# Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН

На правах рукописи

thang

Батов Алексей Владимирович

# ОЦЕНКА НЕГИДРОСТАТИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ В НЕДРАХ МАРСА ПО ДАННЫМ ТОПОГРАФИИ И ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

Специальность 25.00.10

# Геофизика, геофизические методы поисков полезных ископаемых

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

доктор физико-математических наук

Гудкова Т.В.

Москва 2018

# Оглавление

Введение 4
Актуальность темы исследования 4
Основные задачи исследования5
Метод5
Научная новизна
Основные защищаемые положения7
Научная и практическая значимость полученных результатов 8
Достоверность полученных научных результатов 8
Личный вклад
Апробация и публикации9
Структура и объем работы11
Благодарности11
Глава 1. Современное состояние проблемы и анализ данных наблюдений 12
1.1. Современное состояние проблемы12
1.2. Анализ данных гравитационного поля и топографии 18
1.3. Сравнение полей напряжений, полученных для моделей гравитационного
поля MRO120D и GMM-3 23
1.4. Выводы
Глава 2. Построение модели внутреннего строения Марса 26
2.1. Построение модели внутреннего строения
2.2. Пробное распределение диссипативного фактора в недрах Марса
2.3. Расчет спектра крутильных и сфероидальных колебаний 46
2.4. Затухание крутильных колебаний 47
2.5. Выводы
Глава 3. Теоретические основы и алгоритм расчета напряженного состояния
недр Марса
3.1. Выбор поверхности отсчета 57

Список литературы 128
Приложение 1. Основные публикации и доклады автора по теме диссертации
Заключение
5.3. Выводы 118
5.2. Влияние выбора модели неоднородной упругости на профили напряжений
5.1. Профили напряжений под локальными топографическими структурами 106
напряжений в недрах Марса как возможных очагов марсотрясений 106
Глава 5. Выявление локальных зон повышенных негидростатических
4.6. Выводы 103
4.5. Негидростатические напряжения для трехуровневой модели компенсации
4.3. Длинноволновые и коротковолновые компоненты напряжении
4.3. Ллинноволновые и коротковолновые компоненты напряжений 84
4.2. Общая картина напряжении в недрах Марса
4.1. Изостатическая компенсация
I лава 4. Общая картина негидростатических напряжении в недрах Марса. 76
3.7. Алгоритм расчета напряжении
3.6. Грехуровневая модель компенсации
3.5. Двухуровневая модель компенсации
3.4. Модели неоднороднои упругости
3.3. Нагрузочные числа Лява
3.2. Постановка задачи

## Введение

### Актуальность темы исследования

Для решения фундаментальной задачи планетарной геофизики – построения теории образования Земли, ее начального состояния и эволюции – большое значение имеет изучение внутреннего строения Марса. Многие из процессов, когда-то происходящих на Земле, и следы которых уже стерлись, имели место и на Марсе, хотя при других условиях и в других временных масштабах, но, тем не менее, они могут дать информацию о том, как формировалась Земля и о ранней эпохе её развития. Поэтому исследование внутреннего строения Марса является одним из приоритетных направлений планетных исследований.

В настоящее время ведется завершающая фаза подготовки сейсмического эксперимента на Марсе, запуск космического аппарата миссии HACA "InSight" (Interior exploration using Seismic investigations, geodesy and heat transport – Исследование внутреннего строения с использованием сейсмических исследований, данных геодезии и измерения теплового потока) осуществлен в мае 2018 г. Установка трехкомпонентного широкополосного сейсмометра, который может зарегистрировать сейсмические сигналы от метеоритных ударов, от марсотрясений, вызванных охлаждением литосферы, и собственных колебаний, ожидается в ноябре 2018 г. для работы в течение одного марсианского года. В проект международной кооперации Российского Космического Агентства и Европейского Космического Агентства также включена разработка сейсмометра.

Спецификой проведения сейсмического эксперимента на Марсе является установка только одного сейсмометра. В связи с этим, для интерпретации результатов, исследование напряженного состояния недр планеты и прогностическая локализация возможных очагов марсотрясений имеет большое значение. Прогресс в развитии моделей гравитационного поля и топографии благодаря миссиям Mars Global Surveyor (MGS), Mars Odyssey (ODY), Mars Reconnaissance Orbiter (MRO), а также детализация моделей внутреннего строения Марса, позволяют оценить напряженное состояние недр планеты с большой точностью.

Диссертационная работа направлена на решение этой актуальной задачи.

**Целью работы** является получение детальной картины распределения негидростатических напряжений в недрах Марса по современным данным топографии и гравитационного поля планеты на базе модели внутреннего строения, уточненной по всем имеющимся данным наблюдений, и выявление зон высоких значений напряжений сдвига на фоне растягивающих напряжений в недрах планеты как возможных очагов марсотрясений.

### Основные задачи исследования

В рамках сформулированных целей исследования решаются следующие задачи:

- 1. Уточнение современной модели внутреннего строения Марса.
- 2. Определение диссипативных свойств недр Марса.
- 3. Анализ последних данных гравитационного поля и топографии.
- Расчет нагрузочных коэффициентов для разных глубин залегания аномальных масс.
- Получение детальной картины распределения негидростатических напряжений в недрах Марса с шагом 1х1 градус по широте и долготе до глубины 1000 км.
- 6. Поиск областей одновременно высоких значений напряжений сдвига и растяжения как возможных очагов марсотрясений.

### Метод

Планета моделируется как упругое тело с зависящими от радиуса плотностью, модулем сжатия и модулем сдвига. Считается, что деформации и напряжения, подчиняющиеся закону Гука, обусловлены давлением на поверхность планеты топографических структур и аномалиями плотности, распределенными

5

некоторым образом в коре и мантии. В отличие от решения уравнений теории упругости для небольших тел, система уравнений включает уравнение Пуассона, аномальный гравитационный потенциал с распределением связывающего Рассматриваются негидростатические плотности. только напряжения, возникающие вследствие отклонения планеты от состояния гидростатического равновесия. Амплитуды нагрузок подбираются так, чтобы удовлетворить данным топографии и гравитационного поля планеты (отсчитываемым от референсной равновесной поверхности), которые представлены в виде разложения в ряд по сферическим функциям. Решение системы уравнений упругого равновесия гравитирующей планеты определяет поле смещений для каждого значения степени гармоники *n* и заданной глубины, затем гармонические ряды суммируются. Симметричный тензор негидростатических напряжений приводится К диагональному виду с главными напряжениями σ<sub>3</sub>≤σ<sub>2</sub>≤σ<sub>1</sub>, и вычисляются напряжения всестороннего сжатия/растяжения  $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  и максимальные сдвиговые (или касательные) напряжения  $\tau = \max |\sigma_i - \sigma_k|/2$ ,  $(i, k = 1, 2, 3; i \neq k)$ .

### Научная новизна

- Проведена детальная интерпретация неравновесного гравитационного поля и топографии планеты в разложении по сферическим функциям до 120 степени и порядка.
- 2. Создано программное обеспечение для расчета негидростатических напряжений в недрах планеты на языке FORTRAN и MATLAB.
- 3. Впервые проведено сравнение двухуровневой (источники аномального гравитационного поля – неравновесный рельеф и аномалии плотности на границе кора-мантия) и трехуровневой (неравновесный рельеф, аномалии плотности на границе кора-мантия и на нижней границе литосферы) моделей компенсации залегания аномальных масс в недрах Марса.
- Получено распределение диссипативного фактора в недрах Марса по данным о приливном запаздывании Фобоса.

- 5. Построена модель внутреннего строения Марса, удовлетворяющая современным данным наблюдений.
- Впервые получена детальная картина негидростатических напряжений по данным топографии и гравитационного поля в разложении по сферическим функциям до 90 степени и порядка.
- 7. Выявлены зоны высоких значений напряжений сдвига и растяжения, как области наиболее вероятных очагов марсотрясений.

### Основные защищаемые положения

- Созданная модель внутреннего строения Марса (распределение плотности, гравитационного ускорения, давления, упругих модулей и диссипативного фактора), уточненная по современным данным наблюдений, подтверждает гипотезу о хондритовом составе планеты. Марс имеет базальтовую кору толщиной 50-100 км, силикатную мантию с содержанием железа Fe# 20-22 и жидкое железо-никелевое ядро с добавками легких элементов радиусом 1820-1870 км, массовое отношение Fe/Si=1.7.
- 2. Напряжения в недрах Марса определяются толщиной литосферы для любой из рассмотренных моделей неоднородной упругости, и не зависят от выбора модели компенсации (двухуровневая или трехуровневая), за исключением областей крупных ударных кратеров Эллада и Аргир. Касательные напряжения в литосфере достигают 60, 80 и 100 МПа в зависимости от мощности литосферы (500, 300 и 150 км), соответственно.
- 3. Зоны возможных очагов марсотрясений, обусловленные высокими значениями напряжений сдвига на фоне растягивающих напряжений в литосфере Марса, расположены под ударными бассейнами Эллада и Аргир, равнинами Ацидалийское море, Аркадия и долиной Маринера.

7

#### Научная и практическая значимость полученных результатов

Полученные в диссертации результаты могут быть использованы при разработке космических программ для исследования Марса и интерпретации их результатов. Они имеют прогностическое значение для локализации очагов марсотрясений, и могут быть полезны при обработке сейсмических данных, а также идентификации и интерпретации мод крутильных и сфероидальных колебаний при их регистрации во время сейсмического эксперимента на Марсе.

Разработанная модель внутреннего строения Марса включена в базу тестовых моделей проекта InSight.

Научная и практическая значимость выполненных автором исследований подтверждается тем, что часть работ, вошедших в диссертацию, проводилась при поддержке грантов РФФИ (15-02-840), РФФИ (18-32-00875) и Программы РАН 28.

#### Достоверность полученных научных результатов

Для оценки достоверности результаты соотносились с материалами работ, опубликованными ранее. Тестирование пакета программ для расчета негидростатических напряжений проводилось путем сравнения результатов вычислений с данными других авторов.

Результаты, представленные в диссертации, прошли рецензирование и опубликованы в журналах ВАК.

### Личный вклад

Все результаты, представленные в диссертации, получены автором самостоятельно или при его непосредственном участии в коллективе соавторов.

Постановка большинства задач формулировалась при совместных обсуждениях с д.ф.-м.н. Т.В. Гудковой. Автором создано программное обеспечение, которое использовано для решения поставленных задач, выполнены расчеты и дана интерпретация результатов.

## Апробация и публикации

По теме диссертации опубликовано 5 научных работ в журналах, рекомендованных ВАК РФ для публикации материалов докторских и кандидатских диссертаций.

Основные положения работы были представлены на международных конференциях по исследованию Солнечной Системы 7М-S3, 8М-S3, 9М-S3 в ИКИ РАН в 2016, 2017 и 2018 годах; конференции по Солнечной системе в КФУ, Казань в 2016 году; международной школе-конференции молодых учёных «Недра планет» в Gran Sasso Science Institute, Италия в 2016 году; международных семинарах им. Д.Г. Успенского в ИФЗ РАН в 2017 году и в КФУ, Казань в 2018 году; на совещаниях научной группы проекта InSight в 2017–2018 годах; Европейском конгрессе планетарных наук в Берлинском техническом университете, Германия в 2018 году. Результаты работы также докладывались и обсуждались на научных семинарах ИФЗ РАН и конференциях молодых ученых ИФЗ РАН, ИКИ РАН и ИПУ РАН в 2016–2018 годах.

Полный список конференций:

- Научная конференция молодых ученых и аспирантов, ИФЗ РАН, 25-26 апреля 2016 г. (Москва, Россия);
- Международный симпозиум «Lunar Exploration and Space Technology Heritage», КФУ, 25-30 августа 2016 (Казань, Россия);
- 13-я Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Управление большими системами» УБС'2016, ИПУ РАН, 5-9 сентября 2016 г. (Самара, Россия);
- Planetary Interiors, International School of Space Science, 12-16 сентября 2016 (Л'Акуила, Италия);
- Седьмой московский международный симпозиум по исследованиям Солнечной системы (7МS3), ИКИ РАН, 10-14 октября 2016 г. (Москва, Россия);

- 44-я сессия Международного семинара им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей», ИФЗ РАН, 23-27 января 2017 г. (Москва, Россия);
- XIV Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования», ИКИ РАН, 12-14 апреля 2017 г. (Москва, Россия);
- Научная конференция молодых ученых и аспирантов, ИФЗ РАН, 24-25 апреля 2017 г. (Москва, Россия);
- Восьмой московский международный симпозиум по исследованиям Солнечной системы (8MS3), ИКИ РАН, 9-13 октября 2017 г. (Москва, Россия);
- 45-й международный семинар им. Д.Г. Успенского «Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей», КФУ, 12-16 марта 2018 г. (Казань, Россия);
- XV Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования», ИКИ РАН, 11-13 апреля 2018 г. (Москва, Россия);
- Научная конференция молодых ученых и аспирантов, ИФЗ РАН, 23-24 апреля 2018 г. (Москва, Россия);
- Девятый московский международный симпозиум по исследованиям Солнечной системы (9МS3), ИКИ РАН, 8-12 октября 2018 г. (Москва, Россия);
- Совещания рабочей группы проекта InSight, май 2017 г. (Тулуза, Франция), май 2018 г. (Бултон, США) и сентябрь 2018 г. (Грац, Австрия)
- Европейский планетарный научный конгресс EPSC 2018, Берлинский технический университет, 16-21 сентября 2018 г. (Берлин, Германия)

## Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения; содержит 142 страницы машинописного текста, в том числе 34 рисунка, 7 таблиц и 44 формулы (пронумерованные); список использованной литературы составляет 136 наименований.

## Благодарности

Автор выражает признательность и благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н. Гудковой Тамаре Васильевне за постоянное внимание, поддержку и помощь в проведении исследований. Автор глубоко благодарен за полезные обсуждения и консультации д.ф.-м.н. проф. В.Н. Жаркову. Автор выражает искреннюю благодарность д.ф.-м.н. Ю.Л. Ребецкому за полезные замечания.

# Глава 1. Современное состояние проблемы и анализ данных наблюдений

#### 1.1. Современное состояние проблемы

В настоящее время ведется завершающая фаза подготовки сейсмического эксперимента на Марсе, запуск космического аппарата миссии NASA (National Aeronautics and Space Administration – Национальный комитет по аэронавтике и исследованию космического пространства) "InSight" (Interior exploration using Seismic investigations, geodesy and heat transport – Исследование внутреннего строения с использованием сейсмических исследований, данных геодезии и измерения теплового потока) осуществлен в мае 2018 г., установка трехкомпонентного широкополосного сейсмометра VBB [Lognonné и др., 2012; Mimoun и др., 2012] ожидается в ноябре 2018 г. для работы в течение одного марсианского года [Banerdt и др., 2013; Panning и др., 2017]. Разрабатывается также сейсмометр для эксперимента в проекте международной кооперации Российского Космического Агентства и ESA (European Space Agency – Европейское Космическое Агентство) [Manukin и др., 2016]. Спецификой проведения сейсмического эксперимента на Марсе является установка только одного сейсмометра, для этого разрабатываются методы получения максимально возможной информации по данным одного прибора [Гудкова и др., 2014, Panning и др., 2015; Khan и др., 2016; Böse и др., 2017].

Имеются теоретические оценки глобальной сейсмичности планеты, выполненные по сравнению разломов на поверхности Луны и Марса [Knapmeyer и др., 2006]. Наиболее молодые вулканические структуры и тектонические разломы в области поднятия Элизий, месте посадки миссии InSight, относятся к потенциально опасным сейсмическим зонам [Roberts и др., 2012; Taylor и др., 2013].

Начиная с эпохи Viking (середина 1970-х годов), теоретические моделирования напряженного состояния предпринимались для того, чтобы понять эволюционные процессы и механизмы, отвечающие за специфические черты

поверхности Марса. Прогресс в развитии данных гравитационного поля и топографии инициировал все более детальные модели эволюции зоны Фарсида, прочности марсианской литосферы под гигантскими вулканами, разломов в зоне Маринера и других отдельно взятых структур [Banerdt и др., 1982; Banerdt и др., 1992; Willemann, Turcotte, 1982; Sleep, Phillips, 1985; Banerdt, Golombek, 2000; Arkani-Hamed, 2000; Montesi, Zuber, 2003; Zhong, Roberts, 2003; Belleguic и др., 2005; Dimitrova и др., 2006].

На Земле зоны сейсмической опасности изучаются как по сейсмическим данным, так и по данным топографии и гравитационного поля. В отличие от Земли и Луны, для Марса нет сейсмических данных, и данные топографии и гравитационного поля играют существенную роль в изучении недр планеты. Данные о гравитационном поле Марса накладывают ограничения на модели внутреннего строения: средний момент инерции, и приливное число Лява k<sub>2</sub>, которое является функционалом от распределения упругих параметров в недрах планеты. Данные о гравитационном поле и топографии Марса широко используются для оценок физических параметров планеты: толщины и средней плотности коры для локальных поверхностных структур, мощности литосферы [Wieczorek, Zuber, 2004; Belleguic и др., 2005; Pauer, Breuer, 2008; Beuthe и др., 2012; Grott, Wieczorek, 2012; Audet, 2014], а также для исследования напряженного состояния недр [Phillips, Lambeck, 1980; Banerdt и др., 1982; Жарков и др. 1991; Кошляков, Жарков, 1993; Чуйкова и др., 2012, 2014; Tenzer и др., 2015; Гудкова и др., 2017].

Совместная интерпретация аномального гравитационного поля и топографии планеты позволяет исследовать напряженное состояние марсианской литосферы. Существует два подхода к решению этой задачи: динамический и статический.

Подкоровые напряжения в Земле создаются тектоническими процессами, максимальные напряжения совпадают с зонами конвергенции, в то время как интенсивность напряжений уменьшается в трансформных зонах, и падает в дивергентных зонах. При разработке методов оценки природных напряжений используются методы тектонофизики, опирающиеся на фундаментальные достижения геомеханики; анализ данных, получаемых геологическими и сейсмическими методами; а также результаты изучения закономерностей хрупкого разрушения, получаемых в лабораторных условиях [Ребецкий, 2007].

Для расчета напряжений в недрах Земли применяется динамический метод [см., например, Ricard и др., 1984, 1989; Hager и др. 1985], при использовании которого полагают, что источниками негидростатических напряжений являются вязкие конвективные течения; подкоровые напряжения определяются по данным топографии и гравитационного поля из решения системы уравнений вязкой жидкости Навье-Стокса [Runcorn,1964]. Обзор работ по усовершенствованию этого метода можно найти в работе [Eshagh, Tenzer, 2014], в которой авторы предложили новый способ, улучшающий спектральное разрешение и позволяющий вводить кору переменной толщины. Учет нагрузки от коры обычно вводится моделью прогиба [Watts, 2001]. Постепенно динамический метод включает все более усложненные модели среды, вводя в систему уравнений эффекты горизонтальных неоднородностей и нелинейной реологии [Panning и Romanowicz, 2006; Benjamin и др., 2006; Karato, 2008; Биргер, 2016].

На Марсе нет следов плейт-тектоники, тектонические черты на поверхности планеты носят региональный характер, и, кроме того, наличие такой гигантской топографической структуры, как поднятие Фарсида, является указанием на присутствие на планете мощного литосферного слоя, способного на протяжении масштаба геологических времен упруго поддерживать негидростатические нагрузки. Таким образом, можно предположить, что если под литосферой Марса и существует тепловая конвекция, то она носит второстепенный характер, и напряженное состояние связано главным образом с упругими деформациями приповерхностных горизонтов планеты, что позволяет использовать при анализе статический подход.

Статический метод, при котором расчеты проводятся с помощью техники функций Грина (или методе нагрузочных чисел), был развит в работах [Марченков и др., 1984; Жарков и др., 1986; Жарков, Марченков, 1987; Марченков, Жарков, 1989] при исследовании напряженного состояния недр Венеры. При статическом подходе планета моделируется как упругое тело с зависящими от радиуса плотностью, модулем сжатия K и модулем сдвига  $\mu$ . Считается, что деформации и напряжения, подчиняющиеся закону Гука, обусловлены давлением на поверхность планеты топографических структур и аномалиями плотности, распределенными некоторым образом в коре и мантии. Для расчета напряжений решается система уравнений, в которую входят: уравнение упругого равновесия; уравнение Пуассона, связывающего аномальный гравитационный потенциал с распределением плотности. Метод функций Грина (или метод нагрузочных чисел) позволяет определить граничные условия на основании данных о высотах рельефа и гравитационном поле планеты.

Совместный анализ гравитационного поля и топографии в рамках статического метода дал возможность получить представление о распределении напряжений в коре и литосфере Марса. В работе [Жарков и др., 1991] детально рассмотрен вопрос об интерпретации гравитационного поля Марса с помощью функций Грина, при этом использовалось разложение гравитационного потенциала по нормализованным сферическим функциям до 18-й степени и порядка, полученное Бальмино с соавторами [Balmino и др., 1982] по данным о траекториях космических аппаратов «Маринер-9» и «Викинг-1,2» за 1971–1978 гг. Было показано, что уровень напряжений в марсианской литосфере высок и составляет несколько сотен бар, оценочные значения напряжений в мантии составили около 30 бар.

В работе [Кошляков, Жарков, 1993] проведен анализ неравновесного гравитационного поля и топографии Марса и выполнены расчеты напряженного состояния марсианской литосферы для тестовой модели с кусочно-постоянными значениями плотности и упругих параметров, используя данные о разложения топографии и гравитационного поля по сферическим функциям до 50-й степени и порядка, опубликованных в [Smith и др., 1990].

Оценки толщины коры и соответствующие подкоровые напряжения для модели гравитационного поля MRO110B2 [Konopliv и др., 2011] были получены в работе [Tenzor и др., 2015] для модели с постоянной плотностью в коре и мантии.

15

Аномалии плотности, напряжений и гравитационного поля внутри Марса рассматривались также в работах [Чуйкова и др., 2012, 2014], при этом определялись наиболее вероятные уровни компенсации неоднородностей рельефа, но авторы использовали данные только до 18 степени и порядка.

Данные о топографии и гравитационном поле Марса последовательно расширяются и уточняются (для обзора см., например, [Жарков, Гудкова, 2016]). Детальное описание свойств топографии и гравитационного поля Марса можно найти в обзоре [Wieczorek, 2015].

Используя данные космических аппаратов Mars Global Surveyor, Mars Odyssey и Mars Reconnaissance Orbiter в 2016 году две независимые группы учёных одновременно опубликовали работы по исследованию гравитационного поля Mapca, причем результаты этих работ довольно хорошо согласуются между собой и дополняют друг друга. В работах получены близкие значения чисел Лява  $k_2$ :  $k_2 = 0.1697\pm0.0027$  [Genova и др., 2016] и  $k_2 = 0.169\pm0.006$  [Konopliv и др., 2016]. Обе группы исследователей представили разложение гравитационного поля Mapca по нормализованным сферическим функциям до 120-й степени и порядка: модель MRO120 [Konopliv и др., 2016] и модель GMM-3 [Genova и др., 2016], в которых коэффициенты при высоких степенях гармоник определены более точно по сравнению с данными, опубликованными в [Konopliv и др., 2011]. Последние модели представляют собой ряд полностью нормализованных коэффициентов и доступны на сайте Системы Планетных данных (http://pds-geosciences.wustl.edu, под названием jgmro-120d sha.tab и gmm3\_120\_sha.tab).

В настоящее время имеются детальные данные о топографии Mapca [Smith и др., 2001], полученные прибором MOLA с космического аппарата Mars Global Surveyor. В работе [Wiezorek, 2015] данные топографии представлены до 2600 степени и порядка.

Топографическая поверхность Марса крайне нерегулярна. Марс обладает дихотомией (южные возвышенности и северные низменности), из-за чего геометрический центр масс и центр масс планеты не совпадают приблизительно на 3.3 км. Северное и южные полушария имеют разную геологическую историю, поверхность южного полушария сильно кратерирована, с вулканическими структурами и каньонами, и имеет более толстую кору, чем северное полушарие. Северное полушарие более гладкое со следами лавовых потоков покрывает примерно одну треть поверхности планеты. Характерной особенностью Марса является огромное топографическое поднятие Фарсида с гигантскими щитовыми вулканами Олимп, Аскрийский, Арсия и Павлиний. Эта область занимает пятую часть общей поверхности планеты и достигает в высоту 7 км (не считая высот расположенных на ней вулканов). В восточной части поднятие Фарсида пересекается Долиной Маринера, огромнейшим каньоном длиной более 3000 км и глубиной около 8 км при ширине 600 км. Другое поднятие, но значительно меньшее по масштабу, чем Фарсида, это – Элизий. На поверхности выделяются такие крупные низменности ударного происхождения как Эллада, Аргир, Исида, Утопия.

Вопрос об оценке толщины литосферы Марса рассматривался в ряде работ. Описание методов определения эффективной толщины литосферы по даным гравитационного поля и топографии, и обзор работ по этой теме можно найти в статье [Audet, 2014], в которой авторы составили карты изменения мощности литосфер планет земной группы. В основном, работы по определению толщины литосферы выполняются для отдельно взятой топографической структуры, используя методы корреляции данных топографии и гравитационного поля (например, [Belleguic и др., 2005; Hoogenboom, Smrekar, 2006; McGovern и др., 2002; McGovern и др.,2004; McKenzie и др., 2002; Wieczorek, 2008; Ritzer, Hauck, 2009; Grott, Wieczorek, 2012; Beuthe и др., 2012]). В ряде работ для оценки толщины литосферы моделируются ее прочностные характеристики на основе используемой реологической модели [Zhong, Roberts, 2003; Grott, Breuer, 2010], или рассматриваются отложения в северной полярной зоне [Phillips и др., 2008].

По-видимому, толщина марсианской литосферы неоднородна по латерали. Для некоторых локальных структур имеются прогностические оценки толщины литосферы в несколько десятков километров: поднятие Элизий (Elysium rise) (56±20 km), гора Олимп (Olympus Mons) (93±40 km), Патера Альба (Alba Patera) (66±20 km), и вулкан Аскрийский (Ascraeus Mons) (105±40 km). Толщина литосферы под бассейном Исида (Isidis Planitia) оценивается как 100-180 км [Ritzer, Hauck, 2009], эта зона находится непосредственно на границе между южными возвышенностями с более толстой корой, и северными низменными районами с более тонкой корой (граница известна как линия дихотомии). С другой стороны, например, в работе [Phillips и др., 2008] сделан вывод о том, что толщина современной равновесной упругой литосферы в северной полярной зоне больше 300 км, что в 3-4 раза выше, чем для вулканов Фарсиды. В работах [Ruedas и др., 2013 а, б] приводится оценка 150-300 км. В работе [Жарков, Гудкова, 2016] высказано предположение о том, что средняя толщина упругой литосферы Марса должна превосходить мощность континентальной литосферы Земли, которая составляет примерно ~250 км. В работе [Кошляков, 1993] была исследована возможная структура упругой литосферы с позиции реальной реологии горных пород. В работе [Grott и Breuer, 2010] отмечено, что основным фактором, контролирующим реологию пород литосферы, служит температура, И механическое поведение марсианской литосферы, хотя она и отличается по химическому составу, тем не менее похоже на поведение континентальной литосферы Земли. Модели термо-химической эволюции Марса [Grott и др., 2013] предсказывают, что источники магмы скорее всего расположены на глубинах 100-200 км, и степень их частичного плавления составляет около 5–20 %. Причинами, которые могут приводить к плавлению, может быть наличие толстого теплозапирающего слоя, приводящего к резкому увеличению температуры; наличие незначительного количества воды может вызывать частичное плавление эклогита; поднимающиеся мантийные плюмы, температура которых выше температуры мантии.

