка SPE*. 2016.

Подписано в печать: 14.06.2017. Тираж: 100 экз.  
Заказ: 255. Объем: 1 усл. печ. л.  
Учреждение «Университетские телекоммуникации»  
СПб, Саблинская ул., д.14, Биржевая линия В.О., д.16  
+7 (812) 915 14 54, zakaz@tibir.ru, www.tibir.ru