

Отзыв официального оппонента  
на диссертацию Галыбина Александра Николаевича «Некорректные задачи  
теории упругости для реконструкции полей напряжений в земной коре», по  
специальности 25.00.10 – Геофизика, геофизические методы поисков  
полезных ископаемых на соискание ученой степени доктора физико-  
математических наук

### **Актуальность исследований. Объект и предмет исследований.**

Диссертация А.Н. Галыбина посвящена актуальной проблеме геомеханики – определению напряжений в земной коре. Исследования напряженного состояния земной коры важно как для описания глобальных явлений, таких как движения тектонических плит или подвижек по геологическим нарушениям, вызывающих сейсмичность, так и в практических задачах, где знание напряжений необходимо при проектировании горных выработках и подземных сооружений и для эффективного дизайна системы разработки коллекторов углеводородов. Данные исследования предусмотрены в рамках в качестве приоритетных направлений развития науки в областях «Рациональное природопользование» и «Технологии поиска, разведки, разработки месторождений полезных ископаемых и их добычи».

### **Цель и задачи исследований.**

Работа нацелена на разработку современных математических методов реконструкции напряжений по экспериментальным данным на основе прямого подхода, в котором данные используются не в качестве условий для выбора одного из возможных решений обратной задачи, а в качестве входных данных для решения прямых задач теории упругости. Применение прямого подхода позволяет существенно повысить достоверность полученных результатов. Задачи исследований включает в себя построения комплекса теоретических инструментов и численных алгоритмов для

определения полей напряжений в земной коре на основе решения новых задач теории упругости, а также применение разработанных методик к реальным экспериментальным данным и анализ реконструированных полей напряжений (как современных, так и палеонапряжений) в некоторых регионах Земли. Поставленные в диссертации задачи полностью решены.

### **Научная новизна и значимость полученных результатов**

В работе исследована разрешимость краевых задач плоской теории упругости нового типа, в которых не используются величины граничных нагрузок или смещений, как в классических постановках. Все граничные условия ставятся в направлениях векторов напряжений или смещений на границе. В результате краевые задачи теряют корректность, поскольку допускают неединственность решения. При этом число линейно независимых решений конечно и полностью определяется из анализа граничных условий. Это дало возможность предложить численный подход, основанный на методе Трефтца для комплексных потенциалов теории упругости, который ранее не применялся для анализа некорректных задач. В качестве входных данных этот подход использует только дискретные данные по ориентациям горизонтальных напряжений и подразумевает непрерывность вектора напряжений на внутренних границах между подобластями. Численно реализованы два варианта метода, один основан на глобальной аппроксимации потенциалов внутри подобластей, составляющих конечную область, а второй допускает конечноэлементное разбиение подобластей. Разработанные алгоритмы были применены для анализа полей напряжений в областях земной коры, состоящих из нескольких тектонических плит полностью или частично.

В целом разработанные подходы существенно расширяют возможности реконструкции полей напряжений, поскольку в отличие от подходов, основанных на решении обратных задач, позволяют заранее определить число базовых решений, что в результате дает возможность определить

число необходимых дополнительных измерений величин напряжений, которое позволит сделать реконструкцию поле напряжений полностью однозначной. Это открывает практические перспективы по определению напряжений в породных массивах и в коллекторах нефти и газа, что важно для проведения проектных работ и эксплуатации выработок и скважин.

Автор выносит на защиту семь научных положений, которые обосновываются результатами, полученными в главах 3-8, как показано далее.

### **Содержание работы**

Диссертация состоит из введения, восьми глав, заключения, списка литературы и одного приложения. Количество страниц в диссертации – 325, из них 318 страниц основного текста.

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, приведены цели и задачи исследования, научная новизна и практическая значимость и сформулированы положения, выносимые на защиту.