## 1.2. Анализ данных гравитационного поля и топографии

Вопрос о модельной структуре гравитационного поля Марса подробно рассмотрен в работе [Жарков, Гудкова, 2016], опираясь на данные измерений космических аппаратов Mars Global Surveyor (MGS), Mars Odyssey (ODY) и Mars Reconnaissance Orbiter (MRO) – модель MRO110B2 [Konopliv и др., 2011], в

которой поле разложено по сферическим функциям до 110-й степени и порядка. Данные о топографии и гравитационном поле Марса последовательно уточняются. В настоящее время разложение коэффициентов данных гравитационного поля по полиномам Лежандра доведено до 120-й степени и порядка.

Это разложение гравитационного потенциала по нормализованным сферическим функциям до 120 степени и порядка в сферической системе координат с началом в центре масс имеет стандартный вид:

$$V(r,\varphi,\lambda) = \frac{GM}{r} \bigg[ 1 + \sum_{n=2}^{120} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{R_e}{r}\right)^n (C_{gnm} \cos m\lambda + S_{gnm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \bigg], \qquad (1.1)$$

где r – расстояние от точки наблюдения до начала координат,  $\varphi$  и  $\lambda$  – ареоцентрические широта и долгота, M – масса планеты, G – гравитационная постоянная,  $R_e$  - экваториальный радиус (нормирующий радиус),  $C_{gnm}$  и  $S_{gnm}$  – нормализованные гравитационные моменты,  $P_{nm}$  – нормализованные функции Лежандра степени n и азимутального числа m, удовлетворяющие соотношению

$$\int_{0}^{2\pi} \int_{-1}^{1} P_{nm}^{2}(\sin \varphi) \begin{cases} \cos^{2}(m\lambda) \\ \sin^{2}(m\lambda) \end{cases} d(\sin \varphi) d\lambda = 4\pi \quad .$$
(1.2)

Таким образом, крупномасштабная структура гравитационного поля Марса известна с хорошей точностью. Минимальную длину волны такого поля (т.е. размер разрешаемых деталей поля) можно оценить, поделив длину большого круга на степень гармоники, что дает примерно 177 км.

В настоящее время данные о топографии Марса более детальны, пространственное разрешение составляет около 1 км по широте и 2 км по долготе в области экватора. Разложение топографии до 1152 степени и порядка, полученные прибором MOLA (Mars Orbiter Laser Altimeter) с космического аппарата MGS представлено в виде коэффициентов разложения по полиномам Лежандра высот рельефа относительно центра масс группой [Smith и др., 2001]

$$R_{penbe\phi}(r,\varphi,\lambda) = R + \sum_{n=1}^{1152} \sum_{m=0}^{n} \left[ C_{tnm} \cos m\lambda + S_{tnm} \sin m\lambda \right] P_{nm}(\sin \varphi)$$
(1.3)

где R – средний радиус Марса, *C*<sub>*inm*</sub> и *S*<sub>*inm*</sub> – гармонические коэффициенты в разложении рельефа (в метрах).

При использовании данных топографии и гравитационного поля всегда встает вопрос о поверхности отсчета, от которой отсчитываются высоты рельефа и ареоида, а также аномалии гравитационного поля. Марс сильно неравновесная планета. В работе [Жарков, Гудкова, 2016] показано, что внешние слои Марса существенно отклоняются OT состояния гидростатического равновесия, значительно сильнее, чем это имеет место в Земле. В настоящей работе топография и гравитационное поле Марса определяются по отношению к референсной поверхности, за которую выбирается равновесный сфероид [Zharkov и др., 2009; Жарков, Гудкова, 2016]. Гидростатически равновесная модель хорошо служит в качестве отсчетной модели для оценки напряженного состояния недр, так как в ней все другие напряжения, кроме давления, равны нулю. Нагрузка в таком случае представляет собой вес рельефа, относительно эквипотенциальной поверхности, т.е. определяется отклонением от состояния гидростатического равновесия.

Ниже будут рассмотрены лишь неравновесные компоненты топографии и гравитационного поля Марса, полагая в качестве второго и четвертого зональных коэффициентов  $C_{t20}$ ,  $C_{t40}$  и  $C_{g20}$ ,  $C_{g40}$  в (1.1) и (1.3) их негидростатические составляющие, т.е., вычитая из измеренных величин, их модельные равновесные значения (см. Глава 3, пункт 3.1).

Разложение по сферическим функциям топографии и гравитационного поля позволяет рассчитать их порядковые дисперсии по формулам:

$$(D_t)_n = \sum_{m=0}^n (C_{tnm}^2 + S_{tnm}^2), \qquad (D_g)_n = \sum_{m=0}^n (C_{gnm}^2 + S_{gnm}^2), \qquad (1.4)$$

Учитывая, что суммы содержат по (2n+1) членов, удобно ввести величины

$$(\sigma_t)_n = \sqrt{\frac{(D_t)_n}{2n+1}}$$
 If  $(\sigma_g)_n = \sqrt{\frac{(D_g)_n}{2n+1}}$ , (1.4a)

имеющие смысл среднего квадратичного значения для одной элементарной гармоники порядка *n*.

Расчеты порядковых дисперсий для топографии и гравитационного поля для модели MRO110B2 [Konopliv и др., 2011], были выполнены в [Жарков, Гудкова, 2016]. Рисунок 1.1 иллюстрирует результаты расчетов порядковых дисперсий для

двух моделей гравитационного поля MRO120D [Konopliv и др., 2016] и GMM-3 [Genova и др., 2016]. Видно, что в спектре доминирует длинноволновая часть, соответствующая низким степеням *n*. Поведение спектров двух моделей практически совпадает до степени 100. На рисунке 1.1 также изображены линии для степенных законов, наилучшим образом описывающих поведение обеих дисперсий. Выборочные стандартные отклонения гравитационного поля в разложении до 120 степени и порядка моделей GMM-3 и MRO120D хорошо аппроксимируются степенными функциями  $2.28 \cdot 10^{-4} \times n^{-2.19}$  и  $2.7 \cdot 10^{-4} \times n^{-2.24}$ , соответственно (в дважды логарифмическом масштабе степенная функция представляет собой прямую y=ax+b, необходимо найти коэффициенты *a* и *b*, при которых прямая наилучшим образом приближает исходные данные, использовался метод наименьших квадратов, при этом коэффициент детерминации  $R^2$ =0.98). Результаты близки к данным, полученным для модели MRO110B2 [Жарков, Гудкова, 2016].

На рисунке 1.2 приведены коэффициенты порядковой корреляции топографии и гравитационного поля Марса  $\beta_n(t, g)$  для двух моделей MRO120D [Konopliv и др., 2016] и GMM-3 [Genova и др., 2016], которые вычисляются по формуле

$$\beta_n(t,g) = \frac{\sum_{m=0}^{n} (C_{tnm} C_{gnm} + S_{tnm} S_{gnm})}{\sqrt{(D_t)_n (D_g)_n}}$$
(1.5)

Коротковолновые аномалии гравитационного поля Марса, в основном, обусловлены изостатически скомпенсированными мелкомасштабными деталями топографии. Поэтому, хорошая корреляция между данными гравитационного поля и топографии при высоких гармониках может рассматриваться как указание на верное решение при разложении гравитационного поля по сферическим функциям.

Из рисунка 1.2 видно, что после гармоник выше 90 степени, корреляция между данными топографии и гравитационного поля начинает спадать. Авторы модели MRO120D [Konopliv и др., 2016] отмечали, что, несмотря на то, что модель



Рис. 1.1. Порядковые дисперсии неравновесной части гравитационного потенциала для модели GMM-3 (слева) и MRO120D (справа). Пунктирные линии соответствуют наилучшему степенному закону для всего спектра.



Рис. 1.2. Коэффициенты порядковой корреляции топографии и гравитационного поля для модели GMM-3 (слева) и MRO120D (справа).

определена до 120 степени и порядка, реальное глобальное разрешение модели близко к степени 95, начиная с которых ошибка в коэффициентах разложения сравнима с величинами самих коэффициентов. Поэтому, для расчета распределения напряжений в недрах Марса следует использовать данные гравитационного поля и топографии, в виде коэффициентов разложения по полиномам Лежандра до 90 степени и порядка.

Отметим, что гармоники степеней *n*≥3 имеют хоть и положительную, но умеренную корреляцию (~0.5–0.8), что указывает на наличие в верхних горизонтах планеты аномалий плотности, не связанных непосредственно с топографическими структурами.

Корреляция данных гравитационного поля и топографии Марса отличается от картины для Земли. Для Земли гармоники низких степеней не проявляют значительной корреляции, длинноволновое гравитационное поле для Земли не связано напрямую с топографией. Гравитационное поле Марса обусловлено длинноволновым полем самой мощной марсианской топографической структуры – поднятие Фарсида. Амплитуды гармоник степеней *n*=2–6 в спектре потенциала значительно превосходят амплитуды остальной части спектра, и несут в себе информацию, прежде всего, о глобальной фарсидской аномалии.

# 1.3. Сравнение полей напряжений, полученных для моделей гравитационного поля MRO120D и GMM-3

Для упругой модели M\_50 (см. Глава 2) были произведены расчеты напряженного состояния Марса на поверхности планеты, где в качестве граничного условия использовались как модель MRO120D [Konopliv и др., 2016], так и модель GMM-3 [Genova и др., 2016]. На рисунке 1.3 представлены отклонения значений напряжений в процентах, полученных при использовании различных исходных моделей, MRO120D и GMM-3:  $((\tau^{GMM-3} - \tau^{MRO120D})/\tau^{MRO120D}) \cdot 100\%$  и  $((\sigma^{GMM-3} - \sigma^{MRO120D})/\sigma^{MRO120D}) \cdot 100\%$ , соответственно. Среднее отклонение полученных величин напряжений растяжения-сжатия составляет не более 4 %, для сдвиговых



Рис. 1.3. Отклонение значений напряжений сдвига (слева) и растяжения-сжатия (справа), полученных при использовании модели GMM-3, от их значений при использовании модели MRO120D. Расчеты выполнены на поверхности планеты при толщине коры 50 км. Для большей наглядности максимальное отклонение составляет 100 %.

напряжений среднее отклонение менее 1 процента. Однако иногда, например, на границе поднятия Фарсида, значения могут различаться в тысячи раз из-за малости этих значений ( $\sigma \ll 1$  МПа,  $\tau \ll 1$  МПа)

Среднее значение отношения напряжений растяжения-сжатия для моделей GMM-3 и MRO120D:  $\sigma^{GMM-3} - \sigma^{MRO120D} = 0.97$ , сдвиговых напряжений  $\tau^{GMM-3} / \tau^{MRO120D} = 1.002$ .

Выбор между моделями MRO120D и GMM-3 гравитационного поля не сильно сказывается на результатах вычислений напряжений практически для всей планеты, что позволяет выбрать любую из данных моделей для первоначального выявления основных особенностей. При подробном исследовании определенного района Марса целесообразно производить расчеты для обеих моделей. Далее, везде при расчете негидростатических напряжений, в качестве граничного условия была принята модель MRO120D.

## 1.4. Выводы

Показано, что для расчёта напряженного состояния недр Марса следует использовать последние модели гравитационного поля MRO120D и GMM-3, представленные в виде коэффициентов разложения по полиномам Лежандра до 120 степени и порядка, только до 90 степени и порядка, так как для более высоких гармоник корреляция между данными топографии и гравитационного поля заметно ухудшается. Выбор между моделями MRO120D и GMM-3 гравитационного поля не сильно сказывается на результатах вычислений напряжений практически для всей планеты, за исключением ограниченного числа регионов.

Результаты главы опубликованы в [**3**] из списка опубликованных работ и доложены на конференциях (см. Приложение 1).

## Глава 2. Построение модели внутреннего строения Марса

## 2.1. Построение модели внутреннего строения

Построение моделей внутреннего строения Марса основывается на данных геохимических моделей, данных о гравитационном поле планеты (момент инерции, число Лява  $k_2$ ), а также поведении материалов при высоких давлениях и температуре. Предполагая, что планета сферически-симметрична, при расчете моделей используется уравнение гидростатического равновесия

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r) = -g(r)\rho(r)$$
(2.1)

и уравнение для массы

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r), \qquad (2.2)$$

где P –давление,  $\rho$  - плотность и r – расстояние от центра планеты.

Граничные условия имеют вид:

 $M(R) = M_0$  на поверхности планеты r = R, M(0) = 0 в центре планеты,

*М*<sub>0</sub> и *R* – масса и средний радиус планеты.

Для нахождения решения системы надо знать уравнение состояния веществ, слагающих недра Марса  $\rho = \rho(p)$ . Плотность смеси минералогических ансамблей рассчитывается в приближении аддитивности парциальных объемов.

Полученное распределение плотности  $\rho(r)$  должно удовлетворять среднему моменту инерции *I* (*I*=(*A*+*B*+*C*)/3, где *A*, *B*, *C* – главные моменты инерции планеты), полученному из наблюдений. Нормализованный момент инерции рассчитывается по формуле

$$\frac{I}{MR^2} = \frac{8}{3\pi M_0 R^2} \int_0^R \rho(r) r^4 dr \,.$$
(2.3)

Дополнительным граничным условием при отборе моделей внутреннего строения Марса является известное из наблюдений число Лява  $k_2$ . Числа Лява являются функционалами от распределения плотности  $\rho$ , модуля сдвига  $\mu$  и модуля сжатия K в недрах планеты. Прилив в теле планеты представляет собой

вынужденное связанное колебание упругого и гравитационного полей недр планеты, и для теоретического расчета чисел Лява надо решить связанную систему уравнений теории упругости и теории гравитационного потенциала [Молоденский, 1953; Takeuchi и др., 1962; Перцев, 1975].

Данные о топографии и гравитационном поле Марса постоянно обновляются, что приводит также к детализации и уточнению моделей внутреннего строения Марса. Подробное изложение метода построения модели внутреннего строения Марса приведено в [Жарков, Гудкова, 2005]. Модели, приведенные в работе [Жарков, Гудкова, 2016] были рассчитаны по данным гравитационного поля [Konopliv и др., 2011] и соответствуют разбросу допустимых значений момента инерции (0.3638–0.3648) и упругого числа Лява  $k_2^s$  (0.150–0.168). Значения момента инерции и числа Лява были существенно уточнены в работах [Konopliv и др., 2016; Genova и др., 2016]. Поэтому была проведена корректировка моделей внутреннего строения для приведения значений момента инерции и упругого числа Лява  $k_2^s$ к следующим величинам (0.3637–0.3639) и (0.158–0.170), соответственно.

При построении моделей внутреннего строения Марса обычно задают толщину (мощность) коры и ее плотность. Кора Марса, по-видимому, имеет сложное строение [Babeiko, Zharkov, 2000; Baratoux и др., 2014] и ее толщина сильно отличается в южном и северном полушариях. Используя данные о гравитационном поле и топографии Марса, большое число работ было посвящено модельным оценкам толщины и средней плотности марсианской коры для локальных поверхностных структур, так, например, в работе [Pauer, Breuer, 2008] получены ограничения на толщину коры южных возвышенностей. В целом, принимаемые значения плотности коры в различных работах [McGovern и др., 2002; Neumann и др., 2004; Baratoux и др., 2014; см. также обзор Wieczorek, 2015] находятся в широком диапазоне (2700-3300 кг/м<sup>3</sup>). Оценки толщины коры варьируются от 32 км [McGovern и др., 2002] до 100 км [Nimmo, Tanaka, 2005]. Обширная библиография по этому вопросу приведена в работе Tenzer и др. [2015], в которой авторы получили оценки средней мощности коры 46.4 км. Хотя имеются

заметные неопределенности в толщине и плотности коры, тем не менее, как общий вывод, можно считать, что величина толщины коры укладывается в интервал 50–100 км.

Для численного моделирования напряженного состояния недр Марса построены две модели со значением средней толщины коры 50 и 100 км и средней плотностью 2900 кг/м<sup>3</sup>. Средняя плотность ( $\rho_{kopa}$ ) и толщина ( $l_{kopa}$ ) коры, железистое число мантии Fe# (Fe#=Fe<sup>2+</sup>/(Fe<sup>2+</sup>+Mg) x 100), содержание водорода в ядре ( $H_{ядро}$ ), радиус ядра ( $r_{ядро}$ ), давление на границе ядро-мантия ( $P_{ядро}$ ), весовое отношение Fe/Si, содержание Fe в планете, нормализованный момент инерции, (I/MR<sup>2</sup>), и упругое число Лява  $k_2^s$  для этих моделей приведены в Таблице 2.1. Радиус ядра моделей составляет 1820–1870 км. Модели выбирались так, чтобы величина скачка плотности на границе кора-мантия, имела не нулевое значение, это значение составляет 270 кг/м<sup>3</sup> для модели М\_100 и 360 кг/м<sup>3</sup> для модели М\_50. Распределения упругих параметров для тестовой модели М\_50 показаны на рисунке 2.1.

Модель M\_50 включена в базу данных тестовых моделей миссии InSight (Таблица 2.2). Первые 80 метров коры построены по модели внешних слоев InSight EDR, плотность и скорости непрерывно растут до глубины 10 км, в наружном 10-км слое осуществляется переход от сильно пористого марсианского реголита (~ 1600 кг/м<sup>3</sup>) к консолидированным породам (3200 кг/м<sup>3</sup>), далее приняты данные из моделей коры [Babeiko and Zharkov, 2000]. Диссипативный фактор мантии для сейсмических периодов принят по модели работы [Жарков и др., 2017] (см. п.2.2).

Модель основана на космохимической модели Wänke-Dreibus (WD-model) [Wänke, Dreibus, 1994]. Модель внутреннего строения Марса подразделяется на четыре подмодели: модель внешнего пористого слоя, модель консолидированной коры, модель мантии и модель ядра. Минералогические и упругие параметры марсианской коры были получены методом численного термодинамического моделирования [Babeiko, Zharkov, 2000]. При моделировании мантии Марса использованы экспериментальные данные, полученные в работе [Bertka, Fei, 1997, 1998], в которой образцы, соответствующие составу WD-модели, сжимались до давлений, которые соответствуют границе ядро-мантия вдоль модельной ареотермы. Соответствующая ареотерма показана на рисунке 2.2. Ядро состоит из железа и никеля, с добавкой таких легких элементов, как 14 вес. % серы, и, согласно работе [Жарков, 1996], ядро содержит заметное количество водорода (см. Таблица 2.1).

Новые данные по числу Лява  $k_2^s$  и моменту инерции привели к уменьшению железистого числа мантии, увеличению весового отношения Fe/Si и увеличению радиуса ядра модели. Модель M\_50 (химический состав и значения радиуса и давления на границах раздела) схематично показана на рисунке 2.1 (справа).

## 2.2. Пробное распределение диссипативного фактора в недрах Марса

Колебания в твёрдых и жидких телах теряют механическую энергию из-за ряда диссипативных процессов, а само явление называется внутренним трением. Затухание собственных колебаний и поглощение сейсмических волн характеризуется безразмерным фактором добротности *Q*, который определяется дифференциальным уравнением:

$$-\frac{2\pi}{Q} = \frac{\tau}{E} \frac{dE}{dt} \; ,$$

где E – энергия, t – время, и  $\tau$  – период волны или колебания. Данные о диссипативных свойствах земных недр получены, в основном, по затуханию собственных колебаний Земли и поверхностных волн Лява и Рэлея, и объёмных поперечных и продольных сейсмических волн.

В среде, в которой наряду с диссипацией  $(Q_i^{-1})$  существенно рассеяние волн  $(Q_s^{-1})$ , полный диссипативный фактор  $(Q_t^{-1})$  равен  $Q_t^{-1} = Q_i^{-1} + Q_s^{-1}$ .

Вопрос о физических механизмах затухания – один из самых сложных в геофизике [Жарков, 2012]. Исследование диссипативных свойств земных недр



Рис. 2.1. Распределение плотности ρ, гравитационного ускорения g, модуля сжатия *К* и модуля сдвига μ (слева) и схема тестовой модели внутреннего строения Марса M\_50 (химический состав и значения радиуса и давления на границах раздела) (справа).

Модель	ρ <sub>кора</sub> кг∕м <sup>3</sup>	l <sub>кора</sub> КМ	Fe# мантия	Н <sub>ядро</sub> , мол. %	r <sub>ядро</sub> КМ	Р <sub>ядро</sub> (ГПа)	Fe/ Si	Fe в планете, вес. %	I/MR <sup>2</sup>	$k_2^S$
M_50	2900	50	20	70	1821	19.0	1.8	27.8	0.3639	0.162
M_100	2900	100	22	80	1870	18.4	1.9	29.5	0.3639	0.170

Таблица 2.1. Параметры тестовых моделей внутреннего строения Марса

Таблица 2.2. Модель M\_50 (значения плотности  $\rho$ , скоростей сейсмических волн Vp и Vs, и диссипативных функций Qp и Qs в сейсмической полосе частот по радиусу планеты r в формате, принятом для базы тестовых моделей проекта InSight).

<i>r</i> (м)	<i>р</i> (кг м <sup>-3</sup> )	<i>Vp</i> (км/с)	Vs (км/с)	Qp	Qs	<i>Vp</i> (км/с)	<i>Vs</i> (км/с)
0.00	6468.00	4581.00	0.00	57823.00	276.00	4581.00	0.00
169475.00	6458.00	4568.00	0.00	57823.00	276.00	4568.00	0.00
352846.90	6451.00	4558.00	0.00	57823.00	276.00	4558.00	0.00
536557.80	6440.00	4544.00	0.00	57823.00	276.00	4544.00	0.00
719929.80	6416.00	4511.00	0.00	57823.00	276.00	4511.00	0.00
903640.80	6376.00	4459.00	0.00	57823.00	276.00	4459.00	0.00
1087013.00	6329.00	4396.00	0.00	57823.00	276.00	4396.00	0.00
1270724.00	6257.00	4301.00	0.00	57823.00	276.00	4301.00	0.00
1454096.00	6157.00	4166.00	0.00	57823.00	276.00	4166.00	0.00
1637468.00	6027.00	3994.00	0.00	57823.00	276.00	3994.00	0.00
1821178.00	5859.00	3770.00	0.00	57823.00	276.00	3770.00	0.00
1821178.00	4050.00	9691.00	5194.00	57823.00	276.00	9691.00	5194.00
1831686.00	4048.00	9682.00	5191.00	57823.00	276.00	9682.00	5191.00
1842532.00	4047.00	9674.00	5187.00	57823.00	276.00	9674.00	5187.00
1853040.00	4045.00	9666.00	5184.00	57823.00	276.00	9666.00	5184.00
1863547.00	4043.00	9657.00	5181.00	57823.00	276.00	9657.00	5181.00
1874393.00	4041.00	9649.00	5178.00	57823.00	276.00	9649.00	5178.00
1884901.00	4040.00	9641.00	5174.00	57823.00	276.00	9641.00	5174.00
1895747.00	4038.00	9633.00	5171.00	57823.00	276.00	9633.00	5171.00
1906255.00	4036.00	9625.00	5168.00	57823.00	276.00	9625.00	5168.00
1917101.00	4035.00	9617.00	5165.00	57823.00	276.00	9617.00	5165.00
1917101.00	4035.00	9617.00	5165.00	57823.00	276.00	9617.00	5165.00
1921508.00	4028.00	9594.00	5151.00	57823.00	276.00	9594.00	5151.00
1925914.00	4021.00	9572.00	5136.00	57823.00	276.00	9572.00	5136.00
1930320.00	4014.00	9550.00	5122.00	57823.00	276.00	9550.00	5122.00
1934727.00	4007.00	9528.00	5107.00	57823.00	276.00	9528.00	5107.00
1939133.00	4000.00	9506.00	5093.00	57823.00	276.00	9506.00	5093.00
1943539.00	3993.00	9484.00	5079.00	57823.00	276.00	9484.00	5079.00
1947946.00	3986.00	9462.00	5065.00	57823.00	276.00	9462.00	5065.00
1952352.00	3979.00	9440.00	5050.00	57823.00	276.00	9440.00	5050.00
1956758.00	3973.00	9418.00	5036.00	57823.00	276.00	9418.00	5036.00
1956758.00	3973.00	9418.00	5036.00	57823.00	276.00	9418.00	5036.00
1983536.00	3962.00	9401.00	5033.00	57823.00	276.00	9401.00	5033.00
2010313.00	3951.00	9385.00	5031.00	57823.00	276.00	9385.00	5031.00
2037090.00	3940.00	9368.00	5028.00	57823.00	276.00	9368.00	5028.00
2063867.00	3930.00	9352.00	5026.00	57823.00	276.00	9352.00	5026.00

2090983.00	3919.00	9335.00	5023.00	57823.00	276.00	9335.00	5023.00
2117760.00	3908.00	9318.00	5021.00	57823.00	276.00	9318.00	5021.00
2144537.00	3898.00	9302.00	5018.00	57823.00	276.00	9302.00	5018.00
2171314.00	3887.00	9285.00	5016.00	57823.00	276.00	9285.00	5016.00
2189617.00	3880.00	9274.00	5014.00	57823.00	276.00	9274.00	5014.00
2191312.00	3879.00	9273.00	5014.00	57823.00	143.00	9273.00	5014.00
2198091.00	3877.00	9269.00	5013.00	57823.00	143.00	9269.00	5013.00
2198091.00	3877.00	9269.00	5013.00	57823.00	143.00	9269.00	5013.00
2214699.00	3804.00	9067.00	4878.00	57823.00	143.00	9067.00	4878.00
2251645.00	3644.00	8624.00	4583.00	57823.00	143.00	8624.00	4583.00
2251645.00	3643.00	8624.00	4583.00	57823.00	143.00	8624.00	4583.00
2264186.00	3640.00	8611.00	4579.00	57823.00	143.00	8611.00	4579.00
2417730.00	3601.00	8444.00	4526.00	57823.00	143.00	8444.00	4526.00
2571275.00	3561.00	8275.00	4474.00	57823.00	143.00	8275.00	4474.00
2724819.00	3521.00	8106.00	4421.00	57823.00	143.00	8106.00	4421.00
2728548.00	3519.00	8097.00	4418.00	57823.00	143.00	8097.00	4418.00
2731937.00	3518.00	8094.00	4417.00	57823.00	80.00	8094.00	4417.00
2878703.00	3481.00	7935.00	4367.00	57823.00	80.00	7935.00	4367.00
3032247.00	3441.00	7763.00	4313.00	57823.00	80.00	7763.00	4313.00
3145456.00	3410.00	7633.00	4272.00	57823.00	80.00	7633.00	4272.00
3152235.00	3409.00	7626.00	4270.00	57823.00	600.00	7626.00	4270.00
3185791.00	3400.00	7587.00	4258.00	57823.00	600.00	7587.00	4258.00
3339335.00	3358.00	7411.00	4202.00	57823.00	600.00	7411.00	4202.00
3339335.00	2995.00	7124.00	4002.00	57823.00	600.00	7124.00	4002.00
3340013.00	2996.00	7124.00	4002.00	57823.00	600.00	7124.00	4002.00
3340352.00	2996.00	7124.00	4002.00	57823.00	600.00	7124.00	4002.00
3341030.00	2996.00	7125.00	4003.00	57823.00	600.00	7125.00	4003.00
3342047.00	2995.00	7125.00	4003.00	57823.00	600.00	7125.00	4003.00
3343064.00	2993.00	7125.00	4003.00	57823.00	600.00	7125.00	4003.00
3344081.00	2992.00	7126.00	4004.00	57823.00	600.00	7126.00	4004.00
3345437.00	2991.00	7126.00	4004.00	57823.00	600.00	7126.00	4004.00
3348487.00	2990.00	7128.00	4006.00	57823.00	600.00	7128.00	4006.00
3358317.00	2988.00	7132.00	4010.00	57823.00	600.00	7132.00	4010.00
3369841.00	2987.00	7140.00	4020.00	57823.00	600.00	7140.00	4020.00
3373230.00	2985.00	7144.00	4024.00	57823.00	600.00	7144.00	4024.00
3375264.00	2982.00	7146.00	4026.00	57823.00	600.00	7146.00	4026.00
3377976.00	2971.00	7148.00	4028.00	57823.00	600.00	7148.00	4028.00
3380010.00	2944.00	6749.00	3771.00	57823.00	600.00	6749.00	3771.00
3381026.00	2920.00	5948.00	3255.00	57823.00	600.00	5948.00	3255.00
3381365.00	2903.00	5681.00	3083.00	57823.00	600.00	5681.00	3083.00
3382043.00	2883.00	5147.00	2739.00	57823.00	600.00	5147.00	2739.00
3382382.00	2858.00	4880.00	2567.00	57823.00	600.00	4880.00	2567.00
3383060.00	2829.00	4347.00	2223.00	57823.00	600.00	4347.00	2223.00
3383399.00	2793.00	4080.00	2051.00	57823.00	600.00	4080.00	2051.00

3384077.00	2751.00	3688.00	1856.00	57823.00	600.00	3688.00	1856.00
3384416.00	2701.00	3504.00	1771.00	57823.00	600.00	3504.00	1771.00
3385094.00	2642.00	3137.00	1602.00	57823.00	600.00	3137.00	1602.00
3385433.00	2573.00	2953.00	1517.00	57823.00	600.00	2953.00	1517.00
3386111.00	2492.00	2586.00	1347.00	57823.00	600.00	2586.00	1347.00
3386450.00	2397.00	2402.00	1263.00	57823.00	600.00	2402.00	1263.00
3387127.00	2287.00	2035.00	1093.00	57823.00	600.00	2035.00	1093.00
3387466.00	2160.00	1852.00	1008.00	57823.00	600.00	1852.00	1008.00
3388144.00	2014.00	1484.00	839.00	57823.00	600.00	1484.00	839.00
3388483.00	1950.00	1300.00	754.20	57823.00	600.00	1301.00	754.20
3388995.00	1850.00	933.00	584.00	57823.00	600.00	933.00	584.00
3389300.00	1800.00	750.00	450.00	57823.00	1000.00	750.00	450.00
3389420.00	1750.00	600.00	350.00	57823.00	1000.00	600.00	350.00
3389470.00	1730.00	500.00	300.00	57823.00	1000.00	500.00	300.00
3389480.00	1710.00	420.00	270.00	57823.00	1000.00	420.00	270.00
3389490.00	1690.00	330.00	190.00	57823.00	1000.00	330.00	190.00
3389500.00	1665.00	265.00	150.00	57823.00	1000.00	265.00	150.00



Рис. 2.2. Модельные распределения температуры в недрах Марса и Земли как функция давления (или глубины, соответственно, для Марса и Земли): геотерма представлена жирными точками [Жарков, 2012]; ареотерма: сплошная линия [Zharkov и др., 2009]; пунктирные линии: 1 – горячий и 2 – холодные профили [Verhoeven и др., 2005]; точечные линии [Plesa и др., 2016].



