

Вопросы к коллоквиуму по первым двум частям курса  
“Статистические методы обработки и интерпретации геофизических данных”  
(для студентов V курса и магистрантов, осенний семестр 2009/2010 уч.г.)

1. Вероятностная концепция в естествознании и геофизике: наблюдаемые (геофизические поля) и ненаблюдаемые (строение среды) величины, природа вероятностного характера связи.
2. Условная вероятность. Формулы полной вероятности и Байеса.
3. Постановка задачи качественной интерпретации как задачи проверки статистической гипотезы. Общая схема проверки статистической гипотезы. Ошибки первого и второго рода, мощность.
4. Вопрос о балансе ошибок первого и второго рода на примере выделения перспективных участков по результатам применения одного геофизического метода. Случай нормального распределения измеряемой величины и равных дисперсий.
5. Задача. Осуществляется поиск рудного месторождения при помощи аэромагнитного метода в пределах территории, разделённой на участки. Каждому участку сопоставляется одно значение аномалии магнитного поля. В случае наличия руды величина аномалии распределена нормально:  $\Delta Z \sim N(1000, 100)$ , в случае её отсутствия  $\Delta Z \sim N(0, 100)$ . Рудные проявления встречаются с вероятностью 5%. Потери, связанные с пропуском месторождения оцениваются в 100 млн. рублей, потери, связанные с ошибочным обнаружением (затраты на разведочное бурение) — в 5 млн. рублей. Указать оптимальное решающее правило для принятия решения о проведении разведочного бурения. Указать на какой части участков будут заложены разведочные скважины и какой процент этих скважин приведёт к обнаружению рудного тела.
6. Задача. Опробование потенциально золотоносной территории производится по системе шурфов, в каждом из которых отбирается одна проба. Разработка участка начинается если среднее содержание золота не менее 3 г/тонну. Будем считать, что содержание золота в пробе распределено нормально со среднеквадратическим отклонением 0,5 г/тонну. Указать решающее правило для принятия решения о начале разработки, если допускается пропустить не более 5% золотоносных участков.
7. Задача. Осуществляется поиск водоносного пласта при помощи метода электрического каротажа. Водоносному пласту соответствует кажущееся сопротивление, распределённое логнормально:  $\ln(\rho_k) \sim N(2, 1)$ , примем, что кажущееся сопротивление всех прочих комплексов, встречающихся в разрезе также

- распределено логнормально:  $\ln(\rho_k) \sim N(4,2)$  . Водоносные пласты встречаются с вероятностью 5%. Другой информации нет. Указать решающее правило для принятия решения о наличии водоносного пласта.
8. Задача. Осуществляется поиск водоносного пласта при помощи метода электрического каротажа. Водоносному пласту соответствует кажущееся сопротивление, распределённое логнормально:  $\ln(\rho_k) \sim N(2,1)$  , примем, что кажущееся сопротивление всех прочих комплексов, встречающихся в разрезе также распределено логнормально:  $\ln(\rho_k) \sim N(4,2)$  . Другой информации нет. Указать решающее правило для принятия решения о наличии водоносного пласта.
  9. Задача. Осуществляется поиск водоносного пласта при помощи метода электрического каротажа. Водоносному пласту соответствует кажущееся сопротивление, распределённое логнормально:  $\ln(\rho_k) \sim N(2,1)$  , примем, что кажущееся сопротивление всех прочих комплексов, встречающихся в разрезе также распределено логнормально:  $\ln(\rho_k) \sim N(4,2)$  . Водоносные пласты встречаются с вероятностью 5%. Потери, возникающие при пропуске водоносного пласта на порядок превышают потери, возникающие при ошибочном обнаружении. Указать решающее правило для принятия решения о наличии водоносного пласта.
  10. Задача. Осуществляется поиск водоносного пласта при помощи метода электрического каротажа. Водоносному пласту соответствует кажущееся сопротивление, распределённое логнормально:  $\ln(\rho_k) \sim N(2,1)$  , примем, что кажущееся сопротивление всех прочих комплексов, встречающихся в разрезе также распределено логнормально:  $\ln(\rho_k) \sim N(4,2)$  . Допустимо пропустить не более 5% водоносных пластов. Другой информации нет. Указать оптимальное решающее правило для принятия решения о наличии водоносного пласта.
  11. Задача определения оптимального решающего правила. Функция потерь – её определение в задачах геофизики. Критерий оптимальности Байеса. Построение решающего правила в задачах проверки простой гипотезы против простой альтернативы.
  12. Задача определения оптимального решающего правила. Функция потерь – её определение в задачах геофизики. Критерий оптимальности максимума апостериорной вероятности. Построение решающего правила в задачах проверки простой гипотезы против простой альтернативы.
  13. Задача определения оптимального решающего правила. Функция потерь – её определение в задачах геофизики. Критерий максимума правдоподобия. Построение

- решающего правила в задачах проверки простой гипотезы против простой альтернативы.
14. Задача определения оптимального решающего правила. Функция потерь – её определение в задачах геофизики. Критерий Неймана-Пирсона. Построение решающего правила в задачах проверки простой гипотезы против простой альтернативы.
  15. Построение решающего правила в задачах проверки простой гипотезы против простой альтернативы. Сопоставление различных критериев оптимальности: Байеса, максимума апостериорной вероятности, максимума правдоподобия, Неймана-Пирсона – определение критического множества, область применения, необходимая априорная информация.
  16. Модель экспериментального материала в виде детерминированный сигнал плюс случайная помеха. Задача об обнаружении сигнала известной формы. Случаи равноточных и неравноточных наблюдений. Вычисление величин вероятностей ошибок.
  17. Задача количественной интерпретации как задача статистического оценивания. Свойства статистических оценок: состоятельность, несмещённость, эффективность.
  18. Центральная предельная теорема. Её роль в математической статистике, естествознании и геофизике. Исследование гипотез о типе распределения: качественный и количественный (по критерию Колмогорова) анализ.
  19. Модель выборки. Определение типа распределения. Критерий Колмогорова, его применение. Типы распределений для различных геофизических полей и процессов, их возможная физическая интерпретация. Оценки параметров распределения по выборке – эмпирическое правило вычисления оценок моментов распределения.
  20. Оценки параметров распределения по выборке – эмпирическое правило вычисления оценок моментов распределения. Исследование вопроса о состоятельности и несмещённости выборочных оценок мат.ожидания и дисперсии.
  21. Постановка обратной задачи методом подбора как задачи аппроксимации. Статистическое обоснование метода наименьших квадратов (МНК) как метода максимально правдоподобного оценивания при нормально распределённой помехе.
  22. Общие свойства оценок, получаемых МНК. Линейная модель, свойства оценок, получаемых линейным МНК.
  23. Вопросы численной реализации задачи линейного МНК. Система нормальных уравнений. Сингулярное разложение. Их свойства. Понятие о собственных значениях и числе обусловленности матрицы системы линейных уравнений.

24. Определение оптимального числа аппроксимирующих функций на примере задачи выделения регионального фона в геофизических данных. Случай известной помехи. Физически содержательный выбор типа аппроксимирующих функций – метод истокообразной аппроксимации.
25. Определение оптимального числа аппроксимирующих функций на примере задачи выделения регионального фона в геофизических данных. Случай неизвестной помехи. Физически содержательный выбор типа аппроксимирующих функций – метод истокообразной аппроксимации.

### **Литература.**

1. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей и случайных процессов. - М.:Изд-во МГУ. 1992. 400 с.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1989. — 656 с.
3. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. - М: Мир, 1999 г. 548 с.