В первой главе приведен критический обзор экспериментальных и вычислительных подходов к изучению напряженного состояния земной коры, а также обсуждаются основные гипотезы, принятые в работе. В частности дается подробный анализ структуры решения пространственной задачи теории упругости в предположении того, что вертикальное напряжение в земной коре является одним из главных напряжений. Этот анализ дает основание рассматривать полную трехмерную задачу в виде суперпозиции одномерной и двумерной задач. Последняя и является основным предметом исследования. Показано, что существующие интерполяционные методы приводят к существенно неоднозначным результатам при попытке реконструировать поля напряжений, причем число возможностей быстро растет в ростом числа данных. На примерах из решений обратных задач показано, что результаты реконструкций могут существенно отличаться в зависимости от выбираемых граничных условий.

Проведенный анализ позволил подробно сформулировать цели и направления исследований, которые включают в себя:

1. Необходимость развития теории краевых задач упругости специального типа, позволяющего использовать напрямую экспериментальные данные по ориентациям напряжений и смещений.
2. Построение общего подхода к исследованию таких задач на основе метода интегральных уравнений.
3. Разработку численных методов на основе метода типа Трефтца.
4. Разработку соответствующих алгоритмов, их верификацию на фотоупругих данных и применения к реальным данным для разных частей земной коры.

Во второй главе приводятся необходимые сведения из плоской теории упругости с использованием метода комплексных переменных, которые является основным инструментом исследования в данной диссертации. В качестве оригинального результата приводятся необходимые условия, которым должны удовлетворять поля траекторий главных напряжений в плоской упругой задаче. Таким образом показано, что не любая ортогональная сетка кривых может рассматриваться в виде траекторий главных напряжений в упругой постановке. Это вносит дополнительные ограничения на использование методов интерполяции для реконструкции полей траекторий по дискретным данным.

В главе 3 получены выражения для краевых значений функций напряжений и смещений, включающие в себя интегралы типа Коши с неизвестными плотностями. Эти выражения использованы для получения сингулярного интегрального уравнения общего вида, которое отражает все возможные комбинации граничных условий, исследованные в следующих главах. Автор дает полное исследование данного уравнения и предлагает два способа для его численного решения. Результаты данной главы представляют

методику исследования краевых задач теории упругости с однородной правой частью, которые рассматриваются далее. Эта методика является **первым положением**, выносимым автором на защиту. Достоверность результатов, получаемых по предложенной методике, обеспечивается соответствующими теоремами, известными в теории краевых задач.

В главе 4 рассматриваются неклассические краевые задачи плоской теории упругости с «неполными граничными условиями». Полностью проанализированы следующие краевые задачи:

1. На внешней границе области заданы направления главных напряжений и кривизна траекторий главных напряжений.
2. На внешней границе области заданы направления векторов усилий и смещений.
3. На границе между внешней и внутренней областями заданы четыре возможные комбинации граничных условий в виде направления векторов смещений и усилий, дополненных условиями непрерывности (автор определяет этот тип задач как задачи с транзитными граничными условиями).
4. Две задачи соединенных полуплоскостей, в которых задаются разные направления главных напряжений или смещений на границе при условии непрерывности вектора напряжений при переходе через границу.

Была исследована разрешимость всех краевых задач. Показано, что их решение зависит от поведения граничных значений аргументов функций напряжений, смещений или усилий, которые определяют, так называемый, индекс задачи. При отрицательном индексе решения задачи не существует, при положительном - число независимых решений пропорционально индексу. При этом полное решение есть линейная комбинация базисных решений. Таким образом полное решение зависит от некоторого числа постоянных, которые не могут быть определены в рамках исследованных

постановок, но могут быть найдены, если известны величины напряжений или смещений в определенном числе точек. Поскольку решение не является единственным (или может не существовать), то все рассмотренные задачи являются некорректными. Анализ их разрешимости впервые дан автором. Результаты исследования краевых задач 1 и 2 (см выше) составляют **второе защищаемое положение**, а анализ разрешимости задач 3 и 4 (с транзитными условиями) составляют **третье защищаемое положение**.