Рис. 2.3. Распределение диссипативного фактора  $Q_{\mu}(l)$  в коре и верхней мантии Земли в модели QLM9 (сплошная линия) и функции  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  для прилива второго порядка для модели Марса М 50 (Таблица 2.1) в зависимости от глубины.

проводится по трем направлениям: сопоставляя лабораторные и геофизические данные по поглощению упругих колебаний в горных породах [Jackson, 2015], просвечиванием Земли сейсмическими волнами [Romanowicz, Mitchell, 2015] и изучением длиннопериодных колебаний Земли [Zharkov и др., 1996]. В центре исследований стоит вопрос о частотной зависимости диссипативного фактора  $Q_i$ . Суждения о вкладе рассеяния сейсмических волн  $Q_s$  в полный диссипативный фактор Марса  $Q_t$  пока что откладываются до выполнения первого успешного сейсмического эксперимента Марса.

Для Марса существует единственное ограничение, которое накладывают данные наблюдений на распределение диссипативного фактора недр Марса  $Q_{\mu}(l)$ , это данные о приливном запаздывании его спутника Фобоса [Жарков, Гудкова, 1993; Zharkov, Gudkova, 1997]. В диссипативной среде, каковой являются недра Марса, физические параметры, входящие в задачу:  $Q_{\mu}(l)$ , модуль сдвига  $\mu(l)$  и приливное число Лява планеты  $k_2$  являются функциями частоты (период вращения Фобоса вокруг Марса,  $T_{2Ph} = 5.55$  ч =2 х 10<sup>4</sup> с, период солнечного прилива  $T_{2S} = 12$  ч 19 мин  $\approx 4.434$  х 10<sup>4</sup> с). Подробно эта задача разобрана в работе [Жарков, Гудкова, 2005]. В работе [Жарков и др., 2017], чтобы продвинуться дальше в изучении этого вопроса, в качестве пробного нулевого приближения принимается некоторое распределение  $Q_{\mu}(l)$  в Земле до глубины  $l \leq 670$  км, адаптированное к условиям в недрах Марса.

В Земле наиболее неоднородной зоной является наружный слой планеты – кора, верхняя мантия и переходная зона. Если сравнить структуру гравитационных полей Марса и Земли [Жарков, Гудкова, 2016], то можно заключить, что наружный слой Марса еще в большей степени неоднороден, чем это имеет место в Земле [Жарков, 2012]. В случае Марса, в преддверии первого сейсмического эксперимента речь может идти только о построении некоторого модельного гипотетического распределения  $Q_{\mu}(l)$ , в нулевом приближении, которое по мере появления данных будет улучшаться.
Для ясности приведем соответствующие сведения из физики Земли. Верхняя мантия Земли имеет заметное региональное строение, в Земле величина  $Q_{\mu}(l)$  может существенно зависеть от угловых координат (широты и долготы). Распределение  $Q_{\mu}(l)$  принятое в глобальной модели Земли PREM [Dziewonski, Anderson, 1981] усреднено по латерали.

Приведем несколько примеров. В работе [Hwang, Ritsema, 2011], на основе анализа большого объема короткопериодных сейсмических данных, была построена новая модель распределения диссипативного фактора для поперечных волн  $Q_{\mu}(l)$  в нижней мантии Земли – QL6. Среднее значение  $Q_{\mu}$  нижней мантии в модели QL6 равно 516, что примерно в полтора раза больше значения  $Q_{\mu}$  в модели PREM. Частотная зависимость  $Q_{\mu}$  в виде  $Q = Q_0 \omega^n$  ( $\omega$  – круговая частота) позволяет объяснить различие между значением  $Q_{\mu} = 312$  в PREM и средним значением  $Q_{\mu}$  в новой модели (516), если положить  $n \approx 0.1$ .

Второй пример относится к построению глобальной трехмерной модели затухания верхней мантии QRFSI12. Модель построена путем измерения амплитуд основной моды поверхностных волн Рэлея в диапазоне периодов 50–250 с. Измерения выполнялись на следующих 9 периодах: 50; 75; 100; 125; 150; 175; 200; 225 и 250 с. Использовалось более чем 30 тысяч измерений амплитуд на каждом из перечисленных выше периодах.

Четыре разных фактора влияют на аномалии амплитуд: собственное затухание  $Q_{\mu}$  вдоль пути волны, эффекты фокусировки и дефокусировки вдоль пути луча из-за неоднородности упругих свойств среды, неопределенности амплитуд излучения источника, и неопределенности отклика сейсмических станций, которые регистрируют сигнал. Методика выделения всех четырех эффектов была разработана в работе [Dalton, Ekström, 2006] и использована в работе [Dalton и др., 2008] при построении новой крупномасштабной трехмерной модели затухания верхней мантии QRFSI12.

Название модели отражает то, что речь идет о затухании (Q), которое волн (R), определяется по амплитудам релеевских с учетом эффектов фокусировки (F), свойств источника (S-source), И регистрирующих инструментов (I) и что латерально, при количественном описании результатов, производится разложение по сферическим функциям до 12 степени включительно. Наружные слои верхней мантии Земли имеют заметные региональные различия. Поэтому встал вопрос об определении трехмерной функции  $Q_{\mu}(l,\theta,\varphi)$ , где  $\theta$  – полярное расстояние, а  $\varphi$  – долгота. В работе [Dalton и др., 2008] как раз и была предпринята попытка построить крупномасштабную, трехмерную, диссипативную модель верхней мантии, то есть определить для нее функцию  $Q_{\mu}(l,\theta,\varphi)$ .

Согласно лабораторным экспериментам [Jackson, 2015] функция  $Q_{\mu}(l,\theta,\varphi)$ зависит от многих физических параметров – в первую очередь от частоты, размеров зерен поликристаллической мантии, ее температуры и некоторых других. Если принять степенную зависимость  $Q_{\mu}$  от периода с показателем степени n = 0.25, то при изменении периода от 50 до 250 с  $Q_{\mu}$  уменьшится в 1.5 раза. Если выбрать за опорный период 125 с, то для волн с периодом 50 с  $Q_{\mu}$  будет на 25 % больше, чем  $Q_{\mu}$  для опорного периода, а для периода в 250 с  $Q_{\mu}$  будет на 19 % меньше, чем  $Q_{\mu}$ для опорного периода. Внутри интервала периодов 50–250 с отклонения от значения  $Q_{\mu}$  для опорного периода будут меньше. Таким образом, если в верхней мантии реально имеет место отмеченная выше зависимость  $Q_{\mu}$  от периода, а при моделировании эта зависимость не учитывается, то тем самым результат может содержать некоторую неопределенность в пределах до ~20 %.

Наиболее важной особенностью в распределении диссипативной функции  $Q_{\mu}(l,\theta,\phi)$  в верхней мантии Земли является ее глубокий минимум на глубинах ~80–220 км. Волны с периодами от 50 до 150 с весьма чувствительны к распределению  $Q_{\mu}$  на отмеченных выше глубинах. Переходная зона мантии зондируется волнами с более длинными периодами ~175–250 с.

Глобально усредненные профили функции затухания, в первом приближение, обнаруживают одни и те же особенности: сильное нарастание затухания на глубинах, примерно, 100 км, резкий спад затухания к заметно меньшим значениям на глубинах 200–250 км, и постепенное уменьшение затухания до глубины ~450 км.

В трехмерной модели затухания QRFSI12 хорошо прослеживается заметная региональная направленность в регионально усредненных вертикальных профилях затухания. Согласно модели глобальной тектонической регионализации GTR1 [Jordan, 1981], поверхность Земли разделена на три океанических региона, которые различаются по возрасту океанического дна (0–25 млн лет, 25–100 млн лет и >100 млн лет) и три континентальных региона в соответствии с их тектоническим поведением на протяжении фанерозоя (фанерозойские орогенные зоны и магматические пояса; платформы, перекрытые невозмущенным фанерозойским чехлом; и архейские и протерозойские щиты и платформы).

В верхнем слое мощностью 200 км наиболее сильным затуханием из всех шести регионов выделяются молодые океаны и, в общем, затухание уменьшается с возрастом океанического дна, в частности на глубинах, меньших 200 км. На континентах орогенные зоны и магматические пояса характеризуются более сильным затуханием, чем докембрийские щиты и платформы. Глубже примерно ~200–250 км все шесть тектонических регионов различаются по своим диссипативным свойствам заметно слабее.

Модель QRFSI12 характеризуется большими латеральными вариациями затухания в верхней мантии, от ± 60 % до ± 100 %, и хорошо согласуется с особенностями поверхностной тектоники на глубинах меньших 200 км. Результаты исследований разрешающей способности метода, использованного в работе [Dalton и др., 2008] подтверждают основной результат работы, согласно которому изменение картины затухания, которое происходит выше и глубже 200 км, и что это может быть надежно выявлено по записям амплитуд фундаментальной рэлеевской моды.

Ясно, что проблема физической интерпретации сейсмических данных очень сложна, так как они могут зависеть от температуры, состава, частичного плавления, содержания примеси воды, размеров зерен и некоторых других параметров. Поэтому решение этой задачи не является единственным. Тем не менее, используя данные работы [Faul, Jackson, 2005], авторы работы [Dalton и др., 2009] полагают, что им удалось согласовать сейсмические данные для океанических регионов с лабораторными данными, считая, что определяющим является зависимость от температуры. Под старыми континентальными регионами достигнуть согласования между сейсмическими и лабораторными данными для глубин <250 км в работе [Dalton и др., 2009] не удалось. Они предполагают, что различие в составе основных элементов или в содержании воды в океанической и континентальной верхней мантии в интервале глубин 150-250 км позволило бы объяснить наблюдения и возможно, что оно обусловлено различием в границе литосфера-астеносфера.

Вопрос о предполагаемых значениях диссипативного фактора марсианских недр с физических позиций обсуждался в работе [Lognonné, Mosser, 1993], в которой за исходное было принято распределение  $Q_{\mu}$  в стандартной модели Земли PREM и рассматривалось, как это распределение будет трансформироваться при переходе к предполагаемым физическим условиям в недрах Марса. Влияние неупругости недр на приливы в Марсе и чандлеровское колебание планеты рассматривалось в работах [Жарков, Гудкова, 1993; Zharkov, Gudkova, 1997; Жарков, Молоденский, 1994; Zharkov, Molodensky, 1996].

В работе [Nimmo, Faul, 2013] «Диссипация на приливном и сейсмических периодах в свободном от следов плавления сухом Марсе» авторы исходили из соответствующих лабораторных данных для оливина [Jackson, Faul, 2010]. В результате они пришли к заключению: «Пробное сейсмическое значение  $Q_{\mu}$  в мантии Марса равно примерно 130 и почти не зависит от глубины».

В работе [Жарков и др., 2017] при выборе пробного распределения  $Q_{\mu}(l)$  в недрах Марса авторы старались учесть как данные лабораторных экспериментов, так и опыт изучения этой задачи для Земли.

40

На плоскости Р – Т (Рис. 2.2) показана полоса пробных ареотерм [Verhoeven и др., 2005; Zharkov и др., 2009; Plesa и др., 2016] и земная геотерма [Жарков, 2012]. Видно, что ареотермы и земная геотерма похожи и достаточно близки. Исходя из этого, предполагается, что структура  $Q_{\mu}(l)$  в Марсе топологически должна быть похожа на таковую для Земли.

В качестве нулевого приближения распределения функций  $Q_{\mu}(l)$  в работе принято четырехслойное кусочно-постоянное распределение  $Q_{\mu}(l)$  из модели QLM9 [Lawrence, Wysession, 2006], перекрывающее весь интервал давлений в силикатной оболочке Марса (Рис. 2.3). Это распределение основано на короткопериодных сейсмических данных в интервале периодов 5–55 с фаз волн ScS и S. Значения  $Q_{\mu}$  в первых трех слоях совпадают со значениями из модели PREM, в четвертом слое модели QLM9 значения  $Q_{\mu}$  несколько больше, чем это принято в PREM. Задача заключается в выяснении насколько  $Q_{\mu}(l)$ , показанное на рисунке 2.3, согласуется с данными о приливном запаздыванием Фобоса, если в степенной зависимости  $Q_{\mu}(l)$  показатель степени лежит в интервале  $n \sim 0.1-0.3$ .

Средний диссипативный фактор Марса  $\overline{Q}_{t_2}$  связан с величинами, которые определяются из наблюдений известной формулой [Жарков, Гудкова, 2005]

$$\frac{Q_{t_2}}{k_2} = 4.5 \frac{nm}{na} (\frac{G}{aM})^{1/2} (\frac{R}{a})^5, \qquad (2.4)$$

где  $k_2$  – приливное число Лява, *m* и *M* – массы Фобоса и Марса, *G* – гравитационная постоянная, *R* – средний радиус Марса, *a* – радиус орбиты Фобоса,  $\dot{a}$  – производная по времени,  $\dot{n}$  – вековое ускорение среднего движения, величина  $\overline{Q}_{t_2}$ , как и  $k_2$ , зависит от частоты. Период рассматриваемой приливной волны равен  $T_{2Ph} = 2\pi/2(n-\dot{\theta}) = 5.55$  ч, где  $\dot{\theta}$  – угловая скорость вращения Марса. Из данных приведенных в обзоре [Yoder, 1995] было получено [Жарков, Гудкова, 2005]

$$\frac{\overline{Q}_{t_2}}{k_2} = 559.$$
 (2.5)

Оказалось, что различие  $k_2$  для периодов 5.55 ч и 12.19 ч незначительно.

Подставляя в (2.5)  $k_2=0.149\pm0.017$  [Yoder и др., 2003] было получено  $\overline{Q}_{t_2} = 83.3\pm9.5$ . С тех пор точность определения  $k_2$  постепенно возрастает (см. Таблица 2.3). При расчете тестовой модели для  $k_2$  было принято значение 0.17 и соответственно  $\overline{Q}_{t_2} \sim 92.5$ .

В стандартной модели Земли PREM в интервале периодов от 1с до 1ч  $Q_{\mu}$  постоянно. Этому случаю отвечает логарифмическая функция крипа (модель Ломница) [Жарков, 2012], а выражение динамического модуля сдвига  $\mu_0(\sigma)$  имеет вид [Акопян и др., 1977]

$$\mu_0(\sigma) = \mu(\infty) \left[ 1 + \frac{2}{\pi Q_{\mu}} (\ln \frac{\sigma}{\alpha} + 0.572) \right].$$
(2.6)

Для горных пород  $\alpha \sim 10^3$  Гц. Для отношения модулей  $\mu_0(\sigma)$  на частотах  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  получаем

$$\frac{\mu_0(\sigma_2)}{\mu_0(\sigma_1)} = 1 - \frac{2}{\pi Q_{\mu}} \ln \frac{\sigma_1}{\sigma_2}.$$
(2.7)

В области длинных периодов (приливы, чандлеровское колебание) имеет место слабая зависимость  $Q_{\mu}$  от частоты [Zharkov, Molodensky, 1979; Молоденский, Жарков, 1982; Anderson, Minster, 1979; Smith, Dahlen, 1981].

Наиболее простой путь получить  $Q_{\mu}$ , слабо зависящую от частоты, – это описать феноменологически совокупность неупругих процессов в высокотемпературной мантии Марса или Земли с помощью степенной функции крипа, которая относится к стадии неустановившейся ползучести [Акопян и др., 1977; Молоденский, Жарков, 1982]

$$\varphi(t) = \frac{\beta_0}{\mu} e^{-\frac{E}{kT}} (\frac{t}{\tau_0})^n = ct^n,$$
(2.8)

где t – время,  $\mu$  – модуль сдвига,  $\beta_0$  – безразмерная константа материала, E – энергия активации для микроползучести,  $\tau_0$  – константа с размерностью времени, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура. Показатель n в (2.8) лежит в интервале ~0.1–0.2. При оценке затухания чандлеровского колебания Земли полагают  $n \approx 0.15$  [Жарков, Гудкова, 1993; Молоденский, Жарков, 1982; Smith, Dahlen, 1981].

В этом случае выражения для динамического модуля сдвига  $\mu_0(\sigma)$ , аналогичные (2.6) и (2.7), имеют вид [Акопян и др., 1977; Жарков, 2012]

$$\mu_0(\sigma) = \mu(\infty) \left[ 1 - \frac{1}{Q_\mu(\sigma)} ctg(\frac{n\pi}{2}) \right],\tag{2.9}$$

где  $\mu(\infty)$  - высокочастотный модуль сдвига, и

$$\frac{\mu_0(\sigma_2)}{\mu_0(\sigma_1)} = 1 - \frac{1}{Q_{\mu}(\sigma_1)} \left[ \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^n - 1 \right] ctg \frac{n\pi}{2}.$$
(2.10)

Соответствующая формула для диссипативного фактора имеет вид

$$Q_{\mu}(\sigma_2) = Q_{\mu}(\sigma_1) \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^n \tag{2.11}$$

Ответ на вопрос о том, в каком интервале периодов следует пользоваться для динамического модуля сдвига формулой (2.6), а в каком – (2.9), в настоящее время не известен.

В данной работе в интервале от 1 с до 1 ч используется модель Ломница, формулы (2.6) и (2.7) для динамического модуля сдвига  $\mu_0(\sigma)$ . В интервале периодов от 1 ч до 5.55 ч используются формулы (2.10) и (2.11), относящиеся к стадии неустановившейся ползучести. Обозначим через  $\sigma_1$  частоту, соответствующую периоду равному 1ч=3.6x10<sup>3</sup> с. Частоту основной фобосовской приливной волны на Марсе, соответствующую периоду равному ~2x10<sup>4</sup> с, обозначим через  $\sigma_2$ . Формула (2.10) позволяет оценить уменьшение модуля сдвига при переходе от частоты  $\sigma_1$  к  $\sigma_2$  (см. Таблица 2.4).

Числа Лява являются функционалами от распределений упругих модулей  $\mu_0(r)$ ,  $K_0(r)$  и плотности  $\rho_0(r)$ . Вариации приливных чисел Лява k и h, и угол запаздывания прилива от Фобоса  $\varepsilon_2$  даются интегралами [Молоденский, 1976; Жарков, Гудкова, 2005]

$$\delta h = \int_{0}^{1} \left\{ \frac{h_{\mu}\mu_{0}}{Q_{\mu}} + \frac{h_{\kappa}K_{0}}{Q_{\kappa}} \right\} dx, \\ \delta k = \int_{0}^{1} \left\{ \frac{k_{\mu}\mu_{0}}{Q_{\mu}} + \frac{k_{\kappa}K_{0}}{Q_{\kappa}} \right\} dx, \\ \varepsilon_{2} = \frac{1}{2\bar{Q}_{t_{2}}} = \frac{1}{k_{2}} \int_{x_{c}}^{1} k_{\mu}(x) \frac{\mu_{0}(x)}{Q_{\mu}(x,\sigma_{t})} dx$$
(2.12)

где x=r/R,  $x_c$  – радиус ядра,  $h_{\mu}$ ,  $h_K$ ,  $k_{\mu}$  и  $k_K$  – функциональные производные чисел Лява k и h по модулям сдвига  $\mu$  и объемного сжатия K, которые для каждой модели можно рассчитать численно. Из-за того что  $Q_K >> Q_{\mu}$ , в (2.12) вторые слагаемые можно опустить. Эти производные в (2.12), умноженные на соответствующие модули упругости, выступают как весовые функции и определяют распределение упругой энергии приливов в недрах планеты.

Удобно для весовых функций в (2.12) ввести специальные обозначения  $\alpha_1 = k_\mu \mu_0, \beta_1 = k_K K_0, \alpha_2 = h_\mu \mu_0, \beta_2 = h_K K_0.$ 

На рисунке 2.3 приведены весовые функции  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  для прилива второго порядка в зависимости от глубины, которые определены по распределению упругих параметров в модели внутреннего строения Марса М\_50 (Рис. 2.1) и определяют вклад значений  $Q_{\mu}$  и  $Q_K$  *i*-го слоя в наблюдаемое значение диссипативного фактора  $\overline{Q}_{i_2}$ .

Значения интеграла от функции  $\alpha_1$  по слоям для модели M\_50 составляет: 6.8x10<sup>-3</sup> (0–244 км), 1.95x10<sup>-2</sup> (244–660 км), 4.4x10<sup>-2</sup>(660–1200 км) и 5.0x10<sup>-2</sup> (1200– 1569 км), что в долях соответствует 0.056, 0.162, 0.367 и 0.415, соответственно. Значения интеграла от функции  $\alpha_1$  по слоям для модели M\_100 составляет: 7.6x10<sup>-3</sup> (0–244 км), 2.16x10<sup>-2</sup> (244–660 км), 4.87x10<sup>-2</sup>(660–1200 км) и 4.76x10<sup>-2</sup> (1200–1569 км), что в долях соответствует 0.061, 0.172, 0.388 и 0.379, соответственно.

Распределение исходного пробного диссипативного фактора  $Q_{\mu}(l)$  в коре и верхней мантии Земли показано на рисунке 2.3. Наружный слой Земли разделяется по глубине на четыре зоны: (0–80 км),  $Q_{\mu}$  =600; (80–220 км),  $Q_{\mu}$  =80; (220–400 км),  $Q_{\mu}$  =143 и (400–670 км),  $Q_{\mu}$  =276. На рисунке 2.3 показано, как эти данные соотносятся с глубинами Марса: 0–244 км, 244–660 км, 660–1200 км, и от 1200 км до границы ядро-мантия 1569 км. Распределение диссипативного фактора, приведенное на рисунке 2.3, основано на короткопериодных сейсмических данных в интервале периодов 5–55с фаз волн ScS и S.

<i>k</i> <sub>2</sub>	$\overline{Q}_{t_2}$	$\overline{Q}_{t_2}/k_2$	Ссылки
0.152±0.009	82.8±0.2	545	Jacobson [2010]
0.183±0.009	99.5±4.9	544	Jacobson, Lainey [2014]
0.169±0.006	91.9±3.3	544	Konopliv и др. [2016]

Таблица 2.3. Параметры  $k_2$  и  $\overline{Q}_{t_2}$ .

Таблица 2.4. Значения диссипативного фактора Фобоса  $\overline{Q}_{t_2}$  для пробной модели распределения  $Q_{\mu}(l)$  в Марсе при переходе от 1 ч к 5.5 ч и значениях n = 0.1 и 0.3 в формулах (2.10) и (2.11).

n	0.1				0.3			
$Q(\sigma_1)$	600	80	143	276	600	80	143	276
$Q(\sigma_2)$	505	67.4	120.5	232.5	359	47.8	85.5	165
$\mu(\sigma_2)/\mu(\sigma_1)$	0.998	0.998	0.985	0.984	0.992	0.991	0.996	0.995
$\overline{Q}_{t_2}$ (M_50)	96.2				68.3			
$\overline{Q}_{t_2}$ (M_100)	89.9				63.8			

Результаты расчета при преобразовании исходного распределения  $Q_{\mu}(l)$  в сейсмической полосе периодов к фобосовскому периоду 5.55 ч приведены в Таблице 2.4 для двух значений показателя степени n=0.1 и 0.3.

В Таблице 2.4 приведены значения диссипативного фактора  $Q_{\mu}(l)$  в четырех слоях исходной предварительной модели при переходе к искомой предварительной модели распределения  $Q_{\mu}(l)$  в силикатной оболочке Марса. Значения  $\overline{Q}_{l_2}$  для моделей внутреннего строения Марса М\_50 и М\_100 – 96.2 и 89.9 – оказались достаточно близки к наблюдаемому значению 91.9±3.3 в Таблице 2.3 при n=0.1. Для варианта n=0.3 расхождение с наблюдаемым значением оказалось довольно значительным. При всех имеющихся неопределенностях в рассматриваемой задаче, в качестве первого шага, можно предложить распределение  $Q_{\mu}(l)$  для сейсмической полосы периодов на Марсе, приведенное в верхней строке Таблицы 2.4 при n=0.1. Эту модель пробного распределения  $Q_{\mu}(l)$  на Марсе назовем М QML9.

## 2.3. Расчет спектра крутильных и сфероидальных колебаний

К сожалению, сейсмичность Марса до сих пор остается неизвестной. В ряде работ предпринимались попытки на основании косвенных данных оценить сейсмичность планеты [Phillips, Grimm, 1991; Golombek и др., 1992; Knapmeyer и др., 2006]. По предварительным оценкам предполагается, что могут происходить сейсмические события достаточной магнитуды, чтобы возбудить собственные колебания высоких номеров.

собственных колебаний Периоды планеты являются ee важными физическими характеристиками. И если в течение сейсмического эксперимента SEIS миссии InSight [Panning и др., 2017] будет зарегистрировано событие с достаточно низким номером собственного периода, то это заметно продвинет определения внутреннего строения распределения задачу планеты И диссипативного фактора.

Важным свойством собственных колебаний, является то, что с ростом номера колебаний, они вытесняются к поверхности, и могут наблюдаться как поверхностные сейсмические волны. В связи с этим, важное значение может иметь распределение скоростей сейсмических волн вблизи поверхности. В работе [Babeiko, Zharkov, 2000] было отмечено, что в марсианской коре, возможно, существует слой пониженных скоростей.

Представляется полезным привести выборочные значения периодов собственных колебаний (Таблицы 2.5 и 2.6) и оценки времени их затухания (см. п. 2.4). Методика численного расчета в применении к рассматриваемому случаю описана в работах [Gudkova, Zharkov, 1996 a, 6].

Функции, пропорциональные вертикальным смещениям сфероидальных колебаний  $_0U_l(r)$  и горизонтальным смещениям крутильных колебаний  $_0W_l(r)$  для модели внутреннего строения Марса М\_50 показаны на рисунке 2.4. На рисунке 2.4 на поверхности Марса амплитуды этих функций нормированы на единицу. Качественно собственные тона зондируют те области спутника, где смещения  $\geq 0.3$  (сплошная горизонтальная линия на рисунке 2.4).

## 2.4. Затухание крутильных колебаний

Пусть  $k_0$  – безразмерные собственные частоты крутильных колебаний, отвечающие распределению безразмерной плотности  $\rho_0(x)$  и безразмерному модулю сдвига  $\mu_0(x)$  в недрах Марса. Тогда при переходе к какой-либо другой близкой модели  $\rho(x) = \rho_0(x) + \Delta \rho(x)$ ,  $\mu(x) = \mu_0(x) + \Delta \mu(x)$ , получаются новые значения частот крутильных колебаний  $k = k_0 + \Delta k$ . При  $\Delta \rho \ll \rho_0$ ,  $\Delta \mu \ll \mu_0$ , тогда имеем [Жарков и др., 1969]

$$\Delta k = \sum_{i=1}^{S} [k_{\rho i} \Delta \rho_i + k_{\mu i} \Delta \mu_i], \qquad (2.13)$$



Рис. 2.4. Функции  ${}_{0}U_{l}$ , пропорциональные вертикальным смещениям сфероидальных колебаний (верх) и горизонтальным смещениям крутильных колебаний  ${}_{0}W_{l}$  (низ) для основного тона, n=2-200 как функция глубины. На поверхности  ${}_{0}U_{l}$  и  ${}_{0}W_{l}$  нормированы на единицу.

l	<i>j</i> =0	<i>j</i> =1	<i>j</i> =2	<i>j</i> =3	<i>j</i> =4	<i>j</i> =5
2	44.37	18.84	13.25	7.77	7.07	5.81
3	27.68	13.83	10.93	6.74	6.28	5.31
4	19.54	11.35	9.23	6.24	5.42	4.80
5	14.95	9.94	7.93	5.76	4.78	4.38
6	12.11	8.96	6.93	5.30	4.33	4.02
7	10.24	8.12	6.16	4.89	4.03	3.71
8	8.96	7.36	5.56	4.53	3.81	3.45
9	8.05	6.65	5.08	4.22	3.61	3.23
10	7.35	6.03	4.69	3.96	3.42	3.04
20	4.06	2.98	2.85	2.45	2.21	2.02
30	2.82	2.08	1.98	1.83	1.66	1.54
40	2.16	1.65	1.47	1.35	1.26	1.18
50	1.75	1.36	1.24	1.14	1.07	1.01
60	1.48	1.17	1.07	0.99	0.94	0.89
70	1.28	1.02	0.94	0.88	0.83	0.79
80	1.13	0.91	0.84	0.79	0.75	0.72
90	1.01	0.81	0.76	0.71	0.66	0.61
100	0.91	0.74	0.69	0.65	0.62	0.58
200	0.48	0.39	0.37	0.37	0.37	0.37

Таблица 2.5. Периоды основных тонов и пяти первых обертонов сфероидальных колебаний для модели Марса М\_50 с толщиной коры 50 км (мин)

l	<i>j</i> =0	<i>j</i> =1	<i>j</i> =2	<i>j</i> =3	<i>j</i> =4	<i>j</i> =5
2	32.69	9.84	5.49	3.722	2.83	2.28
3	21.00	8.89	5.33	3.67	2.80	2.27
4	15.91	7.97	5.13	3.60	2.77	2.26
5	12.96	7.14	4.90	3.53	2.74	2.24
6	11.01	6.45	4.66	3.45	2.70	2.22
7	9.60	5.88	4.42	3.36	2.65	2.19
8	8.52	5.40	4.17	3.26	2.61	2.16
9	7.68	5.01	3.94	3.15	2.55	2.13
10	6.99	4.67	3.72	3.05	2.50	2.10
20	3.73	2.87	2.43	2.12	1.90	1.72
30	2.57	2.09	1.84	1.65	1.50	1.37
40	1.96	1.65	1.48	1.35	1.25	1.16
50	1.59	1.36	1.24	1.15	1.07	1.01
60	1.34	1.16	1.07	1.00	0.94	0.89
70	1.16	1.01	0.94	0.88	0.83	0.79
80	1.02	0.90	0.84	0.79	0.75	0.72
90	0.92	0.81	0.76	0.72	0.68	0.65
100	0.83	0.74	0.69	0.66	0.63	0.60
200	0.44	0.39	0.37	0.36	0.35	0.33

Таблица 2.6. Периоды основных тонов и пяти первых обертонов крутильных колебаний для модели Марса М\_50 с толщиной коры 50 км (мин)

где *i* – номер слоя, S – полное число слоев в рассматриваемой модели твердой оболочки Марса, и

$$k_{\rho i} = \left(\frac{\partial \Delta k}{\partial \Delta \rho_{i}}\right) = -\frac{k_{0}}{2} \frac{\int_{0}^{x_{i}-1} x^{2} z_{10}^{2} dx}{\int_{0}^{1} x^{2} \rho_{0} z_{10}^{2} dx},$$
(2.14)

$$k_{\mu i} = \left(\frac{\partial \Delta k}{\partial \Delta \mu_{i}}\right) = -\frac{1}{2k_{0}} \frac{\int_{x_{i}-1}^{x_{i}} [x^{2} z_{20}^{2} / \mu_{0}^{2} + (\ell^{2} + \ell - 2) z_{10}^{2}] dx}{\int_{0}^{1} x^{2} \rho_{0} z_{10}^{2} dx}, \qquad (2.15)$$

где  $\Delta \rho_i$  и  $\Delta \mu_i$  – значения постоянных добавок к  $\rho_0$  и  $\mu_0$  в каждом *i*-м ( $x_{i-1}, x_i$ ) слое рассматриваемой модели.

В соответствии с профилями распространения скоростей сейсмических волн для модели M\_50, модель планеты можно разделить на семь зон по радиусу: 0– 1821, 1821–1934, 1934–2215, 2215–2725, 2725–3185, 3185–3339.5 и 3339.5–3389.5 км (*i*=1–7). Коэффициенты  $k_{\rho i}$  и  $k_{\mu i}$  как функции номера колебаний для основных тонов (*j*=0) показаны на рисунке 2.5.

Для диссипативной среды частоты крутильных колебаний являются комплексными величинами [Жарков, 1962; Zharkov и др., 1996]:

$${}_{j}\omega_{T_{\ell}} = {}_{j}\omega_{T_{\ell}}^{0}(1 + i_{j}Q_{T_{\ell}}^{-1}/2)$$
(2.16)

для временной зависимости  $\exp i\omega t$ , где j – номер обертона. Величины  $Q_{\mu}$  и  $_{j}Q_{T_{\ell}}$ имеют разное физическое значение.  $Q_{\mu}$  является количественной характеристикой диссипативной среды,  $_{j}Q_{T_{\ell}}$  определяет затухание крутильных мод.

Для модели Марса с кусочно-постоянными распределениями  $\rho$  и  $\mu$  безразмерный диссипативный фактор  $_{j}Q_{T_{\ell}}$  для крутильных мод может быть рассчитан с помощью формулы [Жарков и др., 1967]

$$Q_T^{-1} = \frac{2}{k} \sum_{i=1}^{s} \frac{k_{\mu i} \mu_{0i}}{Q_{\mu i}}, \qquad (2.17)$$



Рис. 2.5. Зависимость  $k_{\rho i}$  (сплошные линии) и  $k_{\mu i}$  (пунктирные линии) от номера колебания для фундаментальных тонов: (1)  $k_{\rho i3}$ ,  $k_{\mu 3}$ ; (2)  $k_{\rho 4}$ ,  $k_{\mu 4}$ ; (3)  $k_{\rho 5}$ ,  $k_{\mu 5}$ ; (4)  $k_{\rho 6}$ ,  $k_{\mu 6}$ ; (5)  $k_{\rho 7}$ ,  $k_{\mu 7}$ .



Рис. 2.6. Затухание фундаментального тона крутильных колебаний  $Q_T$  (сплошная линия *j*=0) и двух первых обертонов (пунктирные линии *j*=1 и *j*=2) в зависимости от номера колебаний *l* (слева) и от периода колебаний (справа).

где убраны индексы *j* и  $\ell$  для всех величин;  $k_0$  – безразмерная частота,  $\mu_{0i}$  – значение безразмерного модуля сдвига в *i*-м слое Марса,  $k_{\mu i}$  – производная от  $k_0$  по  $\mu_{0i}$  (см. (2.15)), которая может быть рассчитана и использована в уравнении (2.17),  $Q_{\mu i}$  – значение  $Q_{\mu}(\ell)$  в *i*-м слое.

Амплитуда волны А уменьшается со временем по экспоненте:

$$A = A_0 \exp\left\{-\frac{\pi}{Q_T} \frac{t}{\tau}\right\} = A_0 \exp\left\{-\frac{\sigma t}{2Q}\right\}$$
(2.18)

где t – время, и  $\tau$  – период волны или колебания  $f = \frac{\sigma}{2\pi}$  – частота. Затухание колебаний вследствие неупругой диссипации можно характеризовать любой из величин  $Q_T$ ,  $\delta$ ,  $\overline{\alpha}$ ,  $\alpha$ ,  $\Delta\sigma/\sigma$ ,  $\Delta E/E$ , или  $tg\varphi$ , которые для  $Q_T >>1$  связаны соотношениями

$$2\pi Q_T^{-1} = \frac{2\alpha}{f} = \frac{2C\alpha}{f} = \frac{2\pi\Delta f}{f} = \frac{\Delta E}{E} = 2\pi t g \varphi \approx 2\pi \varphi$$

где  $\overline{\alpha}$  – амплитудный коэффициент затухания свободного колебания: exp(- $\overline{\alpha}$  t) sin(2 $\pi$ ft);  $\alpha$  – коэффициент затухания гармонической плоской бегущей волны exp(- $\alpha$  x)sin [2 $\pi$ f(t-x/C)]; C – фазовая скорость, f – частота,  $\Delta f$  – полуширина резонансной линии рассматриваемого собственного колебания,  $\Delta$ E/E – доля упругой энергии рассеивающейся за цикл,  $\varphi$  – разность фаз между напряжением и деформацией (угол потерь или фазовое запаздывание).

Для расчетов использованы значения  $Q_{\mu i}$  из модели M\_QML9 (см. Таблица 2.4). Результаты расчетов диссипативной функции Q для крутильных мод представлены на рисунке 2.6. для основного тона и первых двух обертонов. Если в Марсе будут возбуждаться обертона, то это будет означать, что мощность марсианской литосферы достаточно большая, 300 км и более, и указывать на заметную глубину очагов марсотрясений.

Смещения в обертонах значительно сильнее захватывают внутренние области планеты, чем это имеет место для основных тонов. Из рисунка 2.6 видно,

что затухание обертонов для предполагаемого профиля поглощения больше (сама функция Q<sub>T</sub> меньше), чем для основного тона. Поэтому обертоны крутильных колебаний затухают быстрее основного тона.

Приведем некоторые значения времени, за которое амплитуда крутильной моды уменьшается в *e* раз: для основного тона l=2 t~24 ч; l=5 t~9 ч; l=10 t~5 ч; l=100 t~2.5 ч.

## 2.5. Выводы

Данные, на которых основано построение модели внутреннего строения Марса, постоянно обновляются. В связи с этим была проведена корректировка имеющихся моделей по новым данным о гравитационном поле планеты: моменте инерции и числе Лява  $k_2$ . Построенная модель принята в базу тестовых моделей для подготовки и проведения сейсмического эксперимента SEIS миссии InSight.

В настоящее время исследователи, занимающиеся изучением Марса, находятся в ожидании первого сейсмического эксперимента на Марсе. В связи с подготовкой эксперимента появляются работы, в которых моделируются сейсмические поля при марсотрясениях в недрах планеты [Lognonné, Johnson, 2015; Zheng и др., 2015; Khan и др., 2016; Panning и др., 2017].

Была предпринята попытка промоделировать распределение диссипативного фактора  $Q_{\mu}(l)$  в недрах Марса. Задача является относительно неопределенной, в связи с тем, что в отсутствии сейсмических данных имеется только одно условие из анализа приливного запаздывания Фобоса, которое накладывает ограничение на  $Q_{\mu}(l)$ . Исходя из того, что земная геотерма на плоскости Р-Т близка и похожа на ареотермы Марса, которые предложены для Марса (см. Рис. 2.2), сделано предположение, что распределение  $Q_{\mu}(l)$  в недрах Марса должно быть топологически похоже на земное. В качестве начального пробного распределения  $Q_{\mu}(l)$  в недрах Марса, была принята кусочно-постоянная функция из работы [Lawrence, Wysession, 2006], показанная на рисунке 2.3, и было исследовано, как эта функция преобразуется при переходе от сейсмической полосы периодов (1 с - 1 ч) к фобосовскому периоду (5.55 ч). Для этого необходимо предположить зависимость  $Q_{\mu}$  от частоты. Использовалась степенная зависимость  $Q_{\mu}(l)$  от частоты со значениями показателя степени n в интервале (0.1-0.3).

Многолетний опыт сейсмологов в построении модели Земли привел к построению модели PREM [Dziewonski, Anderson, 1981], в которой в сейсмической полосе частот  $Q_{\mu}$  постоянно. Это связано с тем, что распределение  $Q_{\mu}$  усреднено по латерали. Реологическая модель, в которой  $Q_{\mu}$  не зависит от частоты – это модель Ломница [Жарков, 2012]. Поэтому в работе считается, что при периодах от 1с до 1ч можно использовать для зависимости от частоты модуля сдвига формулы, которые дает модель Ломница. С другой стороны, реальная неусредненная модель  $Q_{\mu}(l)$ должна быть трехмерной. Такая модель построена для наружного слоя Земли [Dalton, Ekström, 2006; Dalton и др. 2008, 2009]. При интерпретации данных выбиралось значение показателя степени в степенной зависимости  $Q_{\mu}$ . На основании лабораторных и геофизических данных для показателя степени в данной работе был принят интервал 0.1–0.3. При выборе пробного распределения  $Q_{\mu}(l)$ в недрах Марса учитывались как данные лабораторных экспериментов, так и опыт изучения этой задачи для Земли.

Оказалось, что при n=0.1, рассчитанные значения величины  $\overline{Q}_{t_2}$  равные 96.2 и 89.9 для моделей внутреннего строения M\_50 и M\_100, соответственно, близки к значению  $\overline{Q}_{t_2}$ , полученному по данным наблюдений 91.9 ±3.3 (Таблица 2.4).

В главе также имеется раздел, посвященный собственным колебаниям Марса, чтобы обратить внимание на то, что если такие колебания будут зарегистрированы, то эти результаты могут быть использованы как для корректировки модели внутреннего строения, так и для распределения диссипативного фактора недр Марса.

Первое защищаемое положение: Созданная модель внутреннего строения Марса (распределение плотности, гравитационного ускорения, давления, упругих модулей и диссипативного фактора), уточненная по современным данным наблюдений, подтверждает гипотезу о хондритовом составе планеты. Марс имеет базальтовую кору толщиной 50-100 км, силикатную мантию с содержанием железа Fe# 20-22 и жидкое железо-никелевое ядро с добавками легких элементов радиусом 1820-1870 км, массовое отношение Fe/Si=1.7.

Результаты главы опубликованы в [1] из списка опубликованных работ и доложены на конференциях (см. Приложение 1).

# Глава 3. Теоретические основы и алгоритм расчета напряженного состояния недр Марса

## 3.1. Выбор поверхности отсчета

При использовании данных топографии и гравитационного поля планеты всегда встает вопрос о выборе поверхности отсчета, от которой отсчитываются высоты рельефа и ареоида, а также отсчитываются аномалии гравитационного поля.

В работе [Жарков, Гудкова, 2016] сделано предположение, что модель Марса, удовлетворяющая массе, моменту инерции, числу Лява  $k_2$  планеты и хондритовому отношению Fe/Si = 1.71 может служить достаточно хорошим приближением распределения плотности для построения равновесной фигуры. В такой постановке не надо делать другие предположения, и фигура модели планеты оказывается связанной с распределением плотности в ней. Эффективно гидростатически равновесная модель хорошо служит как отсчетная модель также для оценки напряженного состояния недр, так как в ней все другие напряжения кроме давления равны нулю.

Уравнение стандартного сфероида (фигура планеты) имеет вид [Жарков, Трубицын, 1980]

$$r(s,\theta) = s\{1 + s_0(s) + s_2(s)P_2(t) + s_4(s)P_4(t) + \dots\},$$
(3.1)

где *s* – средний радиус (радиус сферы эквивалентного объема),  $P_2(t)$  и  $P_4(t)$  – два первых четных полинома Лежандра, зависящих от четных степеней  $t=cos\theta$ ,  $\theta$  – полярное расстояние. Величина второго порядка  $s_0(s)$  связана с  $s_2(s)$  соотношением

$$-s_0 = \frac{1}{5}s_2^2$$

Для моделей внутреннего строения M\_50 и M\_100, в Таблице 3.1 приведены толщина и средняя плотность коры, величина скачка плотности на границе корамантия, и значения параметров равновесной фигуры Марса на поверхности:  $s_2$ ,  $s_4$ , и  $J_2^0$ ,  $J_4^0$ . Модельные распределения плотности дают значения  $J_2^0 = 1.8 \times 10^{-3}$ .

Отклонение наблюдаемых значений  $J_2$  и  $J_4$  ( $J_2^{\mu a \delta \pi} = 1.957 \times 10^{-3}$ ,  $J_4^{\mu a \delta \pi} = 1.539 \times 10^{-5}$ ) от равновесных модельных значений  $J_2^0$  и  $J_4^0$ , приведенных в Таблице 3.1, весьма заметно для  $J_2$  и велико для  $J_4$ . Равновесное значение  $J_4^0$  равное (7.60 - 7.63)×10<sup>-6</sup> составляет примерно половину от наблюдаемых значений  $J_4$ . При оценке напряженного состояния в недрах планеты за нулевой уровень принимается напряженное состояние равновесной планеты, в которой давление распределено по гидростатически равновесному закону, а  $J_2$  и  $J_4$  отсчитываются от значений  $J_2^0$  и  $J_4^0$ , соответственно.

Как уже отмечалось в Главе 1, в настоящее время имеются детальные данные о топографии Марса, полученные прибором MOLA с космического аппарата MGS. В данной работе использованы данные до 90 степени и порядка, которые были представлены в виде коэффициентов разложения по полиномам Лежандра высот рельефа относительно центра масс группой [Smith и др., 2001].

$$R_{penbe\phi}(r,\varphi,\lambda) = R + \sum_{n=1}^{90} \sum_{m=0}^{n} \left[ C_{tnm} \cos m\lambda + S_{tnm} \sin m\lambda \right] P_{nm}(\sin \varphi), \qquad (3.2)$$

где R – средний радиус Марса,  $\varphi$  и  $\lambda$  – ареоцентрические широта и долгота,  $C_{tnm}$  и  $S_{tnm}$  – гармонические коэффициенты в разложении рельефа (в метрах),  $P_{nm}$  – нормализованные функции Лежандра степени n и азимутального числа m (см. Глава 1).

В данной работе топография Марса определяется по отношению к референсной поверхности, за которую выбирается равновесный сфероид  $r(s, \theta)$  со средним радиусом s=R (3.1). Таким образом, топография Марса как функция широты и долготы определяется соотношением:

$$h_{Mapc}(r,\varphi,\lambda) = R_{pense\phi}(r,\varphi,\lambda) - r(s,\varphi).$$
(3.3)

Для топографии по отношению к референсной поверхности получим следующие коэффициенты двух первых четных гармоник, определяемых по

Таблица 3.1. Параметры равновесной фигуры для тестовых моделей внутреннего строения Марса М\_50 и М\_100

Модель	ρ <sub>кора</sub> кг∕ м <sup>3</sup>	l <sub>кора</sub> КМ	ρкора∕р <sub>мантия</sub> на границе кора-мантия	-s <sub>2</sub> , 10 <sup>-3</sup>	s <sub>4</sub> , 10 <sup>-6</sup>	$J_2^{0}$ , 10 <sup>-3</sup>	$-J_4^{0},$ 10 <sup>-6</sup>
M_50	2900	50	3.00/3.36	3.338	9.374	1.800	7.634
M_100	2900	100	3.12/3.39	3.338	9.338	1.800	7.598

модельным параметрам равновесной фигуры Марса *s*<sub>2</sub>, *s*<sub>4</sub>, приведенным в Таблице 3.1:

$$\tilde{C}_{t20} = C_{t20} - C_{t20}^0 = C_{t20} - R \frac{s_2}{1+s_0} \frac{1}{\sqrt{5}}, \qquad \tilde{C}_{t40} = C_{t40} - C_{t40}^0 = C_{t40} - \frac{R}{3} s_4$$
(3.4)

В Главе 1 было показано, что для расчета напряженного состояния недр Марса следует использовать последние модели гравитационного поля MRO120D [Konopliv и др., 2016] и GMM-3 [Genova и др., 2016] только до 90-й степени и порядка, так как для более высоких гармоник корреляция между данными топографии и гравитационного поля заметно ухудшается. Разложение гравитационного потенциала по нормализованным сферическим функциям до 90 степени и порядка в сферической системе координат с началом в центре масс имеет стандартный вид:

$$V(r,\varphi,\lambda) = \frac{GM}{r} \left[ 1 + \sum_{n=2}^{90} \sum_{m=0}^{n} \left(\frac{R_e}{r}\right)^n (C_{gnm} \cos m\lambda + S_{gnm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi) \right], \qquad (3.5)$$

где r – расстояние от точки наблюдения до начала координат, M – масса планеты, G – гравитационная постоянная,  $R_e$  – экваториальный радиус (нормирующий радиус),  $C_{gnm}$  и  $S_{gnm}$  – нормализованные гравитационные моменты.

Для планеты, находящейся в состоянии гидростатического равновесия, не равными нулю являются лишь коэффициенты при чётных зональных гармониках  $C_{g(2i)0}^{0}$  (*i*=1,2, ...); верхний индекс указывает на гидростатически равновесные значения), которые с ростом степени *n* убывают как  $m^{n}$ , где m – малый параметр теории фигуры. Таким образом,  $V_{0}$  можно представить в виде

$$V^{0}(r,\varphi) = \frac{GM}{r} (1 + (\frac{R_{e}}{r})^{2} C_{g20}^{0} P_{20}(\sin\varphi) + (\frac{R_{e}}{r})^{4} C_{g40} P_{40}(\sin\varphi)).$$
(3.6)

Коэффициенты  $J_{2n}$  связаны с нормализованными коэффициентами  $C_{g(2i)0}$ :  $C_{g(2i)0} = -J_{2i}/\sqrt{(4i+1)}, i=1, 2, ...$  Таким образом  $J_2^0 = -\sqrt{5}C_{g20}^0, J_4^0 = -3C_{g40}^0.$  $C_{g20}^0 = -805.029 \times 10^{-6}$  и одинаково для модели M\_50 и M\_100;  $C_{g40}^0 = 2.545 \times 10^{-6}$  и  $C_{g40}^0 = 2.533 \times 10^{-6}$  для модели M\_50 и M\_100, соответственно. В работе будут рассмотрены лишь неравновесные компоненты топографии и гравитационного поля Марса, полагая в качестве второго и четвертого зональных коэффициентов  $C_{t20}$ ,  $C_{t40}$  и  $C_{g20}$ ,  $C_{g40}$  их негидростатические составляющие, т.е. вычитая из измеренных величин, входящих в (3.2) и (3.5) их модельные равновесные значения.

## 3.2. Постановка задачи

Планета рассматривается как упругий сферически-симметричный объект, находящийся под воздействием возмущающей нагрузки в состоянии равновесия. Возмущающей нагрузкой являются как аномалии плотности на поверхности планеты, так и в её недрах. Рассматриваются только негидростатические напряжения, возникающие в следствие отклонения планеты от состояния гидростатического равновесия. Амплитуды нагрузок подбираются так, чтобы удовлетворить данным топографии И гравитационного поля планеты. отсчитываемой от референсной поверхности, определенной в пункте 3.1. Блоксхема численного моделирования напряженного состояния недр Марса показана на Рис. 3.1.

Система уравнений, определяющих задачу, включает:

1) уравнение равновесия деформированного (упругого тела) при наличии объемных сил *F* 

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \rho F_i = 0 \quad , \tag{3.7}$$

где  $\sigma_{ik}$  – тензор напряжений,  $x_{\kappa}$  – координаты,  $\rho$  – плотность, объемной силой является гравитационное воздействие F= $\nabla \psi$ 

2) уравнение Пуассона, связывающее аномальный гравитационный потенциал с распределением плотности  $\nabla^2 \psi = -4\pi G\rho$  (3.8)

3) реологическое уравнение, дающее соотношение между напряжением и смещениями (закон Гука для идеально упругой и изотропной среды)

$$\sigma_{ik} = K\varepsilon_{ij}\delta_{ik} + 2\mu \left(\varepsilon_{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik}\varepsilon_{jj}\right) = \lambda\varepsilon_{jj}\delta_{ik} + 2\mu\varepsilon_{ik}, \qquad (3.9)$$



Рис. 3.1. Блок-схема расчета напряжений в недрах Марса

где K – модуль сжатия,  $\mu$  – модуль сдвига,  $\lambda = K - 2/3\mu$  – постоянная Лямэ,  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера, симметричный тензор  $\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right)$  – тензор деформаций,  $U_k$  - компоненты вектора смещения.

Решение удобно искать в сферической системе координат. Система уравнений для упругой задачи была получена в сферических координатах для расчета собственных колебаний Земли [Альтерман и др., 1959]. Молоденский [1953] и Takeuchi и др. [1962] использовали статический вариант этой системы для изучения приливов Земли: расчета чисел Лява, которые являются функциями отклика планеты на приливообразующий возмущающий потенциал. В работах [Longman, 1962 1963; Farrell, 1972; Dahlen, Tromp, 1998; Перцев, 1975] эта система уравнений была применена для изучения статического упруго-гравитационного равновесия Земли, нагруженной на поверхности, и расчета поверхностных нагрузочных чисел Лява (или нагрузочных коэффициентов от поверхностной нагрузки), которые использовались для учета влияния океанических приливов на земные. Аналогичный метод был применен Banerdt и др. [1982] для исследования длинноволнового поля напряжений (до 4 степени и порядка) от поднятия Фарсиды. Рассчитывая нагрузочные числа Лява различных степеней, [Métivier и др. 2008] изучали влияние деформаций, возникающих на Марсе под действием изменения поверхностной нагрузки, носящей сезонный характер (атмосферные вариации и ледяные шапки) на орбитальные параметры корабля. Kaula [1963] и Arkani-Hamed [1970, 1973] исследовали случай заглубленной аномалии плотности для упругой Земли и Луны, применяя принцип минимума сдвиговых напряжений.

В данной работе эта система уравнений используется для исследования отклика Марса, находящегося под действием как поверхностных, так и внутренних аномалий-нагрузок. Метод решения упругой задачи при расположении нагрузки на глубине (техника нагрузочных коэффициентов для заглубленных аномалий плотности), который применяется в настоящей работе, развит в работах [Марченков и др., 1984; Жарков и др., 1986; Жарков, Марченков, 1987; Марченков, Жарков, 1989].

## 3.3. Нагрузочные числа Лява

Упругие статические функции отклика планеты на нагрузки (безразмерные числа), как вызванные аномалиями плотности рельефа, так и аномалиями плотности в недрах планеты, принятые называть нагрузочными числами Лява, или нагрузочными коэффициентами, были введены Лявом [Love, 1911]. Они зависят от глубины и номера сферической гармоники аномалии плотности.