В главе 5 рассмотрены частные случаи геометрии и граничных условий для общих краевых задач из Главы 4. Получен ряд аналитических решений, которые используются далее для анализа полей напряжений и построения численных методов. В частности, случай составной плоскости описывает ситуацию с контактирующими областями, что позволило уточнить формулировку численного подхода к решению задачи по реконструкции напряжений в составных областях (глава 8). Результаты этой главы также обосновывают **защищаемые положения 2 и 3**.

В главе 6 предложены численные методы для реконструкции тензора плоских напряжений по дискретным данным об ориентациях главных напряжений внутри области или на ее границе. Подход основан на методе Трефтца для комплексных потенциалов. Это означает, что решение ищется в виде линейной комбинации аналитических функций с неизвестными коэффициентами (в частности в виде многочленов). Предложены два варианта, первые – глобальные аппроксимации по области, второй – конечно-элементные аппроксимации. Для определения коэффициентов строится система линейных уравнений, которая состоит из следующих групп уравнений. Первая группа следует из минимизации отклонения расчетных и экспериментальных данных. Эти уравнения являются однородными. Для совместности системы требуется добавить хотя бы одно неоднородное уравнение. Поэтому вводится вторая группа (неоднородных) уравнений, которая отражает неединственность в определении функции максимальных касательных напряжений, которая определяется с точностью до

мультиплекативной постоянной. Соответственно принято, что среднее значение максимальных касательных напряжений по области равно единице. Эти две группы уравнений являются обязательными. Третья группа уравнений возникает при использовании конечно-элементной аппроксимации, она отвечает за непрерывность комплексных потенциалов при переходе из элемента в соседний элемент. В общем случае система линейных уравнений является переопределенной и ее решение строится методом наименьших квадратов. При этом производится проверка на число обусловленностей. При высоком значении этого числа выполняется регуляризация с использованием сингулярных разложений, что обеспечивает численную устойчивость метода. В качестве тестовых примеров рассматривались как синтетические данные, так и данные по фотоупругости. В обоих случаях предлагаемая методика позволила с удовлетворительной точностью реконструировать поля траекторий главных гапряжений и поле максимальных касательных напряжений. Эти результаты обосновывают **четвертое защищаемое положение.**

В Главе 7 показана применимость разработанного метода для определения полей напряжений в односвязных областях на примере анализа современных напряжений в Австралии и в Западной Европе по данным из мировой базы данных по направлениям главных напряжений. Также получены картины эволюции палеонапряжений в земной коре в четырех областях на основе данных ИФЗ по трещиноватости горных пород. В частности, показано, что поле траекторий главных напряжений в Европе близко к однородному, что согласуется с результатами других авторов, полученными по другой методике. Установлено существование особой точки в поле напряжений в Австралии. В такой точке оба главных напряжения равны и, соответственно, максимальное касательное напряжение равно нулю. Тип особой точки в Австралии позволяет объяснить резкое вращение оси главных напряжений при обходе контура континента. Такие же результаты построены и с использованием упрощенных аналитических решений, полученных в главе 5.

Предложенный подход принципиально отличается от стандартного моделирования упругих полей, основанного на использовании обратных задач. Важно, что результаты реконструкций полного тензора напряжений зависят от вполне определенного (и небольшого) числа параметров. При этом в большинстве случаев реконструкции полей траекторий выполняется единственным образом, а поля максимальных касательных напряжений находятся с точностью до нормировочной константы. Полное поле линейно зависит от двух констант, которые могут быть определены из решения задачи регрессии, если известны величины компонент напряжений в некоторых точках, на что указано в конце главы 7. Данные результаты обосновывают **защищаемые положения 4 и 6.**

В главе 8 рассматриваются области, состоящие из двух или более подобластей. При этом возникает (в дополнение к уравнениям системы глав 6 и 7) еще одна группа уравнений, которая выражает непрерывность вектора напряжений на границах между подобластями. Приведены расчеты по реконструкции полей напряжений в Антарктической плите, в регионе острова Суматры, Соломоновых островов и островов Тонга-Самоа. При рассмотрении поля напряжений в Антарктике явно учитывалась граница между Антарктической плитой и граничащими с ней плитами. Получены поля траекторий главных напряжений, нормализованное поле максимальных касательных напряжений и масштабированное поле средних напряжений, зависящее от двух действительных параметров. Аналогичные результаты были получены и для других исследованных областей. Однако в отличие от поля напряжений в Антарктике, поля напряжений в других районах являются более неоднородными. Так в районе Суматры отчерчивается область, где максимальные касательные напряжения существенно понижены. В эту область попадают эпицентры разрушительных землетрясений 26.12.2004 и 28.03.2005. Как показал анализ профиля максимальных касательных напряжений вдоль широты землетрясения 2004 года, их расчетный минимум расположен близко к эпицентру. Это позволило автору выдвинуть

предположение о том, что зоны пониженного максимального напряжения благоприятны для возникновения цунами. Действительно, в таких зонах разница между горизонтальными главными напряжениями мала и, следовательно, высока вероятность того, что вертикальное главное напряжение является либо наибольшим либо наименьших из главных. В таких случаях при подвижках по разломам реализуется режим взброса или надвига, т.е. есть существенные вертикальные движения дна океана, что и вызывает цунами. Автор также проанализировал изменения в полях напряжений, вызванных землетрясением 26.12.2004. Для этого все данные из мировой базы данных были отсортированы по времени до и после 26.12.2004, после чего были произведены расчеты для двух временных массивов в районах Суматры, Соломоновых островов и островов Тонга-Самоа. В результате расчетов было установлено, что изменения в полях напряжений наиболее существенны в районе Суматры, где и произошло событие 26.12.2004, а в двух других районах, более удаленных от его эпицентра поле напряжений изменяется не так заметно. Результаты этой главы обосновывают **защищаемые положения 5 и 7.**

К диссертационной работе имеется ряд замечаний. Одно из них касается применения автором методов теории упругости при анализе напряжений в областях литосферы, которые испытали длительную геологическую эволюцию. Очевидно, что здесь необходимо учитывать эффекты ползучести или вязкого поведения среды. Другое замечание связано с применением в работе двумерной плоской задачи теории упругости к анализу напряжений в зонах субдукции, где имеет существенное значение вертикальная компонента смещений, обусловленная началом погружения океанической литосферы под островные дуги Юго-Восточной Азии.

Переходя к оценке диссертации в целом, следует подчеркнуть **значимость полученных результатов** для науки: она состоит в том, что результаты диссертационной работы имеют существенное значение для

развития новых методов исследований в теории упругости, геомеханике и теории интегральных уравнений.

## Выводы

Диссертация Галыбина Александра Николаевича посвящена одной из самых актуальных тем в современной геофизике, она выполнена на очень высоком математическом уровне, обладает несомненной научной новизной и содержит решение важнейшей задачи современной геофизики - реконструкции упругих полей напряжений в земной коре.

Диссертация соответствует критериям, установленным п. 9 Положения о присуждении учёных степеней (утверждено постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842) для учёной степени доктора наук, а её автор Галыбин Александр Николаевич достоин присуждения учёной степени доктора физико-математических наук.

*Я, Лобковский Леопольд Исаевич, даю согласие на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой докторской диссертации, и их дальнейшую обработку.*

Официальный оппонент  
заведующий лабораторией геодинамики,  
георесурсов и геоэкологии,  
заместитель директора Федерального государственного  
бюджетного учреждения науки  
«Институт океанологии им. П.П. Ширшова Российской  
академии наук»,  
доктор физико-математических наук,  
член-корреспондент РАН

Леопольд Исаевич Лобковский

Почтовый адрес: 117997, Москва, Нахимовский проспект д.36, Институт  
океанологии РАН  
E-mail: llobkovsky@ocean.ru  
Телефон: +7 499 124 5990