Примем, что источниками аномального гравитационного поля являются неравновесный рельеф и аномалии плотности, некоторым образом распределенные в недрах планеты  $\delta \rho(r, \varphi, \lambda)$ , которые можно представить в виде бесконечно тонких слоев, расположенных на уровнях  $r = r_j$ .

Представим аномальную поверхностную плотность  $\delta \rho(r, \varphi, \lambda)$ , распределенную в виде бесконечно тонкого сферического слоя радиуса *r*. Такое распределение аномальной поверхностной плотности раскладывается в ряд по сферическим функциям

$$\delta\rho(r,\varphi,\lambda) = \sum_{i,n,m} R_{i,n,m}(r) Y_{i,n,m}(\varphi,\lambda) = \sum_{i=1}^{2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} R_{i,n,m}(r) Y_{i,n,m}(\varphi,\lambda) , \qquad (3.10)$$

где

$$Y_{inm}(\varphi,\lambda) = P_{nm}(\sin\varphi) \begin{cases} \cos(m\lambda), i = 1\\ \sin(m\lambda), i = 2 \end{cases}$$

и амплитуды  $R_{inm}$  имеют размерность [M L<sup>-2</sup>].

Гравитационное поле на поверхности планеты от такого сферического слоя будет

$$\Delta V = 4\pi GR \sum_{i,n,m} \left(\frac{r}{R}\right)^{n+2} \frac{R_{i,n,m}(r)}{(2n+1)} Y_{i,n,m}(\varphi,\lambda)$$
(3.11)

Поскольку аномальный слой действует на планету как нагрузка, ее недра испытывают деформации, приводящие к дополнительному возмущению потенциала. Чтобы получить выражение для полного аномального потенциала, учитывающего глобальную деформацию планеты, в (3.11) вводится множитель  $K_n(r)=(1+k_n(r))$ :

$$\Delta V = 4\pi GR \sum_{i,n,m} \left(\frac{r}{R}\right)^{n+2} \frac{R_{i,n,m}(r)(1+k_n(r))}{(2n+1)} Y_{i,n,m}(\varphi,\lambda), \qquad (3.12)$$

где  $k_n(r)$  – нагрузочные числа порядка *n* для заглубленной на глубине *r* аномалии, и  $K_n(r)$  – функция Грина – были введены в работах [Марченков и др., 1984; Жарков и др., 1986].

Аналогично вводятся числа  $h_n$  – нагрузочные числа, описывающие деформацию планеты  $D(\varphi, \lambda)$  под действием нагрузки  $\delta \rho(r, \varphi, \lambda)$ 

$$D = \frac{4\pi GR}{g_0} \sum_{i,n,m} \left(\frac{r}{R}\right)^{n+2} \frac{R_{i,n,m}(r)(1+h_n(r))}{(2n+1)} Y_{i,n,m}(\varphi,\lambda)$$
(3.13)

Для теоретического расчета чисел Лява решается система уравнений упругого равновесия гравитирующей планеты (3.7–3.9).

#### 3.4. Модели неоднородной упругости

Точное решение полной системы уравнений является безупречным с математической точки зрения, но модель планеты содержит неопределенности, так как в настоящее время нет возможности точно установить толщину литосферы и реологические свойства недр Марса. Поэтому, чтобы не вносить ненужных усложнений, оценки напряженного состояния недр Марса проводятся для нескольких вариантов моделей неоднородной упругости (Рис. 3.2), которые позволяют оценить порядок величины напряжений в планете. Как первое приближение была рассмотрена чисто упругая модель. Во втором случае предполагалось наличие упругой литосферы, частью которой являлась кора. При этом рассматривалась возможность существования под литосферой ослабленного слоя, который частично потерял свои упругие свойства. Ослабление моделируется пониженным в десять раз значением модуля сдвига  $\mu$  в слое под литосферой, который считается простирающимся до ядра. Толщина упругого литосферного слоя варьировалась от 150 до 500 км. В третьей модели ослабленный слой простирался до первого фазового перехода (оливин – шпинель, глубина около



Рис. 3.2. Варианты неоднородной моделей упругости для расчета негидростатических напряжений в недрах Марса: упругая модель (а), модель с упругой литосферой варьируемой толщины (150-500 км), расположенной на ослабленном слое, который частично потерял свои упругие свойства. Ослабление моделируется пониженным в десять раз значением модуля сдвига  $\mu$  в слое под литосферой, который считается простирающимся до ядра (б), модель с упругой литосферой 300 км, расположенной на ослабленном слое, слое под литосферой, который считается простирающимся до первого фазового перехода (оливинвадслеит), который на Марсе происходит на глубине около 1100 км (в) и модели с литосферой и возможными областями подплавлений в ней (на глубинах 100-150 или 100–200 км) (г).

66

1100 км). Четвертая модель представляла собой вариант третьей модели с возможными зонами подплавления в литосфере на глубинах 100-150 км и 100-200 км.

## 3.5. Двухуровневая модель компенсации

Как известно, обратная задача теории потенциала имеет бесконечное множество решений. Поскольку невозможно получить единственное распределение плотностных аномалий по данным о гравитационном поле планеты, то для определенности задачи можно сделать предположение, что в Марсе существуют два уровня сосредоточения аномалий – поверхность планеты, r = R, и граница кора-мантия,  $r = R_1 = R - l$ , где l – толщина коры.

Коэффициенты разложения по сферическим функциям аномальных волн плотности на поверхности R и на границе кора-мантия  $R_{I}$ , соответственно  $R_{i,n,m}^{1}(\varphi,\lambda)$ и  $R_{i,n,m}^{2}(\varphi,\lambda)$ , будут тогда связаны с коэффициентами разложения аномального гравитационного поля и топографии следующим соотношением [Жарков и др., 1991]:

$$C_{ginm} = \frac{R_{inm}^{1}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}} \frac{3(1+k_{n}(R))}{(2n+1)} + \frac{R_{inm}^{2}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}} \frac{3(1+k_{n}(R_{1}))}{(2n+1)} \left(\frac{R_{1}}{R_{2}}\right)^{n+2},$$
(3.14a)

$$C_{tinm} = \frac{R_{inm}^{1}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{c}} + \frac{R_{inm}^{1}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}}\frac{3(1+h_{n}(R))}{(2n+1)} + \frac{R_{inm}^{2}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}}\frac{3(1+h_{n}(R_{1}))}{(2n+1)} \left(\frac{R_{1}}{R_{2}}\right)^{n+2}$$
(3.146)

где  $\rho_0$  и  $\rho_c$  – средняя плотность Марса и плотность коры.

В формуле (3.14б) первый член представляет вклад от нагрузки на поверхности, а два других определяют деформацию под действием нагрузки на поверхности и на границе кора-мантия, соответственно. Таким образом, коэффициенты  $R_{i,n,m}^1(\varphi,\lambda)$  и  $R_{i,n,m}^2(\varphi,\lambda)$  подбираются так, чтобы получить наблюдаемое значение гравитационного поля  $C_{ginm}$  и топографии  $C_{tinm}$ .



Рис. 3.3. Нагрузочные числа  $k_n$  (верх) и  $h_n$  (низ) для упругой модели M\_50 (1) и моделей с толщиной литосферы 150 км (2), 300 км (3) и 500 км (4) как функция номера сферической гармоники *n* на поверхности (штрих-пунктирные линии), на глубине 50 км (сплошные линии) и 100 км (пунктирные линии).

Для распределения плотности и упругих параметров (модуля сжатия *K* и модуля сдвига  $\mu$ ), принятых в моделях M\_50 и M\_100 (Таблица 2.1, Рис. 2.1), рассчитываются нагрузочные числа  $k_n(r)$ ,  $h_n(r)$ ), и из (3.14) определяются коэффициенты  $R_{i,n,m}^1(\varphi, \lambda)$  и  $R_{i,n,m}^2(\varphi, \lambda)$ , которые служат граничными условиями при решении системы уравнений упругого равновесия гравитирующей планеты (3.7-3.9) для каждой гармоники *n* и *m*, до 90 степени и порядка.

Для моделей Марса М\_50 и М\_100 были рассчитаны нагрузочные числа  $h_{nj}$ ,  $k_{nj}$ , индекс *j* относится к глубине залегания. Нагрузочные коэффициенты  $k_{nj}$  и  $h_{nj}$  для модели М\_50 показаны на рисунке 3.3.

#### 3.6. Трехуровневая модель компенсации

Источниками аномального гравитационного поля могут являться неравновесный рельеф, аномалии плотности на границе кора-мантия и аномалии плотности на нижней границе литосферы.

Поэтому рассмотрена задача, когда в Марсе существуют три уровня сосредоточения аномалий – поверхность планеты, r = R, граница кора-мантия,  $r=R_1=R-l$ , где l – толщина коры, и нижняя граница литосферы  $r=R_2=R-h$ , где h – толщина литосферы.

Коэффициенты разложения по сферическим функциям аномальных волн плотности на поверхности R, на границе кора-мантия  $R_1$ , и на нижней границе литосферы  $R_2$ , соответственно  $R_{i,n,m}^1(\varphi,\lambda)$ ,  $R_{i,n,m}^2(\varphi,\lambda)$ , и  $R_{i,n,m}^3(\varphi,\lambda)$  будут тогда связаны с коэффициентами разложения аномального гравитационного поля и топографии следующим соотношением:

$$C_{ginm} = \frac{R_{inm}^{1}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}} \frac{3(1+k_{n}(R))}{(2n+1)} + \frac{R_{inm}^{2}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}} \frac{3(1+k_{n}(R_{1}))}{(2n+1)} \left(\frac{R_{1}}{R}\right)^{n+2} + \frac{R_{inm}^{3}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}} \frac{3(1+k_{n}(R_{2}))}{(2n+1)} \left(\frac{R_{2}}{R}\right)^{n+2}$$
(3.15a)

$$C_{tinm} = \frac{R_{inm}^{1}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{c}} + \frac{R_{inm}^{1}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}} \frac{3(1+h_{n}(R))}{(2n+1)} + \frac{R_{inm}^{2}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}} \frac{3(1+h_{n}(R_{1}))}{(2n+1)} \left(\frac{R_{1}}{R}\right)^{n+2} + \frac{R_{inm}^{3}(\varphi,\lambda)}{R\rho_{0}} \frac{3(1+h_{n}(R_{2}))}{(2n+1)} \left(\frac{R_{2}}{R}\right)^{n+2}$$
(3.156)

где  $\rho_0$  и  $\rho_c$  – средняя плотность Марса и плотность коры.

В данной задаче имеется три неизвестных коэффициента и два граничных условия. Положим, что коэффициенты аномальных волн плотности на границе кора-мантия и нижней границе литосферы равны  $R_{i,n,m}^2(\varphi,\lambda) = R_{i,n,m}^3(\varphi,\lambda)$ .

В формуле (3.156) первый член представляет вклад от нагрузки на поверхности, а три других определяют деформацию под действием нагрузки на поверхности, на границе кора-мантия, и на нижней границе литосферы, соответственно. Таким образом, коэффициенты  $R_{i,n,m}^1(\varphi,\lambda)$  и  $R_{i,n,m}^2(\varphi,\lambda) = R_{i,n,m}^3(\varphi,\lambda)$  подбираются так, чтобы получить наблюдаемые неравновесные значения коэффициентов гравитационного поля  $C_{ginm}$  и топографии  $C_{tinm}$ , которые определяются по отношению к референсной поверхности, за которую принимается равновесный сфероид (формула 3.1).

Для распределения плотности и упругих параметров (модуля сжатия *K* и модуля сдвига  $\mu$ ), принятых в тестовых моделях внутреннего строения Марса с толщиной коры 50 км (M\_50) и 100 км (M\_100), рассчитываются нагрузочные числа  $k_n(r)$ ,  $h_n(r)$ , и из (3.15а и 3.15б) определяются коэффициенты  $R_{i,n,m}^1(\varphi,\lambda)$  и  $R_{i,n,m}^2(\varphi,\lambda) = R_{i,n,m}^3(\varphi,\lambda)$ , которые служат граничными условиями при решении системы уравнений упругого равновесия гравитирующей планеты (3.7-3.9) для каждой гармоники *n* и *m*, до 90 степени и порядка.

## 3.7. Алгоритм расчета напряжений

Представим компоненты вектора смещения  $\vec{u} = (u, v, w)$  в сферической системе координат:

$$u = \sum_{i,n,m} U_n(r) Y_{inm}(\theta,\phi), \quad v = \sum_{i,n,m} V_n(r) \frac{\partial Y_{inm}(\theta,\phi)}{\partial \theta}, \quad w = \sum_{i,n,m} \frac{V_n(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{inm}(\theta,\phi)}{\partial \phi}$$
(3.16)

В сферической системе координат вводятся переменные  $y_i$  (i=1, ..., 6):

$$y_1 = U$$
,  $y_2 = \lambda X + 2\mu \dot{U}$ ,  $y_3 = V$ ,  $y_4 = \mu (\dot{V} - \frac{V}{r} + \frac{U}{r})$ ,  $y_5 = P$ ,  $y_6 = \dot{P} - 4\pi G \rho_0 U$ ,

где  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ ,  $y_4$ ,  $y_5$ ,  $y_6$  – радиальные множители соответственно в: нормальном смещении, нормальном напряжении ( $\sigma_{rr}$ ) тангенциальном смещении, касательных напряжениях ( $\sigma_{r\Theta}$ ,  $\sigma_{r\varphi}$ ), возмущении гравитационного потенциала, градиенте возмущения потенциала минус вклад за счет радиального смещения.

Задача (3.7–3.9) сводится к решению системы шести обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (см. [Марченков и др., 1984]).

$$\begin{split} \dot{y}_{1} &= -\frac{2\lambda y_{1}}{(\lambda + 2\mu)r} + \frac{y_{2}}{\lambda + 2\mu} + \frac{\lambda n(n+1)y_{3}}{(\lambda + 2\mu)r} \\ \dot{y}_{2} &= \left[ -4\rho_{0}g_{0}r + \frac{4\mu(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + 2\mu)} \right] \frac{y_{1}}{r_{2}} - \frac{4\mu y_{2}}{(\lambda + 2\mu)r} \\ &+ \left[ n(n+1)\rho_{0}g_{0}r - \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)n(n+1)}{\lambda + 2\mu} \right] \frac{y_{3}}{r^{2}} + \frac{n(n+1)y_{4}}{r} - \rho_{0}y_{6} \\ \dot{y}_{3} &= -\frac{y_{1}}{r} + \frac{y_{3}}{r} + \frac{y_{4}}{\mu} \end{split}$$
(3.17)  
$$\dot{y}_{4} &= \left[ \rho_{0}g_{0}r - \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + 2\mu)} \right] \frac{y_{1}}{r} - \frac{\lambda y_{2}}{(\lambda + 2\mu)r} \\ &+ \{-\rho_{0}\sigma^{2}r^{2} + \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} [\lambda(2n^{2} + 2n - 1) + 2\mu(n^{2} + n - 1)]\} \frac{y_{3}}{r^{2}} - \frac{3y_{4}}{r} - \frac{\rho_{0}y_{5}}{r} \\ \dot{y}_{5} &= 4\pi G\rho_{0}y_{1} + y_{6} \\ \dot{y}_{6} &= -\frac{4\pi G\rho_{0}n(n+1)y_{3}}{r} + \frac{n(n+1)}{r^{2}}y_{5} - \frac{2y_{6}}{r} \\ \text{где} \quad \lambda = K - \frac{2}{3}\mu \,. \end{split}$$

Используя метод Рунге-Кутта решение находится для каждой гармоники *n* до заданной степени. Как было отмечено выше, в данной работе используются разложения топографии и гравитационного поля до 90 степени и порядка.

При расчетах обычных (поверхностных) нагрузочных коэффициентов (см. пункт 3.3) аномальные плотности располагаются на поверхности планеты  $a_{nm}(r) = a_{nm}(r = R)$ . Выпишем граничные условия задачи для этого случая.

На поверхности сферы, *r*=*R* 

а) отсутствие касательных напряжений

$$y_4(R) = \mu(\dot{V} - \frac{V}{r} + \frac{U}{r}) = 0$$

б) условие на нормальное усилие из-за нагрузки:

$$y_2(R) = \lambda X + 2\mu U = -g_0(R)a_{nm}(R)$$

в) граничное условие для потенциала

$$y_6(R) + \frac{(n+1)}{R} y_5(R) = 4\pi G a_{nm}$$

Уравнения (3.17) интегрируются от границы внешнего жидкого ядра, *r* = *r<sub>c</sub>*, которое учитывается соответствующими условиями на этой границе.

а) Отсутствие касательных напряжений

 $y_4(r_c) = 0$ 

б) условие на нормальное усилие из-за нагрузки:

$$y_2(r_c) = \rho_{0i}(r_c) \cdot (y_1(r_c)g_0(r_c) - y_5(r_c))$$

в) граничное условие для потенциала

$$y_5(r_c) \cdot (\gamma(r_c) + \frac{(n)}{r_c}\gamma - y_6(r_c) = 4\pi G\rho_i y_1(r_c)$$

Функция Молоденского  $\gamma$  определяется строением ядра. В случае однородного ядра  $\gamma = 0$ .

При заглублении аномальной плотности,  $a_{inm}^{j}(r < R)$ , граничные условия видоизменяются.

На поверхности, r=R:
$$y_4(R) = 0$$
,  $y_2(R) = 0$ ,  $y_6(R) + \frac{(n+1)}{R} y_5(R) = 0$ 

На границе ядро-оболочка условия те же, что и в случае поверхностных нагрузок, если аномальные плотности не находятся на этой границе.

При переходе через аномальный слой, на глубинах *r<sub>j</sub>*, функции *y*<sub>2</sub> и *y*<sub>6</sub> испытывают скачки:

а) разрыв аномального усилия

 $y_2(r_j - 0) - y_2(r_j + 0) = -g_0(r_j)a_{nm}(r_j)$ 

б) разрыв нормальной производной потенциала

$$y_6(r_j - 0) - y_6(r_j + 0) = 4\pi Ga_{nm}(r_j)$$

Остальные функции *y<sub>i</sub>* остаются непрерывными. Таким образом, упругая задача полностью определена.

Нагрузочные коэффициенты (нагрузочные числа Лява) определяются формулами:

$$\bar{h}_n^{\ j} = \frac{y_1(R)}{R}, \ \bar{k}_n^{\ j} = \frac{y_5(R)}{R\bar{g}} - 1$$

где R,  $\overline{g}$  – средние значения радиуса планеты и гравитационного ускорения на поверхности.

Используются также нагрузочные коэффициенты:

$$h_n^j = \overline{h}_n^j \left(\frac{r_j}{R}\right)^{n+2}, \ k_n^j = (1 + \overline{k}_n^j) \left(\frac{r_j}{R}\right)^{n+2} - 1$$

Решение системы уравнений (3.17) позволяет нам для каждого значения степени гармоники *n* и глубины *j* найти поле смещений, и затем поле тензора негидростатических напряжений.

Компоненты тензора деформаций в сферических координатах имеют вид:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_{\phi\phi} = \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{v}{r} ctg\theta + \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_{r\theta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right), \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_{r\phi} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \right), \quad \varepsilon_{\theta\phi} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{w}{r} ctg\theta + \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right)$$

Компоненты тензора напряжений определяются через компоненты тензора деформаций:

$$\sigma_{rr} = \lambda \Delta + 2\mu \varepsilon_{rr}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \lambda \Delta + 2\mu \varepsilon_{\theta\theta} \quad \sigma_{\phi\phi} = \lambda \Delta + 2\mu \varepsilon_{\phi\phi} \quad , \tag{3.19}$$
$$\sigma_{r\theta} = 2\mu \varepsilon_{r\theta} \quad , \quad \sigma_{r\phi} = 2\mu \varepsilon_{r\phi}, \quad \sigma_{\theta\phi} = 2\mu \varepsilon_{\theta\phi}$$

где *\Delta*-дилатация:

$$\Delta = \sum_{i=1}^{2} \sum_{n} \sum_{m} X_{n}(r) Y_{inm}(\theta, \phi) , \quad X_{n}(r) = \dot{U}_{n}(r) + \frac{2}{r} U_{n}(r) - \frac{n(n+1)}{r} V_{n}(r), \quad (3.20)$$

где точка означает дифференцирование по r,  $\theta$ - полярный угол,  $\phi$ - долгота,  $\lambda$ =K- $2/3\mu$ - параметр Ламе.

Подставляя (3.16) и (3.18) в (3.19), и суммируя гармонические ряды, получаем компоненты тензора напряжений  $\sigma_{ik}$  до заданной степени *n*. Произвольное дополнительное негидростатическое напряженное состояние в рассматриваемой точке характеризуется растяжением или сжатием окрестности точки в трех взаимно перпендикулярных направлениях. В каждой точке (r,  $\theta$ ,  $\phi$ ) симметричный полный тензор напряжений  $\sigma_{ik}$  путем преобразования координат приводится далее к диагональному виду: получая соответствующие нормальные напряжения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ . Главные напряжения  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$  определяются как корни кубического уравнения  $|\sigma_{ik} - \sigma_k \cdot \delta_{ik}| = 0$ , i=1,2,3.

По найденным значениям главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$  ( $\sigma_3 \le \sigma_2 \le \sigma_1$ ) в каждой точке (r,  $\theta$ ,  $\phi$ ) определяются негидростатические напряжения растяжениясжатия  $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ , изменяющие первоначальное гидростатическое давление (отрицательные значения соответствуют сжимающим напряжениям, положительные – растягивающим), а также максимальные сдвиговые (или касательные) напряжения  $\tau = \max |\sigma_i - \sigma_k|/2$ , ( $i, k = 1, 2, 3; i \ne k$ ), которые, в принципе, и приводят к течению и разрушению вещества.

Расчеты напряжений растяжения-сжатия и максимальных сдвиговых напряжений проведены для двух тестовых моделей внутреннего строения Марса (Таблица 2.1) с шагом 1х1 градус по широте и долготе до глубины 1000 км.

#### 3.8. Выводы

В данной главе решена техническая задача написания алгоритма и программного обеспечения, при помощи которого была решена основная задача исследования – получения детальной картины распределения негидростатических напряжений в недрах Марса.

Ранее использовалась двухуровневая модель компенсации: для определенности задачи делалось предположение, что аномальные плотности расположены на двух уровнях, в данной работе дополнительно рассмотрена трехуровневая модель компенсации.

Результаты главы опубликованы в [4] из списка опубликованных работ и доложены на конференциях (см. Приложение 1).

## Глава 4. Общая картина негидростатических напряжений в недрах Марса

В данной главе рассматриваются: 1) упругая модель и 2) модель с упругой литосферой варьируемой толщины (150–500 км), расположенной на ослабленном слое, который частично потерял свои упругие свойства. Ослабление моделируется пониженным в десять раз значением модуля сдвига µ в слое под литосферой, который считается простирающимся до ядра (Рис. 3.2 а, б).

В разделах 4.1 – 4.4 примем, что источниками аномального гравитационного поля являются неравновесный рельеф и аномалии плотности на границе корамантия (двухуровневая модель компенсации).

#### 4.1. Изостатическая компенсация

На рисунке 4.1 представлена карта изолиний высот марсианского рельефа после разложения в ряд до 90 степени и порядка. Видна одна из основных особенностей топографии Марса: приподнятость южных сильно кратерированных областей относительно северной планетарной депрессии. На карте отмечены основные геологические структуры, как поднятие Фарсида, поднятие Элизий, кольцевые бассейны Эллада, Аргир и Исида, вулкан Олимп, и некоторые другие, в области которых будет проведен анализ рассчитанных напряжений.

На рисунке 4.2 изображена карта рельефа границы кора-мантия для модели внутреннего строения M\_50, когда учитывались лишь два источника аномального гравитационного поля: за источник аномального гравитационного поля, кроме топографии, принимается рельеф границы кора-мантия, коэффициенты разложения которого по сферическим функциям  $C_{tinm}^{\kappa opa-мантия}$  вычислялись из соотношения:

$$\left(\frac{2n+1}{3}\right)\rho_0 C_{ginm} = \rho_c C_{tinm} + \Delta \rho \left(\frac{R_1}{R}\right)^{n+2} C_{tinm}^{\kappa opa-mahmun}, \tag{4.1}$$

Представленный на рисунке 4.2 рельеф границы кора-мантия соответствует модельной величине скачка плотности  $\Delta \rho = 360$  кг/м<sup>3</sup>, уменьшение или увеличение  $\Delta \rho$  будет означать, как видно из соотношения (4.1), соответственно пропорциональное увеличение или уменьшение всех высот на рисунке 4.2. Существенно, что, так как толщина коры намного меньше радиуса планеты, то определение  $C_{tinn}^{topo}$  слабо зависит от выбора толщины коры для длинноволновой части спектра. Видно, что кора изостатически скомпенсирована, в районе низменностей кора тоньше (бассейны: Эллада Аргир, и Исида, равнина Утопия, Ацидалийское море), а в районе возвышенностей наблюдается ее утолщение (корни поднятий Фарсида, Элизий, патера Альба и вулканов Олимп, Аскрийский, Павлиний, Арсия).

### 4.2. Общая картина напряжений в недрах Марса для двухуровневой модели компенсации

На рисунке 4.3 приведена карта напряжений растяжения-сжатия и максимальных касательных (сдвиговых) напряжений для идеально упругой вплоть до границы с жидким ядром модели Марса М\_50. Для чисто упругой модели средний уровень сдвиговых напряжений на поверхности Марса относительно невысок, и составляет 6–7 МПа. Для бассейна Эллада изолинии максимальных сдвиговых напряжений четко видны на поверхности и в коре, под корой эта структура на изолиниях рисунка уже практически не выделяется. Напряжения в несколько десятков МПа наблюдаются в зоне основных поднятий: гора Олимп, вулканы Аскрийский, Павлина, Арсия; Альба Патера, поднятие Элизий; напряжения достигают 20 МПа в районе бассейнов Эллада и Аргир. Под корой средний уровень сдвиговых напряжений уменьшается до значений 2–4 МПа,



Рис. 4.1. Карта изолиний высот марсианского рельефа после разложения в ряд до 90 степени и порядка. Нулевой уровень (жирная сплошная линия) соответствует равновесной фигуре. Сплошные линии соответствуют положительным высотам, пунктирные – отрицательным. Интервал между изолиниями 1 км. Условные обозначения: I – бассейн Эллада, II – бассейн Аргир, III – бассейн Исиды, IV – равнина Утопия, V – Ацидалийское море, VI – равнина Аркадия, VII – равнина Амазония, VIII – поднятие Элизий, IX – Альба патера, X – вулкан Олимп, XI – вулкан Аскрийский, XII - вулкан Павлиний, XIII - вулкан Арсия, XIV – долина Маринера, XV – патера Библиды.



Рис. 4.2. Рельеф границы кора-мантия относительно среднего уровня 50 км при скачке плотности 360 кг/м<sup>3</sup>. Сплошные линии соответствуют положительным высотам, пунктирные – отрицательным (вниз, к центру планеты). Интервал между изолиниями 10 км.

сохраняя свою интенсивность под горой Олимп, вулканами Аскрийский, Павлина, Арсия, поднятием Элизий, постепенно уменьшаясь с глубиной. Но упругая модель является идеализацией и не учитывает реальной реологии недр планеты.

На рисунке 4.4 приведены карты напряжений растяжения-сжатия и максимальных сдвиговых напряжений для модели М 50 с литосферой толщиной 300 км (на поверхности, в коре, сразу под корой, и на нижней границе литосферы), расположенной на ослабленном слое, который частично потерял свои упругие свойства. Ослабление моделируется пониженным в десять раз значением модуля сдвига µ в слое под литосферой, который считается простирающимся до ядра. Несмотря что в поле напряжений на TO, доминирует длинноволновая составляющая, при рассмотрении напряжений на поверхности планеты и в коре четко прослеживается интенсивная концентрация изолиний в районах основных топографических структур, таких как вулканы Олимп, Аскрийский, Павлиний и Арсия, долина Маринера, равнина Утопия и бассейны Эллада и Исида. При переходе через кору наблюдается сглаженная картина изолиний и отсутствие концентрации напряжений в районе конкретных топографических структур, за исключением области плато Фарсида. На глубине 300 км, по сравнению с уровнем 50 км картина изолиний напряжений сдвига более детализирована, хотя концентрация напряжений характерных для некоторых топографических структур на поверхности планеты, практически отсутствует. На нижней границе литосферы, для напряжений растяжения-сжатия характерен переход от напряжений сжатия к напряжениям растяжения под вулканом Олимп и поднятием Элизий, на фоне напряжений сжатия вокруг этих структур. Значения напряжений сдвига в полторадва раза выше, чем на поверхности планеты. В целом, уровень напряжений в литосфере для модели с литосферой толщиной 300 км в 2-3 раза превосходит напряжения, полученные для тех же глубин для чисто упругой модели.



Рис. 4.3. Напряжения растяжения-сжатия (слева) и напряжения сдвига (справа) на поверхности, на глубинах 25 км, 50 км (сразу под корой), и 300 км для чисто упругой модели M\_50. Слева: сжимающим (отрицательным) напряжениям соответствуют штриховые линии, растягивающим – сплошные. Интервал между изолиниями 5 МПа. Справа: Интервал между изолиниями 2 МПа.



Рис. 4.4. Напряжения растяжения-сжатия (слева) и напряжения сдвига (справа) на поверхности, на глубинах 25 км, 50 км (сразу под корой) и 300 км (на нижней границе литосферы) для модели М\_50 с толщиной литосферы 300 км. В слое под литосферой модуль сдвига уменьшен в 10 раз по сравнению с упругой моделью. Слева: сжимающим (отрицательным) напряжениям соответствуют штриховые линии, растягивающим – сплошные. Интервал между изолиниями 5 МПа. Справа: Интервал между изолиниями 2 МПа.



Рис. 4.5. Напряжения растяжения-сжатия (слева) и напряжения сдвига (справа) на поверхности, на глубинах 25 км, 100 км (сразу под корой) и 300 км (на нижней границе литосферы) для модели М\_100 с толщиной литосферы 300 км. В слое под литосферой модуль сдвига уменьшен в 10 раз по сравнению с упругой моделью. Слева: сжимающим (отрицательным) напряжениям соответствуют штриховые линии, растягивающим – сплошные. Интервал между изолиниями 5 МПа. Справа: Интервал между изолиниями 2 МПа.

Картина напряжений для модели M\_100 с толщиной коры 100 км (Рис. 4.5) мало отличается по формам изолиний от картины напряжений для модели M\_50 с толщиной коры 50 км (Рис. 4.3). Средний уровень напряжений для моделей с толщинами коры 50 и 100 км отличается в среднем на 10 процентов.

На рисунке 4.6 показана разница значений напряжений растяжения-сжатия и сдвига для таких структур как гора Олимп, гора Аскрийская, гора Павлина и гора Арсия. Видно, что максимальные расхождения напряжений в моделях с разной толщиной коры проявляются для этих областей в коре. Однако, профили напряжений для моделей с разными толщинами коры для некоторых других структур (например, как поднятие Элизий или бассейн Эллада) существенно отличаются на глубине.

#### 4.3. Длинноволновые и коротковолновые компоненты напряжений

В работе [Жарков, Гудкова, 2016] отмечено, что в гравитационном потенциале Марса доминируют длинноволновые компоненты, а мелкомасштабные детали гравитационного поля практически не видны, за единственным исключением области над щитовым вулканом Олимп на северо-западе Фарсиды. Это связано с тем, что амплитуды гармоник степеней *n* = 2 – 6 значительно превосходят коэффициенты остальной части спектра, и несут в себе информацию, прежде всего, о глобальной аномалии области Фарсида.

Для оценки напряжений, связанных с поднятием Фарсида, проводился анализ длинноволнового (суммирование гармоник до 6 степени и порядка) поля напряжений (Рис. 4.7, 4.8). Как видно из рисунков 4.7 и 4.8, длинноволновое поле не выявляет напряжений от конкретных структур, и показывает лишь доминирующую роль поднятия Фарсида в структуре изолиний поля напряжений. Для выявления мелкомасштабной структуры напряжений более информативным являются рисунки 4.9 и рис. 4.10, где представлены напряжения, учитывающие



Рис. 4.6. Относительная разница значений напряжений растяжения-сжатия (верх) и сдвига (низ) (в процентах) для упругих моделей с корой 50 км и 100 км на различных глубинах в области горы Олимп (1, сплошная линия), горы Аскрийская (2, точечная линия), гора Павлина (3, пунктирная линия) и горы Арсия (4, штрих-пунктирная линия).



Рис. 4.7. Напряжения растяжения-сжатия (слева) и напряжения сдвига (справа) для чисто упругой модели M\_50 на поверхности (верх) и на глубине 50 км (сразу под корой) (низ) для гармоник степеней *n* = 2 – 6. Слева: сжимающим (отрицательным) напряжениям соответствуют штриховые линии, растягивающим – сплошные. Интервал между изолиниями 5 МПа. Справа: Интервал между изолиниями 2 МПа (верх), 1 МПа (низ).



Рис. 4.8. Напряжения растяжения-сжатия (слева) и напряжения сдвига (справа) для модели M\_50 с толщиной литосферы 300 км на поверхности (верх) и на глубине 50 км (сразу под корой) (низ) для гармоник степеней *n* = 2 – 6. Слева: сжимающим (отрицательным) напряжениям соответствуют штриховые линии, растягивающим – сплошные. Интервал между изолиниями 5 МПа. Справа: Интервал между изолиниями 2 МПа.



Рис. 4.9. Напряжения растяжения-сжатия (слева) и напряжения сдвига (справа) для чисто упругой модели M\_50 на поверхности (верх) и на глубине 50 км (сразу под корой) (низ) для гармоник степеней *n* = 7 – 90. Слева: сжимающим (отрицательным) напряжениям соответствуют штриховые линии, растягивающим – сплошные. Интервал между изолиниями 5 МПА. Справа: Интервал между изолиниями 2 МПа.



Рис. 4.10. Напряжения растяжения-сжатия (слева) и напряжения сдвига (справа) для модели с толщиной литосферы 300 км на поверхности (верх) и на глубине 50 км (сразу под корой) (низ) для гармоник степеней n = 7 - 90. Слева: сжимающим (отрицательным) напряжениям соответствуют штриховые линии, растягивающим – сплошные. Интервал между изолиниями 5 МПа. Справа: Интервал между изолиниями 2 МПа.

члены, начиная с седьмой гармоники, т.е. после устранения длинноволнового фона. На рисунках 4.9 и 4.10 проявляется картина поля напряжений от мелких структур, которое затенено большими напряжениями от зоны Фарсида в целом, при учете гармоник начиная с n=2.

Вклад длинноволновой И коротковолновой компонент В величину 4.11. максимальных напряжений продемонстрирован рисунке на Длинноволновыми аномалиями считаются вариации гравитационного поля с длинами волн, превышающими 10–15 процентов радиуса планеты, для Марса это значение составляет 500 км. Очевидно, что поле напряжений длинноволновых компонент на больших глубинах совпадает с полем напряжений, рассчитанным до 90 гармоники (на Марсе это глубина 500-600 км). На глубинах 100-200 км больший вклад в общее поле напряжений вносит коротковолновая компонента.

#### 4.4. Зависимость поля напряжений от толщины литосферы

Полностью упругая модель соответствует слабо деформированному состоянию, когда смещения за счет нагрузки незначительны. Как было показано выше, на рисунках 4.1 и 4.2, в целом, марсианский рельеф скомпенсирован: в районе низменностей наблюдается утоньшение коры, а в областях гор, наоборот, имеет место ее утолщение. При двухуровневой модели (при нагрузке на поверхности и на границе кора-мантия) возникает «конденсатор напряжений», границами которого служат имеющие разный знак аномальные плотности на поверхности и границе кора-мантия. В этом случае топографические структуры и их компенсация давят на кору сверху и снизу. Напряжения в такой модели, в основном, сосредоточены в зоне коры. В зависимости от степени изостатической компенсации часть напряжений может просачиваться из этого слоя (в данном случае, при нагрузке на границе кора-мантия в нижнюю часть литосферы). Если обратиться 4.3-4.5, К рисункам видно, что происходит



Рис. 4.11 (начало). Максимальные напряжения растяжения-сжатия (слева) и максимальные сдвиговые напряжения (справа) в планете по глубине для упругой модели М\_50 (1, 5) и модели с литосферой варьируемой толщины (2, 6 – 150 км; 3, 7 – 300 км; 4, 8 – 500 км). Сплошные линии - для гармоник степеней *n* = 2–90, пунктирные линии – *n* = 2–6, штрих-пунктирные линии – *n* = 7–90. Вертикальные линии соответствуют толщине литосферы.



Рис. 4.11 (продолжение). Максимальные напряжения растяжения-сжатия (слева) и максимальные сдвиговые напряжения (справа) в планете по глубине для упругой модели М\_50 (1, 5) и модели с литосферой варьируемой толщины (2, 6 – 150 км; 3, 7 – 300 км; 4, 8 – 500 км). Сплошные линии - для гармоник степеней *n* = 2–90, пунктирные линии – *n* = 2–6, штрих-пунктирные линии – *n* = 7–90. Вертикальные линии соответствуют толщине литосферы.

частичное просачивание в нижележащие слои, и как меняется картина изолиний под корой: интенсивность напряжений при этом уменьшается примерно в 2 раза, исчезает корреляция со многими топографическими структурами, остаются лишь изолинии в областях самых огромных поднятий, таких как гора Олимп и вулканы Аскрийский, Павлина, Арсия.

В моделях с ослабленным слоем под литосферой, литосфера является внешней механически жесткой оболочкой, и отвечает на приложенные нагрузки. При компенсации на двух уровнях, на поверхности и границе кора-мантия, в коре концентрируются напряжения. Часть напряжений вытесняется в литосферу, которая может их выдерживать, и меньшая часть напряжений просачивается из литосферы в мантию. Наличие ослабленной зоны, по сравнению с чисто упругой моделью, приводит к увеличению напряжений в литосфере в зависимости от ее мощности: чем толще литосфера, тем слабее напряжения в ней. Под литосферой напряжения обрезаются почти под всеми структурами за исключением областей таких высоких структур как вулканы Олимп, Аскрийский, Павлина и Арсия.

Для оценки величин вытесненных напряжений, были выполнены расчеты напряжений растяжения-сжатия и максимальных сдвиговых напряжений для модели Марса М\_50 с упругими оболочками толщиной от 150 до 500 км, граничащими с ослабленным слоем (Рис. 4.11).

На рисунке 4.11 видно, что амплитуды напряжений приблизительно обратно пропорциональны толщине литосферы. Касательные напряжения в упругой литосфере могут достигать 60, 80 и 100 МПа для толщины литосферы 500, 300 и 150 км, соответственно.

В моделях с упругой литосферой напряжения сжатия под вулканом Олимп переходят в напряжения растяжения на нижней границе литосферы. Величина пика напряжений растяжения под вулканом Олимп уменьшается с увеличением толщины литосферы, также уменьшаются напряжения сдвига в этой области по мере утолщения литосферы. В этой области, при толщине литосферы 150–300 км, максимальные значения касательных напряжений одновременно с напряжениями растяжения проявляются на нижней границе литосферы, что касается литосферы 500 км, то пик напряжений растяжения в данном случае меньше, чем напряжения на глубине 100–200 км.

В работе [Кошляков, 1993] была применена теория упругой оболочки для расчета напряжений на Марсе. Эта теория применима, если толщина упругой оболочки мала по сравнению с радиусом планеты: напряжения классифицируются как мембранные (это имеет место для длинноволновой части спектра, при этом напряжения связаны с растяжением оболочки и аналогичны силам поверхностного натяжения) и изгибные напряжения (которые доминируют на коротких длинах волн и вызваны силами изгиба, действующими в литосфере). Как было показано в работе [Кошляков, 1993], в поле Марса преобладают мембранные напряжения, которые обратно пропорциональны толщине литосферы. Расчеты, проведенные в данной работе, для моделей с толщиной литосферы от 150 до 500 км (Рис. 4.11) также показали, что амплитуда напряжений примерно обратно пропорциональна толщине литосферы.

#### Напряжения в области некоторых отдельных структур

Рассмотрим картины напряжений в отдельных областях Марса, под такими структурами как вулкан Олимп, бассейн Эллада, бассейн Аргир, Ацидалийская равнина, равнина Аркадия и долина Маринера. На рисунке 4.12 показано распределения напряжений растяжений-сжатия и максимальных касательных напряжений по глубине для чисто упругой модели M\_50, и моделей с ослабленным в 10 раз подстилающим слоем для разных значений толщины упругой литосферы: 150, 300 и 500 км.

Под вулканом Олимп касательные напряжения в коре достигают 20–30 МПа, падая до 5 МПа под корой. Одновременно значения сжатия достигают огромных значений 50–130 МПа, в зависимости от толщины литосферы.

Под такими структурами как бассейны Эллада и Аргир, Ацидалийская равнина, равнина Аркадия и долина Маринера создаются большие напряжения растяжения, составляя 20–30 МПа в литосфере, одновременно с большими касательными напряжениями.



Рис. 4.12 (начало). Распределения напряжений растяжений-сжатия (слева) и максимальных касательных напряжений (справа) по глубине для модели М\_50 под различными структурами: вулкан Олимп, бассейн Эллада, бассейн Аргир, Ацидалийское море, равнина Аркадия, долина Маринера для упругой модели (сплошная линия) и модели с литосферой варьируемой толщины: толщина литосферы 150 км (точечные линии), 300 км (пунктирные линии) и 500 км (штрих-пунктирные линии) для двухуровневой модели компенсации.



Рис. 4.12 (продолжение). Распределения напряжений растяжений-сжатия (слева) и максимальных касательных напряжений (справа) по глубине для модели М\_50 под различными структурами: вулкан Олимп, бассейн Эллада, бассейн Аргир, Ацидалийское море, равнина Аркадия, долина Маринера для упругой модели (сплошная линия) и модели с литосферой варьируемой толщины: толщина литосферы 150 км (точечные линии), 300 км (пунктирные линии) и 500 км (штрих-пунктирные линии) для двухуровневой модели компенсации.

# 4.5. Негидростатические напряжения для трехуровневой модели компенсации

Для определенности задачи, в разделах 4.1–4.4 при расчете напряжений было сделано предположение, что в Марсе имеется два источника аномального гравитационного поля: неравновесный рельеф и аномалии плотности на границе кора-мантия (двухуровневая модель компенсации). В данном разделе, исследованы зоны максимальных касательных напряжений и напряжений растяжения-сжатия в недрах Марса для трехуровневой модели компенсации, в которой источниками аномального гравитационного поля являются неравновесный рельеф, аномалии плотности на границе кора-мантия и аномалии плотности на нижней границе литосферы.

В целом, картина распределения напряжений для трехуровневой модели компенсации мало отличается от поля напряжений, полученных для двухуровневой Максимальные величины сдвиговых напряжений и напряжений модели. растяжения-сжатия отличаются на 5-10 процентов, при этом остаются все тенденции, выявленные для двухуровневой модели компенсации. Средний уровень напряжений для моделей с толщинами коры 50 и 100 км, также как и для двухуровневой модели компенсации, отличается в среднем на 10 процентов. Распределение напряжений растяжения-сжатия и максимальных касательных напряжений литосфере Mapca обнаруживает В четкую корреляцию с поверхностными структурами планеты.

Рассмотрим картины напряжений, полученных для трехуровневой модели компенсации, в отдельных областях Марса, под такими структурами как вулкан Олимп, бассейн Эллада, бассейн Аргир, Ацидалийская равнина, равнина Аркадия и долина Маринера. На рисунке 4.13 показано распределения напряжений растяжений-сжатия и максимальных касательных напряжений по глубине для моделей с литосферой варьируемой толщины (150, 300 и 500 км) и ослабленным в 10 раз подстилающим слоем, простирающимся до ядра.

Под вулканом Олимп касательные напряжения в коре достигают 30–80 МПа, одновременно значения сжатия достигают значений 200–400 МПа, в зависимости от толщины литосферы. На нижней границе литосферы имеется зона напряжений растяжений 10–80 МПа, чем тоньше литосфера, тем выше значения в этой зоне. Под такими структурами как бассейны Эллада и Аргир, Ацидалийская равнина, равнина Аркадия и долина Маринера создаются большие напряжения растяжения, составляя 20–30 МПа в литосфере, одновременно с большими касательными напряжениями.

Существенное различие распределения напряжений по глубине для моделей двух- и трехуровневой компенсации выявлено под областями Эллада и Аргир. Для этих областей распределение напряжений по глубине приведено на рисунках 4.14 и 4.15. Для двухуровневой модели компенсации высокие напряжения под скомпенсированной структурой Эллада концентрировались в коре, резко спадая после уровня компенсации для любой из рассмотренных моделей. При введении нагрузки на нижней границе литосферы, резко изменилась картина распределения напряжений в литосфере. Распределение аномальных масс под ударными бассейнами может быть следствием экструзии коры, и смещением (поднятием) границы кора-мантия.

Распределение напряжений растяжения-сжатия и максимальных касательных напряжений в литосфере Марса для трехуровневой модели компенсации обнаруживает четкую корреляцию с поверхностными структурами планеты. В целом, значения напряжений для трехуровневой модели компенсации отличаются от величин, полученных для двухуровневой модели (источники аномального гравитационного поля – неравновесный рельеф и аномалии плотности на границе кора-мантия), на 5–10 процентов. Существенное различие



Рис. 4.13 (начало). Распределения напряжений растяжений-сжатия (слева) и максимальных касательных напряжений (справа) по глубине для модели M\_50 под различными структурами: вулкан Олимп, бассейн Эллада, бассейн Аргир, Ацидалийское море, равнина Аркадия, долина Маринера для моделей с литосферой варьируемой толщины: толщина литосферы 150 км (коротко-пунктирные линии), 300 км (длинно-пунктирные линии) и 500 км (штрих-пунктирные линии). Линии соединяют значения, полученные для глубин: 0, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 300, 500, 600, 700, 800, 900 и 1000 км, для трехуровневой модели компенсации.



Рис. 4.13 (продолжение). Распределения напряжений растяжений-сжатия (слева) и максимальных касательных напряжений (справа) по глубине для модели M\_50 под различными структурами: вулкан Олимп, бассейн Эллада, бассейн Аргир, Ацидалийское море, равнина Аркадия, долина Маринера для моделей с литосферой варьируемой толщины: толщина литосферы 150 км (коротко-пунктирные линии), 300 км (длинно-пунктирные линии) и 500 км (штрих-пунктирные линии). Линии соединяют значения, полученные для глубин: 0, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 300, 500, 600, 700, 800, 900 и 1000 км, для трехуровневой модели компенсации.



Рис. 4.14. Распределения напряжений растяжений-сжатия (верх) и максимальных касательных напряжений (низ) по глубине для модели M\_50 под бассейном Эллада для моделей с литосферой варьируемой толщины (слева направо: 150, 300 и 500 км) и ослабленным слоем. Двухуровневая модель компенсации (сплошные линии), трехуровневая модель компенсации (пунктирные линии). Линии соединяют значения, полученные для глубин: 0, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 300, 500, 600, 700, 800, 900 и 1000 км.



Рис. 4.15. Распределения напряжений растяжений-сжатия (верх) и максимальных касательных напряжений (низ) по глубине для модели M\_50 под бассейном Аргир для моделей с литосферой варьируемой толщины (слева направо: 150, 300 и 500 км) и ослабленным слоем. Двухуровневая модель компенсации (сплошные линии), трехуровневая модель компенсации (пунктирные линии). Линии соединяют значения, полученные для глубин: 0, 5, 10, 25, 50, 100, 150, 200, 300, 500, 600, 700, 800, 900 и 1000 км.

между моделями двух- и трехуровневой компенсацией выявлено под двумя самыми крупными ударными кратерами Эллада и Аргир, что требует дальнейшего более полного исследования картины распределения напряжений под этими областями не только по глубине, но и по латерали. В области кратера Эллада, несмотря на понижение рельефа имеется зона положительных гравитационных аномалий до 180 мГал, что указывает на неравномерную экструзию коры.

#### 4.6. Выводы

В представленной работе нашли подтверждение некоторые общие выводы, сделанные в работах [Жарков и др. 1991; Кошляков, Жарков, 1993]. Прогресс в развитии моделей гравитационного поля и топографии благодаря миссиям MGS, ODY, MRO [Smith и др., 2001; Konopliv и др., 2016; Genova и др., 2016], а также детализация моделей внутреннего строения Марса, позволяют оценить напряженное состояние недр планеты с большей точностью и получить знания о детальном распределении напряжений растяжения-сжатия и максимальных касательных напряжений в недрах Марса.

При выборе некоторым образом заданных аномальных плотностей данные о гравитационном поле и топографии планеты служат граничными условиями. Плотностные неоднородности в модели Марса могут быть распределены произвольным образом. Встает проблема выбора уровней залегания аномальных волн плотности. Наиболее простой способ – фиксировать аномалии плотности на двух уровнях и определять амплитуды нагрузок по данным о гравитационном поле и топографии планеты, что было выполнено в разделах 4.1–4.4. Модель компенсации на трех уровнях была рассмотрена в разделе 4.5.

В настоящее время нет возможности точно установить реологические свойства недр Марса. Поэтому, чтобы не вносить ненужных усложнений, были рассмотрены идеализированные модели, которые, тем не менее, позволяют оценить порядок величины напряжений в планете. Как первое приближение была рассмотрена чисто упругая модель. Во втором случае предполагалось наличие упругой литосферы, частью которой являлась кора. При этом рассматривалась возможность существования под литосферой ослабленного слоя, который частично потерял свои упругие свойства. Эта потеря упругих свойств моделировалась умножением модуля сдвига µ на константу, которая полагалась равной 0.1 везде под литосферой до ядра. Очевидно, что это приводит к уменьшению максимальных касательных напряжений в подстилающем слое и вытеснению их в литосферу. В расчетах варьировалась толщина упругого литосферного слоя от 150 до 500 км, ослабленный слой считался простирающимся до ядра.

Наличие ослабленного слоя под литосферой приводит к увеличению напряжений в литосфере в зависимости от ее мощности: чем толще литосфера, тем, естественно, слабее напряжения в ней. Под литосферой напряжения обрезаются практически под всеми структурами за исключением областей гигантских вулканов Олимп, Аскрийский, Павлиний и Арсия.

Для Марса напряжения растяжения-сжатия связаны с доминирующей длинноволновой компонентой в марсианском рельефе. Это проявляется в том, что, хотя связанные с коротковолновыми компонентами максимумы напряжений растяжения-сжатия на рисунках 4.9-4.10 примерно в 2 раза выше, чем максимумы значений напряжений для низких гармоник в области коры, средний уровень напряжений под корой во всех случаях примерно одинаков и равен 50-60 МПа. Напряжения сдвига в литосфере определяются, в основном, коротковолновой компонентой разложения топографии.

Распределение напряжений растяжения-сжатия максимальных И касательных напряжений в литосфере Марса обнаруживает четкую корреляцию с поверхностными структурами планеты. Распределение напряжений подробно показано на картах изолиний для разных глубин на рисунках 4.3-4.5. Видно, что форма изолиний напряжений на всех рисунках одинакова, в то время как амплитуды напряжений приблизительно обратно пропорциональны толщине литосферы (см. Рис. 4.11–4.12). Напряжения более интенсивны в районе Фарсиды, напряжения растяжения-сжатия и сдвига особенно проявляются в области под вулканом Олимп. Локальные максимумы совпадают с расположением вулканов Павлиний. Аскрийский, Арсия, Отчетливые напряжений аномалии

прослеживаются в районе Долины Маринера. Напряжения в районе Элизий несколько меньше, чем в районе Фарсиды и составляют 20–30 МПа в литосфере. Большие касательные напряжения и напряжения растяжения приходятся на области под структурами Эллада, Аргир, Ацидалийское море, долина Аркадия и долина Маринера. Эти районы требуют более подробного анализа.

Второе защищаемое положение: Напряжения в недрах Марса определяются толщиной литосферы для любой из рассмотренных моделей неоднородной упругости, и не зависят от выбора модели компенсации (двухуровневая или трехуровневая), за исключением областей крупных ударных кратеров Эллада и Аргир. Касательные напряжения в литосфере достигают 60, 80 и 100 МПа в зависимости от мощности литосферы (500, 300 и 150 км), соответственно.

Результаты главы опубликованы в [2, 4] из списка опубликованных работ и доложены на конференциях (см. Приложение 1).

## Глава 5. Выявление локальных зон повышенных негидростатических напряжений в недрах Марса как возможных очагов марсотрясений

#### 5.1. Профили напряжений под локальными топографическими структурами

Топографическая поверхность Марса крайне нерегулярна. Марс обладает дихотомией (южные возвышенности и северные низменности), из-за чего геометрический центр масс и центр масс планеты не совпадают приблизительно на 3.3 км. Северное и южные полушария имеют разную геологическую историю, поверхность южного полушария сильно кратерирована, с вулканическими структурами и каньонами, и имеет более тонкую кору, чем северное полушарие. Северное полушарие более гладкое со следами лавовых потоков покрывает примерно одну треть поверхности планеты. Географическое описание основных топографических структур на Марсе представлено на рисунке 5.1. Приведем топографические характеристики районов.

Характерной особенностью Марса является огромное топографическое поднятие Фарсида, которое занимает пятую часть общей поверхности планеты. Фарсида (или Тарсис) представляет собой вулканическое нагорье в районе экватора, имеет протяженность 6000 км и высоту 7 км. В провинции Фарсида расположены: огромные потухшие вулканы – самая высокая гора в Солнечной Системе Олимп (18<sup>0</sup>4' с.ш., 133<sup>0</sup>5' з.д.), гора Аскрийская (11<sup>0</sup>6' с.ш., 104<sup>0</sup>1' з.д.), гора Павлина (0<sup>0</sup>35' с.ш., 112<sup>0</sup>5' з.д.) и потухший щитовидный вулкан - гора Арсия (8<sup>0</sup>21' ю.ш., 120<sup>0</sup>05' з.д.). В восточной части поднятие Фарсида пересекается Долиной Маринера (13<sup>0</sup>9' ю.ш., 59<sup>0</sup>2' з.д.), огромнейшим каньоном длиной более 4000 км и глубиной до 7 км при ширине 200 км. Второе по величине нагорье – вулканический район Элизий (25<sup>0</sup> с.ш., 147<sup>0</sup>2' в.д.).



Рис. 5.1. Основные топографические структуры на карте высот марсианского рельефа после разложения в ряд до 90 степени и порядка (3) по отношению к равновесной фигуре. Условные обозначения: І – бассейн Эллада, II – бассейн Аргир, III – бассейн Исиды, IV – равнина Утопия, V – Ацидалийское море, VI – равнина Аркадия, VII – равнина Амазония, VIII – поднятие Элизий, IX – Альба патера, Х – вулкан Олимп, XI – вулкан Аскрийский, XII – вулкан Павлиний, XIII – вулкан Арсия, XIV – долина Маринера, XV – патера Библиды.

Стоит выделить хорошо сохранившиеся равнинные низменности ударного происхождения в южном полушарии Марса – самая глубокая низменность на планете – равнина Эллада (42<sup>0</sup>4' ю.ш., 70<sup>0</sup>5' в.д.), ее поверхность лежит на 9 км ниже окружающей возвышенности, протяженностью 2300 км. Равнина Аргир (50<sup>0</sup> ю.ш., 43<sup>0</sup> з.д.) – диаметр которой составляет 700-800 км и глубина 5.2 км – это гигантская низменность ударного происхождения, одна из самых больших на Марсе после равнины Эллада, и хорошо сохранившихся ударных структур планеты.

Еще одна низменность ударного происхождения – бассейн Исиды (12<sup>0</sup>9' с.ш., 87<sup>0</sup> в.д.), 1500 км в диаметре, расположена в северном полушарии около экватора. Между вулканами зоны Фарсиды и горой Олимп расположен Купол Библиды (2<sup>0</sup>52' с.ш., 235<sup>0</sup>62' в.д.), потухший вулкан, размеры основания примерно 170х100 км, высота 3 км, в центре которго находится кальдера диаметром 54 км и глубиной 4 км. Протяженные равнины – равнина Аркадия (47<sup>0</sup>2' с.ш., 184<sup>0</sup> в.д.) – гигантская низменность глубиной 0–3 км с остатками свежей лавы; Ацидалийская равнина (50<sup>0</sup> с.ш., 339<sup>0</sup> в.д.) – общирная равнина на Марсе, лежащая на 4–5 км ниже референсной поверхности; равнина Утопия (46<sup>0</sup>7' с.ш., 117<sup>0</sup>5' в.д.) – древний ударный кратер, глубина которого меньше, чем у Эллады, Аргир и Исиды, но больше, чем у Ацидалийской равнины и Аркадии).

Картины распределений напряжений по глубине под выше приведенными локальными структурами можно разбить на несколько категорий: напряжения под вулканами, напряжения под ударными структурами и напряжения под равнинами (Рис. 5.2).

Изменения напряжений под вулканами Олимп, Аскрийский, Павлина и Арсия имеют схожую форму, по абсолютным значениям напряжения сжатия убывают в последовательности: Олимп, Аскрийский, Арсия и Павлина. Напряжение сдвига в этих районах максимальны на Марсе и достигают на поверхности значения 80 МПа (для области Олимп в модели с толщиной коры 50 км). К глубине 10–25 км напряжения падают до значений 20 МПа. Далее напряжения сдвига растут, на глубине 100 км – 60 МПа, и пик напряжений достигается на границе литосферы 100 МПа. Затем напряжения сдвига медленно
спадают до значения 6 МПа на глубине 500 км. Напряжения сжатия здесь также максимальны на планете и достигают значения 170 МПа на поверхности планеты, напряжения 300 МПа достигаются на глубине 10 км. Разница напряжений для моделей с толщиной коры в 50 км и 100 км для областей гор визуально совсем небольшая, форма графиков остается такой же, немного меняется точка локального максимума напряжений сжатия, различие значений составляет 5–10 процентов.

Распределение напряжений под поднятием Элизий носит такой же характер, как и под вулканами Олимп, Аскрийский, Арсия и Павлина. Однако, максимальные напряжения меньше, напряжения сдвига достигают 32 МПа на поверхности, напряжения сжатия 70 МПа на глубине 10 км. Стоит отметить, что сразу под литосферой, под областью Олимп и Элизий, имеется зона, в которой напряжения сжатия переходят в напряжения растяжения (30 МПа и 25 МПа, соответственно).

Под вулканом Патера Альба напряжения сжатия довольно высоки, около 100 МПа, они сопоставимы с уровнем напряжения под поднятием Элизий, несмотря на то, что Элизий в 2 раза выше поднятия Патера Альба. От поверхности и до границы кора-мантия напряжения находятся на уровне более 60 МПа, а затем убывают с глубиной. Напряжения сдвига скачкообразно на границе литосферы уменьшаются примерно в 3 раза с уровня 20 МПа до уровня 7 МПа и поддерживаются на таком уровне с увеличением глубины.

Формы графиков зависимости напряжений от глубины для двух ударных структур Аргир и Эллада схожи в области коры. Напряжения растяжения на поверхности и до границы кора-мантия под областью Эллада и Аргир достигают значений около 40–50 МПа, напряжения сдвига на уровне 20 МПа. На границе кора-мантия под областью Эллада происходит резкий спад напряжений, и напряжения растяжения переходят в напряжения сжатия. Для области Аргир также характерен резкий спад напряжений растяжений растяжений до 15 МПа, затем они немного увеличиваются на границе литосферы – 25 МПа, и под литосферой спадают до 15 МПа, далее незначительно увеличиваются с глубиной. Скачок напряжений сдвига до 3–4 МПа для области Эллады происходит на границе кора-мантия, в то время как для бассейна Аргир – на границе литосферы.

Ударный бассейн Исиды обусловлен практически отсутствием напряжений на поверхности, максимальные напряжения сжатия достигаются на границе корамантия 60 МПа, причем большие значения достигаются в модели с меньшей толщиной коры, потом напряжения спадают до 20 МПа. Напряжения сдвига достигают максимума на глубине 10–25 км около 20 МПа, уменьшаясь до 5 МПа на границе кора-мантия, затем возрастают до границы литосферы и спадают затем до нуля.

Напряжения сдвига в области равнины Аркадия не очень большие на поверхности, в литосфере возрастают от 10 до 30 МПа. Напряжения растяжения на поверхности более 20 МПа, возрастают до 45 МПа на глубине 10–25 км, после чего они плавно уменьшается до уровня 20 МПа на глубине 1000 км. Картина распределения напряжений растяжения под Ацидалийской равниной почти полностью совпадает с распределением напряжений под долиной Аркадия. Напряжения растяжения имеют такие же значения. Напряжения сдвига несколько меньше, около 15 МПа. В области равнины Утопия, напряжения растяжения уменьшаются от 5 МПа на поверхности, переходя в напряжения сжатия на глубине 5–10 км, которые достигают около 30 МПа на границе кора-мантия. Распределение напряжений сдвига похоже на картину для других ударных структур (например, бассейн Исиды).

Напряжения сжатия в области Купола Библиды существенны на поверхности – 50 МПа, достигают максимума в 90 МПа на глубине 10–25 км, затем уменьшаются с глубиной. Напряжения сдвига на поверхности около 20 МПа, затем немного спадают в литосфере до 10–15 МПа.

В области долины Маринера напряжения растяжения достигают 27 МПа в коре на глубине 10–25 км, затем спадают до нуля на границе литосферы, и затем незначительно увеличиваются до 2–3 МПа. Напряжения сдвига максимальны в



Рис. 5.2 (начало). Распределение напряжений растяжения-сжатия (сплошная линия: растяжения — положительные значения, сжатия — отрицательные значения) и напряжений сдвига (пунктирная линия) по глубине под выборочными локальными структурами.



Рис. 5.2 (продолжение). Распределение напряжений растяжения-сжатия (сплошная линия: растяжения – положительные значения, сжатия – отрицательные значения) и напряжений сдвига (пунктирная линия) по глубине под выборочными локальными структурами.



Рис. 5.3. Двухмерные распределения максимальных значений напряжений сдвига (справа) и растяжения–сжатия (слева) на широте расположения структур. При расчетах использовалась модель M\_50 с толщиной литосферы 300 км; под литосферой расположен ослабленный слой.

коре на глубине 5–10 км. Распределение напряжений под долиной Маринера представляет более сложную картину, если рассмотреть двухмерный профиль напряжений в срезе по долготе (Рис. 5.3). Одной из черт является изменение интенсивности напряжений под долиной Маринера (вдоль по долготе). Минимальные значения напряжений сдвига в центре, и максимальные значения на краях на глубинах от 10–25 км до 500 км. Такая картина может быть проявлением локального тектонизма, вызванного нагрузкой от Фарсиды. Геоморфологические характеристики долины Маринера и картина напряжений могут говорить о тектонических процессах в этом районе. Это согласуется с выводами работы [Tenzer и др., 2015].

На рисунке 5.3 приведен срез под областями, в которых максимальные сдвиговые напряжения проявляются одновременно с растягивающими напряжениями, а также картина напряжений под вулканом Олимп. На рисунке видно, что под областью Олимп, имеется зона, в которой напряжения сжатия переходят в напряжения растяжения, при этом в этой области достигаются напряжения Наибольшие напряжения максимальные сдвига. растяжения приходятся на области под структурами Эллада, Аргир, Ацидалийское море, долина Аркадия и долина Маринера. Под этими областями напряжения растяжения проявляются одновременно с большими касательными напряжениями. Высокие напряжения под скомпенсированной структурой Эллада имеют место в коре, резко спадая после уровня компенсации для любой из рассмотренных моделей. Это можно объяснить фактом, что отсутствие гравитационной аномалии позволяет рассматривать Элладу как изостатически скомпенсированную структуру или в случае толстой коры даже как маскон [Sjogren, Wimberley, 1981].

# 5.2. Влияние выбора модели неоднородной упругости на профили напряжений

В настоящее время нет возможности точно установить реологические свойства даже недр Земли. Для этого используются модельные представления, основанные на важных физических эффектах, что позволяет избежать ненужных усложнений и получить оценку порядка величин напряжений и деформаций. Толщина марсианской литосферы, скорее всего, превышает толщину континентальной литосферы Земли [Жарков, Гудкова, 2016]. Как отмечено в главе 1, модели термохимической эволюции Mapca [Grott и др., 2013] не исключают наличия зон подплавления, предполагая, что источники магмы скорее всего расположены на глубинах 100-200 км, и степень их частичного плавления составляет около 5-20 %. Поэтому в данной главе были дополнительно рассмотрены следующие модели: 1) модель с упругой литосферой 300 км, расположенной на ослабленном слое, который частично потерял свои упругие свойства и 2) модели с литосферой и возможными областями подплавлений в ней (на глубинах 100-150 или 100-200 км) (Рис. 3.2 в, г). Ослабление моделируется пониженным в десять раз по сравнению с базовой упругой моделью значением модуля сдвига и в слое под литосферой, который считается простирающимся до первого фазового перехода (оливин-вадслеит), который на Марсе происходит на глубине около 1100 км.

Как отмечено выше, тектонические структуры на Марсе расположены в основном, в районе плато Фарсида, огромнейшего поднятия вулканического происхождения, с гигантскими щитовыми вулканами Олимп, Аскрийский, Арсия и Павлиний. В восточной части поднятие Фарсида пересекается огромнейшим каньоном – долиной Маринера. Другое поднятие, но значительно меньшее, чем Фарсида, это Элизий. Но поверхности выделяются такие крупные низменности ударного происхождения, как Эллада, Аргир, Исида, Утопия.

Как и следовало ожидать, на поверхности планеты и в коре значительные напряжения проявляются в районе Фарсиды. Локальные максимумы совпадают с

расположением вулканов Олимп, Аскрийский, Арсия, Павлиний. Под вулканом Олимп касательные напряжения в коре достигают 20–30 МПа, при этом значения сжатия могут достигать огромных значений 50–130 МПа. Аналогичная картина напряжений имеет место под другими вулканами, но чуть меньшей интенсивности по величине.

Уровень напряжений в литосфере зависит от выбора модели неоднородной упругости. Напряжения сжатия-растяжения (Рис 5.4) и сдвига (Рис. 5.5) для модели с литосферой существенно больше, чем для чисто упругой модели. Напряжения в моделях с зонами подплавлений в литосфере не очень сильно отличаются от базовой модели (модели с литосферой), хотя напряжения и вытесняются из ослабленной зоны в над- и под- ослабленные области, при этом также происходит увеличение значений напряжений в коре.

Выявлено, что наибольшие напряжения растяжения приходятся на области под такими структурами как гигантские низменности ударного происхождения: бассейн Эллада и бассейн Аргир; Ацидалийская равнина, равнина Аркадия и долина Маринера (Рис. 5.4). Под этими областями большие напряжения растяжения (около 20-30 МПа) в литосфере проявляются одновременно с большими касательными напряжениями. Можно предположить, что именно значительные касательные напряжения В зонах растяжения, возможно, представляют наиболее вероятные области очага марсотрясений. Рисунок 5.5 показывает детальное распределение напряжений сдвига под этими локальными структурами.

Напряжения растяжения под областью Эллада и Аргир достигают значений около 40–50 МПа, напряжения сдвига на уровне 20–25 МПа. Высокие напряжения под скомпенсированной структурой Эллада имеют место в коре, резко спадая после уровня компенсации для любой из рассмотренных моделей.

Напряжения сдвига в области равнины Аркадия в литосфере составляют 10– 15 МПа, напряжения растяжения достигают 45 МПа на глубине 10-25 км. Картина распределения напряжений растяжения под Ацидалийской равниной почти полностью совпадает с распределением напряжений под долиной Аркадия. Напряжения сдвига несколько меньше, около 10 МПа, но напряжения растяжения имеют такие же значения.

Отчетливые аномалии напряжений прослеживаются в районе огромнейшего каньона Долина Маринера: напряжения сдвига достигают 25 МПа в коре, на фоне существенных напряжений растяжения. В разделе 5.1 было показано, что распределение напряжений под долиной Маринера представляет более сложную картину, если рассмотреть двухмерный профиль напряжений в срезе по долготе.

Интересно отметить зону повышенных негидростатических напряжений во внешней 5-ти километровой зоне в области равнины Утопия. Равнина Утопия, характеризуется обширной аномалией в 150–330 мГал [Жарков, Гудкова, 2016], которая в совокупности с понижением рельефа на 1–2 км позволяет рассматривать этот ударный бассейн как гигантский марсианский маскон.

Не существует однозначного критерия для выбора зон максимальной вероятности разрушения прочности породы, особенно если речь идет не об образце породы, который можно подвергнуть экспериментальному моделированию, а о литосфере планеты, которая простирается на тысячи км. Кроме этого, такие параметры как пористость, трещиноватость, содержание воды, влияют на прочность породы. Как признано в настоящее время, поведение массива пород в целом определяется, прежде всего, нарушениями целостности среды. Как возможные локальные очаги марсотрясений, выделяются районы, где имеют место одновременно максимальные сдвиговые напряжения И растягивающие напряжения, при этом особенно выделяем в них зоны «направленности» напряжений (Рис. 5.6). Зоны максимальной концентрации напряжений и образования возможных разломов в литосфере наблюдаются в области Эллады, совпадая с областью положительных гравитационных аномалий. Для бассейна Аргир – это соответствует контуру вокруг кратера. Для Ацидалийского моря более вероятная зона для образования разломов – западная граница области. Зона Маринера, с этой точки зрения, целиком представляет интерес для дальнейшего исследования.

Несомненный интерес представляет область зоны посадки миссии InSight для проведения сейсмического эксперимента. На рисунке 5.7 показаны распределения напряжений сдвига и напряжений сжатия-растяжения, а также величина и направление горизонтальных девиаторных напряжений на глубине 5 км в этой области для модели с литосферой и возможной зоной подплавления на глубине 100–150 км. Эта область расположена к юго-востоку от поднятия Элизий, второго крупного поднятия на Марсе после зоны Фарсида. На поверхности в этой области можно наблюдать множественные мелкие разломы, К сожалению, разрешение данных гравитационного поля, не позволяет нам построить карту напряжений для визуализации этих трещин. Из рисунка 5.7 видно, что напряжения сдвига на глубине 5 км составляют 8–10 МПа, а напряжения растяжения достигают 20 МПа. Тем самым можно надеяться, что, если в этом районе имеется некоторая сейсмическая активность, это будет зарегистрировано сейсмической станцией.

#### 5.3. Выводы

В настоящей главе рассмотрены некоторые идеализированные модели неоднородной упругости Марса, которые тем не менее, позволяют оценить порядок величины напряжений в области различных структур. Проанализированы зоны максимальных негидростатических напряжений в недрах Марса как для чисто упругих моделей, так и для моделей с литосферой, а также для модели с возможными зонами подплавлений в литосфере с целью определения зависимости локализации наиболее вероятных зон марсотрясений в недрах планеты. Рассмотренные локальные структуры представляют интерес для интерпретации предстоящих сейсмических данных, так как большие негидростатические касательные напряжения на фоне напряжений растяжения могут приводить



Рис. 5.4. Распределение напряжений сжатия-растяжения для различных моделей неоднородной упругости Марса (сплошная линия: упругая модель; пунктирная линия: модель с литосферой 300 км; штрих-пунктирные линии: модель с литосферой 300 км и зонами частичного подплавления на глубинах 100–150 км, 1; 100–200 км, 2) по глубине под локальными структурами: вулкан Олимп (18<sup>0</sup>4' с.ш., 133<sup>0</sup>5' з.д.), бассейн Эллада (42<sup>0</sup>4' ю.ш., 70<sup>0</sup>5' в.д.), бассейн Аргир (50<sup>0</sup> ю.ш., 43<sup>0</sup> з.д.), Ацидалийская равнина (50<sup>0</sup> с.ш., 339<sup>0</sup> в.д.), равнина Аркадия (47<sup>0</sup>2' с.ш., 176<sup>0</sup> з.д.), долина Маринера (13<sup>0</sup>9' ю.ш., 59<sup>0</sup>2' з.д.).



Рис 5.5. Распределение напряжений сдвига для различных моделей неоднородной упругости Марса (сплошная линия: упругая модель; пунктирная линия: модель с литосферой 300 км; штрих-пунктирные линии: модель с литосферой 300 км и зонами частичного подплавления на глубинах 100–150 км, 1; 100–200 км, 2) по глубине под локальными структурами: вулкан Олимп (18<sup>0</sup>4' с.ш., 133<sup>0</sup>5' з.д.), бассейн Эллада (42<sup>0</sup>4' ю.ш., 70<sup>0</sup>5' в.д.), бассейн Аргир (50<sup>0</sup> ю.ш., 43<sup>0</sup> з.д.), Ацидалийская равнина (50<sup>0</sup> с.ш., 339<sup>0</sup> в.д.), равнина Аркадия (47<sup>0</sup>2' с.ш., 176<sup>0</sup> з.д.), долина Маринера (13<sup>0</sup>9' ю.ш., 59<sup>0</sup>2' з.д.).



Рис. 5.6. Напряжения сдвига (слева), напряжения растяжения-сжатия (по центру) и проекции осей главных напряжений σ<sub>1</sub> (синий), σ<sub>2</sub> (зеленый), σ<sub>3</sub> (красный) на горизонтальную плоскость (справа) на глубине 25 км для модели с литосферой 300 км и возможной зоной подплавления на глубине 100-150 км, для ряда структур: бассейн Эллада, бассейн Аргир, Ацидалийскай равнина, и долина Маринера. Длины проекций осей главных напряжений пропорциональны величинам напряжений.



Рис. 5.7. Напряжения сдвига (слева), напряжения растяжения/сжатия (по центру), проекции осей главных напряжений σ<sub>1</sub> (синий), σ<sub>2</sub> (зеленый), σ<sub>3</sub> (красный) на горизонтальную плоскость (справа) на глубине 5 км для модели с литосферой 300 км и возможной зоной подплавления на глубине 100-150 км, для района места посадки миссии InSight в области равнины Элизий. Длины проекций осей главных напряжений пропорциональны величинам напряжений.

к повышенной сейсмической активности этих районов. Особое внимание уделено области посадки миссии InSight. Уровень негидростатических напряжений на Марсе достаточно высок. По оценкам [Никишин, 1987; Grott и др., 2013] активные тектонические процессы на планете завершились около 1 млрд. лет назад, однако, вероятность сейсмических событий и в настоящее время может оставаться довольно высокой.

**Третье защищаемое положение:** Зоны возможных очагов марсотрясений, обусловленные высокими значениями напряжений сдвига на фоне растягивающих напряжений в литосфере Марса, расположены под ударными бассейнами Эллада и Аргир, равнинами Ацидалийское море, Аркадия и долиной Маринера.

Результаты главы опубликованы в [5] из списка опубликованных работ и доложены на конференциях (см. Приложение 1).

## Заключение

В диссертационной работе представлены результаты исследований автора, направленные на решение важной и практической задачи: исследования зон возможной повышенной сейсмической активности на Марсе в преддверии проведения сейсмических экспериментов на планете.

Актуальность темы научного исследования, ее цели и задачи, научная новизна, теоретическая и практическая значимости, методология и методы исследования, основные положения, выносимые на защиту, достоверность полученных научных результатов и их апробация, личный вклад автора подробно описаны во введении.

Кратко основной итог работы можно сформулировать так: используя данные топографии и гравитационного поля Марса получена детальная картина негидростатических напряжений в недрах планеты, и проведена локализация областей повышенных напряжений сдвига одновременно с большими значениями напряжений растяжения, как зон вероятных источников марсотрясений.

# Приложение 1. Основные публикации и доклады автора по теме диссертации

По результатам диссертации опубликовано 5 научных работ в изданиях, рекомендованных ВАК РФ для публикации материалов докторских и кандидатских диссертаций.

Статьи в журналах, входящих в список ВАК:

- 1. Жарков В.Н., Гудкова Т.В., **Батов А.В.** Об оценке диссипативного фактора недр Марса // Астрон. вестн. 2017. Т. 51. № 6. С. 512-523.
- 2. Гудкова Т.В., Батов А.В., Жарков В.Н. Модельные оценки негидростатических напряжений в коре и мантии Марса: 1. Двухуровневая модель // Астрон. вестн. 2017. Т. 51. № 6. С. 490-511.
- 3. Батов А.В., Гудкова Т.В., Жарков В.Н. Оценки напряженного состояния недр под локальными топографическими структурами Марса. Геофизические исследования. 2018. Т.19. № 3. С. 5-22.
- 4. Батов А.В., Гудкова Т.В., Жарков В.Н. Модельные оценки негидростатических напряжений в коре и мантии Марса: 2. Трехуровневая модель // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 3. С. 232-238.
- Gudkova T.V., Batov A.V., Zharkov V.N. Doklady Earth Sciences, 2018, Vol. 481, Part 2, pp. 1013–1016 (Гудкова Т.В., Батов А.В., Жарков В.Н. О зонах возможной повышенной сейсмической активности на Марсе. ДАН. 2018. Т. 481. № 4).

Тезисы докладов в материалах конференций:

- Батов А.В. Расчет нагрузочных чисел и оценка напряжений на границе корамантия для упругой модели // ИФЗ РАН, Научная конференция молодых учёных и аспирантов ИФЗ РАН, 2016.
- 2. **A. Batov**, T. Gudkova and V.N. Zharkov. Calculation of load Love numbers and static stresses for the interior structure model of Mars with an elastic mantle. 3<sup>rd</sup>

IAPS Scientific Assembly: "Observation and Understanding of the Moon, moons & Planets". Kazan, 2016. p.62-66, In the book Reports of the International Symposium «Lunar Exploration and Space Technology Heritage» / Kazan: Kazan federal university, 2016. – P. 230. УДК 520/52. publishing house of Kazan University, 2016

- Batov A.V., Gudkova T.V., Zharkov V.N. Static stresses estimates in Mars with an elastic mantle. Abstract book, The seventh Moscow Solar System Symposium 7M-S<sup>3</sup>-PS-08, IKI, 10-14 October 2016.
- Батов А.В., Гудкова Т.В., Жарков В.Н. О расчетах напряжений в недрах Марса. В сборнике: Управление большими системами (УБС'2016) Материалы XIII Всероссийской школы-конференции молодых ученых. Под общей редакцией Новикова Д.А., Засканова В.Г.; Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН; Самарский университет. 2016. С. 29-41.
- Batov A.V., Gudkova T.V., Zharkov V.N. Calculation of load Love numbers and static stresses for the interior structure model of Mars with an elastic mantle // Planetary Interiors, International School of space science, 12-16 september 2016, L'Aquila 2016.
- Батов А.В., Гудкова Т.В., Жарков В.Н. Исследование напряженного состояния недр Марса по данным о гравитационном поле и топографии планеты // в книге: Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей, Материалы 44 сессии международного семинара им Д.Г. Успенского, Москва, ИФЗ РАН, 2017. С. 48-54.
- Батов А.В. Поиск зон максимальных касательных напряжений и напряжений растяжения-сжатия в недрах Марса // ИФЗ РАН, Научная конференция молодых учёных и аспирантов ИФЗ РАН, 2017.
- 8. Батов А.В. Выявление областей максимальных сдвиговых и растягивающих напряжений в недрах Марса // ИКИ РАН, Научная конференция молодых учёных и аспирантов ИКИ РАН, 2017.

- Zharkov V.N., Gudkova T.V., Batov A.V. On the estimate of the dissipative factor of Martian interiors. Abstract book, The eighth Moscow Solar System Symposium 8M-S<sup>3</sup>-PS-19, IKI, 9-13 October 2017, P. 263-265.
- Gudkova T.V., Zharkov V.N., Batov A.V. On attenuation of torsional oscillations on Mars. Abstract book, The eighth Moscow Solar System Symposium 8M-S<sup>3</sup>-PS-18, IKI, 9-13 October 2017, P. 260-262.
- Batov A.V., Gudkova T.V., Zharkov V.N. Model stresses in Martian interiors for two-level loading // Abstract book, The eighth Moscow Solar System Symposium 8M-S<sup>3</sup>-PS-18, IKI, 9-13 October 2017, P. 266-268.
- Batov A.V., Gudkova T.V., Zharkov V.N. Estimates of non-hydrostatic stress field in Mars. 45 семинар Успенского, Казанский федеральный Университет. Январь, 2018.
- 13. Батов А.В. Поиск очагов возможных марсотрясений // ИФЗ РАН, Научная конференция молодых учёных и аспирантов ИФЗ РАН, 2018.
- 14. Батов А.В. Исследование поля негидростатических напряжений под локальными структурами на Марсе // ИКИ РАН, Научная конференция молодых учёных и аспирантов ИКИ РАН, 2018.
- 15.**Batov A.V.**, Gudkova T.V., Zharkov V.N. Estimates of Non-hydrostatic Stresses in the Martian Interior // EPSC Abstracts Vol. 12, EPSC2018-283-1. European Planetary Science Congress 2018, 16–21 September 2018, Berlin, Germany.
- Batov A.V., Gudkova T.V., Zharkov V.N. On the location of potential marsquakes' sources // Abstract book, The Ninth Moscow Solar System Symposium 9M-S<sup>3</sup>-PS-18, IKI, 8-12 October 2018.
- Gudkova T.V., Batov A.V., Zharkov V.N. Model estimates of stress state in Mars for three-level loading // Abstract book, The Ninth Moscow Solar System Symposium 9M-S<sup>3</sup>-PS-18, IKI, 8-12 October 2018.

### Список литературы

- Акопян С.Ц., Жарков В.Н., Любимов В.М. Теория затухания крутильных колебаний Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1977. – Т. 8. – С. 15-24.
- Биргео Б.И. Динамика литосферы Земли. М.: ЛЕНАНД. 2016. 256 с.
- Гудкова Т.В., Р. Lognonné, Жарков В.Н., Раевский С.Н. О научных задачах сейсмического эксперимента MISS (Mars Interior Structure by Seismology) // Астрон. вестн. – 2014. – Т. 48. – № 1. – С. 13-23.
- 4. Гудкова Т.В., Батов А.В., Жарков В.Н. Модельные оценки негидростатических напряжений в коре и мантии Марса:
  1. Двухуровневая модель // Астрон. вестн. 2017. Т. 51. № 6. С. 490-511.
- Жарков В. Н. Собственные колебания Земли. Затухание // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. – 1962. – № 2. – С. 159-168.
- Жарков В.Н. Внутреннее строение Марса ключ к пониманию образования планет земной группы // Астрон. вестн. 1996. Т. 30. № 6. С. 514-524.
- Жарков В.Н. Физика земных недр. ООО Наука и образование. 2012. – 386 с.
- Жарков В.Н., Любимов В.М., Мовчан А.А., Мовчан А.И. Влияние физических параметров оболочки на периоды крутильных колебаний Земли // Физика Земли. – 1967. – Т. 2. – С. 3-12.
- Жарков В.Н., Паньков В.А., Калачников А.А., Оснач А.И. Введение в физику Луны. – М.: Наука. – 1969.
- Жарков В.Н., Трубицын В.П. Физика планетных недр М.: Наука. 1980. – 448 с.

- Жарков В.Н., Марченков К.И., Любимов В.М. О длинноволновых касательных напряжениях в литосфере и мантии Венеры // Астрон. вестн. 1986. Т. 20. № 3. С. 202-211.
- Жарков В.Н., Марченков К.И. О корреляции касательных напряжениях в литосфере Венеры с поверхностными структурами // Астрон. вестн. – 1987. – Т. 21. – № 2. – С. 170-175.
- Жарков В.Н., Кошляков Е.М., Марченков К.И. Состав, строение и гравитационное поле Марса // Астрон. вестн. 1991. Т. 25. № 5. С. 515-547.
- Жарков В.Н., Гудкова Т.В. О диссипативном факторе недр Марса // Астрон. вестн. – 1993. – Т. 27. – № 4. – С. 3-15.
- Жарков В.Н., Молоденский С. М. Определение физических параметров ядра Марса по данным о его вращении // Астрон. вестн. – 1994. – Т. 28. – № 4-5. – С. 86–97.
- Жарков В.Н., Гудкова Т.В. Построение модели внутреннего строения Марса// Астрон. вестн. – 2005. – Т. 39. – № 5. – С. 1-32.
- 17. Жарков В.Н., Гудкова Т.В. О модельной структуре гравитационного поля Марса // Астрон. вестн. 2016. Т. 50. С. 252-267.
- Жарков В.Н., Гудкова Т.В., Батов А.В. Об оценке диссипативного фактора недр Марса // Астрон. вестн. – 2017. – Т. 51. – № 6. – С. 512-523.
- Кошляков Е.М. О структуре упругой литосферы Марса // Астрон.
   вестн. 1993. Т. 27. № 2. С. 23-32.
- Кошляков Е.М., Жарков В.Н. О гравитационном поле Марса // Астрон. вестн. – 1993. – Т. 27. – № 2. – С. 12-21.
- Марченков К.И., Любимов В.М., Жарков В.Н. Расчет нагрузочных коэффициентов для заглубленных аномалий плотности // Докл. АН СССР. – 1984. – Т. 15. – № 2. – С. 583-586.

- Марченков К.И., Жарков В.Н. О рельефе границы кора-мантия и напряжениях растяжения-сжатия в коре Венеры // Письма в астрон. журн. 1989. Т. 15. № 2. С. 182-190.
- Молоденский М.С. Упругие приливы, свободная нутация и некоторые вопросы строения Земли // Труды геофизического института АН СССР, – 1953. – Т. 19. – С. 146.
- Молоденский С. М. Изменение чисел Лява при варьировании схемы строения Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1976. – № 2. – С. 13-21.
- Молоденский С. М., Жарков В. Н. О чандлеровском колебании и частотной зависимости Q<sub>µ</sub> мантии Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1982. № 4. С. 3-16.
- Никишин А.М. Геологическое строение и эволюция Марса. 1987. М.: МГУ. – 158 с.
- 27. Перцев Б.П. Влияние морских приливов на земные. Докт. Дисс. 1975.
   М. ИФЗ. АН СССР.
- Ребецкий Ю.Л. Тектонические напряжения и прочность природных массивов – М.: ИКЦ Академкнига – 2007. – 406 с.
- Чуйкова Н.А., Насонова Л.П., Максимова Т.Г. Аномалии плотности, напряжений и гравитационного поля внутри Марса // Вестн. Московского ун-та. Серия 3. Физика. Астрономия. – 2012. – Т. 2. – С. 70-77.
- 30. Чуйкова Н.А., Насонова Л.П., Максимова Т.Г. Аномалии плотности, напряжений и гравитационного поля внутри Земли и Марса и возможные геодинамические следствия: сравнительный анализ // Физика Земли. – 2014. – Т. 3. – С. 127-143.
- Alterman Z., Jarosch H., Pekeris C.L. Oscillations of the Earth // Proc. R. Soc. – 1959. – V. A252 (N1268). – P. 80–95.

- 32. Anderson D.L., Minster J.B. The frequency dependence of Q in the Earth and implications for mantle rheology and Chandler wobble // Geophys. J.R. Ast.Soc. – 1979. – V. 58. – P. 431-440.
- Arkani-Hamed J. Lateral variations of density in the mantle // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. – 1970. – V. 20. – P. 431-455.
- Arkani-Hamed J. Density and stress distribution in the Moon // Moon. 1973. – V.7. – P. 84-126.
- 35. Arkani-Hamed, J. Strength of Martian lithosphere beneath large volcanoes.
  // J. Geophys. Res. 2000. 105, E11, P. 26713-26732.
- 36. Audet P. Toward mapping the effective elastic thickness of planetary lithosphères from a spherical wavelet analysis of gravity and topography // Phys. Earth Planet. Int. – 2014. – V. 226. – P. 48-82.
- Babeiko A.Yu. and Zharkov V.M. Martian crust: a modeling approach // Phys. Earth Planet. Inter. – 2000. – V. 117. – P. 421-435.
- Balmino G., Moynot B., Vales N. Gravity field of Mars in spherical harmonics up to degree and order eighteen // J. Geophys. Res. – 1982. – V. 87. – № B12. – P. 9735-9756.
- Baratoux D., Samuel H., Michaut C., Toplis M.J., Monnereau M., Wieczorek M., Garcia R., and Kurita K. Petrological constraints on the density of the Martian crust // J. Geophys. Res. Planets. – 2014. – V. 119. – P. 1707-1727.
- 40. Banerdt W.B., Phillips R.J., Sleep N.H., Saunders R.S. Thick shell tectonics of one plate planets : application to Mars // JGR. 1982. V. 87. B12. P. 9723-9734.
- Banerdt, W., Golombek, M.P., Tanaka, K.L. Stress and tectonics on Mars. in Mars. – 1992. – 1. – P. 249-297.
- Banerdt, W.B., Golombek, M.P. Tectonics of the Tharsis region of Mars: insights from MGS topography and gravity. // Proceedings of the 31<sup>st</sup> Lunar and Planetary Science Conference. – 2000. – 2038. pdf.
- Banerdt W.B., S. Smrekar, P. Lognonné, T. Spohn, S.W. Asmar, D. Banfield, L. Boschi, U. Christensen, V. Dehant, W. Folkner, D. Giardini, W.

Goetze, M. Golombek, M. Grott, T. Hudson, C. Johnson, G. Kargl, N. Kobayashi, J. Maki, D. Mimoun, A. Mocquet, P. Morgan, M. Panning, W.T. Pike, J. Tromp, T. Van Zoest, R. Weber, M.A. Wieczorek, R. Garcia, K. Hurst, InSight: a discovery mission to explore the interior of Mars // in Lunar and Planetary Science Conference – Vol. 44 – 2013 – P. 1915

- 44. Belleguic V., Lognonné P., and Wiezorek M. Constraints on the Martian lithosphere from gravity and topography data // J. Geophys. Res. 2005. V. 110. E11005. doi:10.1029/2005JE002437.
- Benjamin D., Wahr J., Ray R.D., Egbert G.D., Desai S.D. Constraints on mantle anelasticity from geodetic observations and implications for the J2 anomaly // Geophys. J. Inter. – 2006. – V. 165. – P. 3-16.
- 46. Bertka C.M., Fei Y. Mineralogy of the Martian interior up to core-mantle boundary pressures // J. Geophys. Res., 1997. V. 102. № 3. P. 5251-5264.
- 47. Bertka C.M., Fei Y. Density profile of an SNC model Martian interior and the moment-of-inertia factor of Mars // Earth Planet. Sci. Lett. 1998. V. 157. P. 79-88.
- Beuthe M., Le Maistre S., Rosenblatt P., Pätzold M., and Dehant V. Density and Lithospheric thickness of the Tharsis Province from MEX MaRS and MRO gravity data // J. Geophys. Res. – 2012. – V. 117. – P. 1-32.
- Böse M., Clinton J.F., Ceylan S., Euchner F., van Driel M., Khan A., Giardini D., Lognonné P., Banerdt W.B. A probabilistic Framework for single station location of seismicity on Earth and Mars // Phys. Earth and Planet. Int. – 2017. – V. 262. – P. 48-65.
- 50. Dahlen F.F., Tromp J. Theoretical Global Seismology. Princeton University Press, Princeton. – 1998. – 944 pp.
- Dalton C.A., Ekström G. Global models of surface-wave attenuation // J. Geophys. Res. – 2006. – V. 111. B05317. – doi:10.1029/2005JB003997.

- Dalton C.A., Ekström G., Dziewonski A.M. The global attenuation structure of the upper mantle // J. Geophys. Res. – 2008. – V. 113. B09303. – doi:10.1029/2008JB005429.
- Dalton C.A., Ekström G., Dziewonski A.M. Global seismological shear velocity and attenuation: A comparison with experimental observations // Earth Planet. Sci. Lett. – 2009. – V. 284. – P. 65–75.
- 54. Dimitrova, L.L., Holt, W.E., Haines, A.J., Schultz, R.A. Toward understanding the history and mechanisms of Martian faulting: The contribution of gravitational potential energy. // Geophys. Res. Lett. 33. – 2006. – L08202. – doi:10.1029/2005GL025307
- Dziewonski A.M., Anderson D.L. Preliminary reference Earth model // Phys. Earth Planet. Inter. – 1981. – V. 25. – P. 297–356.
- Eshagh M., Tenzer R. Sub-crustal stress determined using gravity and crust structure models // Comput Geosci. – 2014. – V.19. – P. 115–125. – doi 10.1007/s10596-014-9460-9
- Farrell W.E. Deformation of the Earth by surface loads // Rev. Geophys. Space Phys. – 1972. – V. 10. – P.761-797.
- Faul U.H., Jackson I. A seismological signature of temperature and grain size variations in the upper mantle // Earth Planet. Sci. Lett. – 2005. – V. 234. – P. 119–134.
- Genova A., Goossens S., Lemoine F.G., Mazarico E., Neumann G.A., Smith D.E., Zuber M.T. Seasonal and static gravity field of Mars from MGS, Mars Odyssey and MRO radio science // Icarus. – 2016. – V. 272. – P. 228-245.
- Golombek M.P., Banerdt W.B., Tanaka K.L., Tralli D.M. A prediction of Mars seismicity from surface faulting // Science. – 1992. – V. 258. – P. 979-981.
- Grott M., Breuer D On the spatial variability of the Martian elastic lithosphère thickness: Evidence for mantle plumes? // JGR. – 2010. – V. 115. E03005. – doi:10.1029/2009JE003456

- 62. Grott M., Wieczorek M.A. Density and lithospheric structure at Tyrrhena Patera, Mars, from gravity and topography data // Icarus. – 2012. – V. 211. – P. 43-52.
- Grott M., Baratoux D., Hauber E., Sautter V., Mustard J., Gasnault O., Ruff S.W., Karato S.-I., Debaille V., Knapmeyer M., Sohl F., Van Hoolst T., Breuer D., Morschhauser A., Toplis M.J. Long-Term Evolution of the Martian Crust-Mantle System // Space Sci Rev. – 2013. – V. 174. – P. 49-111.
- 64. Gudkova T.V., Zharkov V.N. The exploration of Martian interiors using the spheroidal oscillation method // Planet. Space Sci. 1996a. V. 44. P. 1223-1230.
- Gudkova T.V., Zharkov V.N. On investigation of Martian crust structure using the free oscillation method // Planet. Space Sci. – 1996b. – V. 44. – P. 1231-1236.
- 66. Hager B.H., Clayton R.W., Richards M.A., Comer R.P., Dziewonski A.M. Lower mantle heterogeneity, dynamic topography and the geoid // Nature. – 1985 – V. 313 – N 6003 – P. 541-545.
- 67. Hoogenboom T., Smrekar S.E. Elastic thickness estimates for the northern lowlands of Mars // Earth Planet. Sci. Lett. 2006. V. 248. P. 830–839.
- Hwang Y.K., Ritsema J. Radial Qµ structure of the lower mantle from teleseismic body-wave spectra // Earth Planet. Sci. Lett. – 2011. – V. 303. – P. 369–375.
- Jackson I. Properties of Rocks and Minerals: Physical Origins of anelasticity and attenuation in rock // Treatise on Geophysics. – 2015. – V. 2. – P. 539-571.
- Jackson I., Faul U.H. Grainsize-sensitive viscoelastic relaxation in olivine: Towards a robust laboratory-based model for seismological applications // Phys. Earth Planet Int. – 2010. – V. 183. – P. 151-164.
- Jacobson R.A. The orbits and masses of the Martian satellites and the libration of Phobos //Astron. J. – 2010. – V. 139. – P. 668-679.

- Jacobson R.A., Lainey V. Martian satellite and ephemerides // Planet. Space Sci. – 2014. – V. 102. – P. 35-44.
- 73. Jordan T. Global tectonic regionalization for seismological data analysis // Bull. Seismol. Soc. Am. – 1981. – V. 71. – P. 1131-1141.
- Karato S. Deformation of Earth Materials. Cambridge. Cambridge Univ. Press. – 2008. – 463p.
- Kaula W.M. Elastic models of the mantle corresponding to variations in the external gravity field // JGR. – 1963. – V. 68. – P. 4967-4978.
- 76. Khan A., van Driel M., Böse M., Giardini D., Ceylan S., Yan J., Clinton J., Euchner F., Lognonne P., Murdoch N., Mimoun D., Panning M., Knapmeyer M., Banerdt W.B. Single-station and single-event marsquake location and inversion for structure using synthetic Martian waveforms // Phys. Earth Planet. Int. – 2016. – V. 258. – P. 28 – 42.
- 77. Knapmeyer M., Oberst J., Hauber E., Wählisch M., Deuchier C., Wagner R. Working models for special distribution and level of Mars' seismicity // J. Geophys. Res. E Planets. 2006. V. 111(11). P. 1-23.
- 78. Konopliv A.S., Asmar S.W., Folkner W.M., Karatekin, Ö., Nunes, D.C., Smrekar, S.E., Yoder C.F., Zuber, M.T. Mars high resolution gravity fields from MRO, Mars seasonal gravity, and other dynamical parameters // Icarus. - 2011. - V. 211. - P. 401-428.
- 79. Konopliv A.S., Park R.S., Folkner W.M. An improved JPL Mars gravity field and orientation from Mars orbiter and lander tracking data // Icarus. – 2016. – V. 274. – P. 253-260.
- Lawrence J.F., Wysession M.E. QLM9: A new radial quality factor (Qµ) model for the lower mantle // Earth Planet. Sci. Lett. 2006. V. 241. P. 962–971.
- Lognonné Ph., Mosser B. Planetary seismology // Surv. Geophys. 1993. –
   V.14. P. 239-302.
- Lognonné P., Banerdt W. B., Giardini D., Christensen U., Mimoun D., de Raucourt D., Spiga A., Garcia R., Mocquet A., Panning M., Beucler E.,

Boschi L., Goetz W., Pike T., Johnson C., Weber R., Wieczorek M., Larmat K., Kobayashi N., Tromp J. InSight and Single-Station Broadband Seismology: From Signal and Noise to Interior Structure Determination // Lunar and Planetary Science Conference. – 2012. – Lunar and Planetary Inst. Technical Report. – V. 43. – P. 1983.

- Lognonné Ph., Johnson C. Planetary seismology // Treatise on Geophysics (section 10.03). – 2015. – P. 65-120.
- Longman I.M. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass load.
   Theory // JGR. – 1962. – V. 67. – P. 845-850.
- Longman I.M. A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass load.
   Computations and numerical results // JGR. – 1963. – V. 68. – P. 485-496.
- Love A.E.H. Some Problems of Geodynamics. Dover Publications, New York. – 1911. – 180 pp.
- Manukin A. B., Kalinnikov I. I., Kalyuzhny A. V., Andreev O. N. Highsensitivity three-axis seismic accelerometer for measurements at the spacecraft and the planets of the solar system // Proceedings of the seventh Moscow Solar System Symposium 7M-S<sup>3</sup>. – M.: IKI RAS. – 2016. – P. 276.
- Métivier L., Karatekin Ö., Dehant V. The effect of the internal structure of Mars on its seasonal loading déformations // Icarus. – 2008. – V. 194. – P. 476-486.
- McGovern, P.J., Solomon, S.C., Smith, D.E., Zuber, M.T., Simons, M., Wieczorek, M.A., Phillips R.J., Neumann, G.A., Aharonson, O., Head, J.W. Localized gravity/ topography admittance and correlation spectra on Mars: implications for regional and global evolution // J. Geophys. Res. – 2002. – V. 107. – P. 5136. – http://dx.doi.org/10.1029/2002JE001854.
- McGovern, P.J., Solomon, S.C., Smith, D.E., Zuber, M.T., Simons, M., Wieczorek, M.A., Phillips, R.J., Neumann, G.A., Aharonson, O., Head, J.W., 2004. Correction to localized gravity/topography admittance and

correlation spectra on Mars: implications for regional and global evolution
 J. Geophys. Res. – 2004. – V. 109. E07007. –
 doi :10.1029/2004JE002286.

- McKenzie, D.P., Barnett, D.N., Yuan, D.-N. The relationship between Martian gravity and topography // Earth Planet. Sci. Lett. – 2002. – V. 195, P. 1–16.
- 92. Mimoun D., Lognonné P., Banerdt W.B., Hurst K., Deraucourt S., Gagnepain-Beyneix J., Pike T., Calcutt S., Bierwirth M., Roll R., Zweifel P., Mance D., Robert O., Nébut T., Tillier S., Laudet P., Kerjean L., Perez R., Giardini D., Christenssen U., Garcia R. The InSight SEIS Experiment // Lunar and Planetary Science Conference. – 2012. – Lunar and Planetary Inst. Technical Report. – V. 43. – P. 1493.
- Montési, L.G. J., Zuber, M.T. Clues to the lithospheric structure of Mars from wrinkle ridge sets and localization instability. // J. Geophys. Res. – 2003. – V. 108, E6, – P. 5048. – doi:10.1029/2002JE001974
- 94. Neumann G.A., Zuber M.T., Wieczorek M.A., McGovern P.J., Lemoine F.G., Smith D.E. Crustal Structure of Mars from Gravity and Topography // J. Geophys. Res. 2004. Vol. 109. p. E08002 P. 1–18, doi:10.1029/2004JE002262.
- 95. Nimmo F., Tanaka K., Early crustal evolution of Mars // Annu. Rev. Earth Planet. Sci. 2005. V. 33, P. 133–161. doi: 10.1146/annurev.earth.33.092203.122637.
- Nimmo F., Faul U.H. Dissipation at tidal and seismic frequencies is a meltfree, anhydrous Mars // J.Geophys.Res. Planets. – 2013. – V. 118. – P. 2558-2569.
- 97. Panning.M., and Romanowicz B. A three-dimensional radially anisotropic model of shear velocity in the whole mantle // Geophys. J. Int. – 2006. – V. 167. – P. 361-379.
- 98. Panning M., Beucler E., Drilleau M., Mocquet A., Lognonne Ph., Banerdt W.B. Verifying single-station seismic approaches using Earth-based data:

Preparation for data return from the InSight mission to Mars // Icarus. – 2015. – V. 248. – P. 230-242. – DOI 10.1016/j.icarus.2014.10.035

- 99. Panning M.P., Lognonne Ph., Banerdt W.B., Garsia R., Golombek M., Kedar S., Knapmeyer-Endrun B., Mocquet A., Teanby N.A., Tromp J., Weber R., Beucler E., Blanchette-Guertin J.- F., Drilleau M., Gudkova T., Hempel S., Khan A., Lekic V., Plesa A.-C., Rivoldini A., Schmerr N., Ruan Y., Verhoeven O., Gao C., Christensen U., Clinton J., Dehant V., Giardini D., Mimoun D., Pike W.T., Smrekar S., Wieczirek M., Knapmeyer M., Wookey J. Planned products of the Mars structure service for the InSight mission to Mars // Space Science Rev. 2017. V. 211. P. 611-650. DOI 10.1007/s11214-016-0317-5.
- 100. Pauer M., Breuer D. Constraints on the maximum crustal density from gravity-topography modeling: Applications to the southern highlands of Mars// Earth Planet. Sci. Lett. – 2008. – V. 276. – P. 253-261.
- 101. Phillips, R. J., Lambeck, K. Gravity fields of the terrestrial planets: Long-wavelength anomalies and tectonics // Rev. Geophys Space Phys. 1980. V. 18. P. 27–76.
- 102. Philips R.J., Grimm R.E. Martian seismicity //Abstr. Lunar Planet. Sci. Conf., XXIII. – 1991. – P. 1061.
- 103. Phillips R.J., Zuber M.T., Smrekar S.E., Mellon M.T., Head J.W., Tanaka K.L., Putzig N.E., Milkovich S.M., Campbell B.A., Plant J.J., Safaeinili A., Seu R., Biccari D., Carter L.M., Pieardi G., Orosei R., Mohit P.S., Heggy E., Zurek R.W., Egan A.F., Giacomoni E., Russo F., Cutigni M., Pettinalli E., Holt J.W., Leuschen C.J., Marinangeli L. Polar deposits: stratigraphy, age and geodynamical response // Science. – 2008. – V. 320. – P. 1182-1185.
- 104. Plesa A.C., Grott M., Tosi N., Breuer D., Spohn T., Wieczorek M. How large are present-day heat flux variations across the surface of Mars? // J. Geophys. Res. Planets. 2016. V. 121. N 12. P. 2386-2403. doi:10.1002/2016JE005126.

- 105. Ricard Y., Fleitout L., Froidevaux C. Geoid heights and lithospheric stresses for a dynamic Earth // Annales Geophysicae. – 1984. – V. 2. – N 3. – P. 267-286.
- 106. Ricard Y., Vigny C., Froidevaux C. Mantle heterogeneities, geoid and plate motion: a Monte Carlo inversion // J. Geophys. Res. 1989. V. 94 N B10. P. 13739-13754.
- 107. Ritzer J.A., Hauck, II, S.A. Lithospheric structure and tectonics at Isidis Planitia, Mars / Icarus. – 2009. – V. 201. – P. 528-539.
- 108. Roberts, G.P., Matthews, B., Bristow, C., Guerrieri, L., Vetterlein, J. Possible evidence of paleomarsquakes from fallen boulder populations, Cerberus Fossae, Mars. // J. Geophys. Res. 2012. – V. 117. – E02009. – doi:10.1029/2011JE003816
- 109. Romanowicz BA, Mitchell B.J. Deep Earth Structure: Q of the Earth from Crust to Core // Treatise on Geophysics. – 2015. – V. 2. – P. 789–827.
- 110. Ruedas T., Tackley P. J., Solomon S. C. Thermal and compositional evolution of the martian mantle: Effects of phase transitions and melting // Phys. Earth Planet. Inter. – 2013a. – V. 216. – P. 32-58.
- 111. Ruedas T., Tackley P. J., Solomon S. C. Thermal and compositional evolution of the martian mantle: Effects of water // Phys. Earth Planet. Inter. - 2013b. - V. 220. - P. 50-72.
- 112. Runcorn S.K. Satellite gravity measurements and laminar viscous flow model of the Earth mantle // J. Geophys. Res. 1964. V. 69 (20). P. 4389–4394.
- 113. Sjogren W.L., Wimberley R.M. Mars: Hellas planitia gravity analysis // Icarus. – 1981. – V. 45. – P. 331-338.
- 114. Sleep, N.H., Phillips, R.J. 1985. Gravity and lithospheric stress on the terrestrial planets with References to the Tharsis region of Mars. // J. Geophys. Res. V. 90, B6. P. 4469-4490.
- 115. Smith M. L., Dahlen F. A. The period and Q of the Chandler wobble // Geophys. J. Roy Astron. Soc. 1981. V. 64. P. 223-284.

- 116. Smith D.E., Lerch F.J., Nerem R.S., Patel G.B., Fricke S.K. Developing an improve higher resolution gravity field for Mars // EOS Trans.Amer. Geohys. Union. 1990. V. 70. № 43. P. 1427.
- 117. Smith D.E., Zuber M.T., Frey H.V., Garvin J.B., Head, J.W., Muhleman D.O., Pettengill G.H., Phillips R.J., Solomon S.C., Zwally H.J., Banerdt W.B., Duxbury T.C., Golombek M.P., Lemoine F.G., Neumann G.A., Rowlands D.D., Aharonson O., Ford P.G., Ivanov A.B., Johnson C.L., McGavern P.J., Abshire J.B., Afzal and R.S., Sun, X. Mars Orbiter Laser Altimeter: Experimental summary after the first year of global mapping of Mars // J. Geophys. Res. 2001. V. 106 (E10). P. 23689-23722.
- 118. Takeuchi I.H., Saito M., Kobayashi N. Study of shear velocity distribution in the upper mantle by mantle Rayleigh and Love waves // J. Geophys. Res. - 1962. - V. 67. - P. 2831-2839.
- 119. Taylor, J., Teanby, N.A., Wookey, J. 2013. Estimates of seismic activity in the Cerberus Fossae region of Mars // J. Geophys. Res. Planets. V. 118. P. 2570-2581. doi:10.1002/2013JE004469
- 120. Tenzer R., Eshagh M., Jin S. Martian sub-crustal stress from gravity and topographic models // Earth and Planetary Science Letters. 2015. V. 425. P. 84-92.
- 121. Verhoeven, O., Rivoldini, A., Vacher, P., Mocquet, A., Choblet, G., Menvielle, M., Dehant, V., T. Van Hoolst, Sleewaegen, J., Barriot, J.P., and Lognonné, P. Interior structure of terrestrial planets: Modelling Mars' mantle and its electromagnetic, geodetic and seismic properties // J. Geophys. Res. 2005. V. 110: EO4009 doi:10.1029/2004JE002271.
- 122. Wänke H., Dreibus G. Chemistry and accretion history of Mars // Phil. Trans.
  Roy. Soc. Lond. 1994. V. 349. P. 285-293.
- 123. Watts A.B. Isostasy and flexure of the lithosphere. Cambridge University Press, New York. 2001. 448pp.

- 124. Wieczorek M.A., Zuber M.T. The thickness of the martian crust: improved constraints from geoid-to-topography ratios // J. Geophys. Res. 2004. V. 109 (E1). P. 153–193.
- 125. Wieczorek, M.A. Contraints on the composition of the martian south polar cap from gravity and topography. Icarus. 2008. V. 196. P. 506–517.
- 126. Wieczorek M.A. Gravity and Topography of the Terrestrial Planets // Treatise on Geophysics, 2nd edition. 2015. V. 10. P. 153–193.
- 127. Willemann, R.J., Turcotte, D.L. 1982. The role of lithosphere stress in the support of the Tharsis rise // J. Geophys. Res. 1982. V. 87. B12. P. 9793-9801.
- 128. Yoder C.F. Astrometric and geodetic properties of earth and the Solar System // Global Earth Physics: a handbook of physical constants / Ed. T.J. Ahrens, Washington: AGU. – 1995. – V. 1. – P. 1-31.
- 129. Yoder C.F., Konopliv A.S., Yuan D.N. et al. Fluid core size of Mars from detection of the solar tide // Science. – 2003. – V. 300. – P. 299-303.
- 130. Zharkov V.N., Gudkova T.V. On the dissipative factor of the Martian interiors // Planet. Space Sci. 1997. V. 45. P. 401–407.
- 131. Zharkov V.N., Molodensky S.M., Brzezinski A., Groten E., Varga P. The Earth and its rotation: Low frequency geodynamics. – Heidelberg: Herbert Wichman Verlag. – H<sup>--</sup>uthig GmbH. – 1996. – 501 p.
- 132. Zharkov V.N., Molodensky S.M. Corrections to love numbers and Chadler period for anelastic Earth's models // Phys. Solid Earth. – 1979. – V. 6. – P. 88-89.
- 133. Zharkov V.N., Molodensky S.M. On the Chandler wobble of Mars // Planet. Space Sci. – 1996. – V. 44. – P. 1457-1462.
- 134. Zharkov V.N., Gudkova T.V., Molodensky S.M. On models of Mars' interior and amplitudes of forced nutations. 1.The effects of deviation of Mars from its equilibrium state on the flattening of the core-mantle boundary // Phys. Earth Planet. Int. 2009. V. 172. P. 324-334.

- 135. Zheng Y., Nimmo F., Lay T. Seismological implications of a lithospheric low seismic velocity zone in Mars // Phys. Earth Planet. Int. 2015. V.240. P. 132–141.
- 136. Zhong S., Roberts J.H. On the support of the Tharsis Rise on Mars // Earth Planet. Sci. Lett. 2003. V. 214. P. 1-9.