

**SPE-187823-RU**

## **Прогноз физико-механических свойств и напряженно-деформированного состояния месторождений углеводородов по результатам экспериментальных исследований и теоретического моделирования**

Н. Дубиня, С. Тихоцкий, И. Баяк, Д. Белобородов, М. Краснова, А. Макарова, О. Русина, И. Фокин, ИФЗ РАН

Авторское право 2017 г., Общество инженеров нефтегазовой промышленности

Этот доклад был подготовлен для презентации на Российской нефтегазовой технической конференции SPE, 16-18 октября, 2017, Москва, Россия.

Данный доклад был выбран для проведения презентации Программным комитетом SPE по результатам экспертизы информации, содержащейся в представленном авторами реферате. Экспертиза содержания доклада Обществом инженеров нефтегазовой промышленности не выполнялась, и внесение исправлений и изменений является обязанностью авторов. Материал в том виде, в котором он представлен, не обязательно отражает точку зрения SPE, его должностных лиц или участников. Электронное копирование, распространение или хранение любой части данного доклада без предварительного письменного согласия SPE запрещается. Разрешение на воспроизведение в печатном виде распространяется только на реферат объемом не более 300 слов; при этом копировать иллюстрации не разрешается. Реферат должен содержать явно выраженную ссылку на авторское право SPE.

### **Резюме**

Работа посвящена вопросам подготовки данных для проведения трехмерного и четырехмерного геомеханического моделирования. Основное внимание уделено проблеме корректного прогноза физико-механических свойств пород на основании комплекса скважинных и лабораторных исследований для наполнения трехмерной модели месторождения параметрами среды. Отдельно рассмотрен вопрос определения граничных условий, накладываемых на напряжения при проведении численного геомеханического моделирования. Рассмотрены основные подходы, используемые при решении практических задач геомеханики месторождений углеводородов, выявлена область их применимости и предложена методика использования расширенного комплекса геофизических исследований скважин для реконструкции профилей напряжений.

### **Введение**

Геомеханическое моделирование месторождений углеводородов стало одним из важных направлений проектирования разработки. Геомеханика дает информацию, необходимую для решения таких практически значимых задач, как достижение безаварийного бурения (Zoback, 2007), прогноз эволюции фильтрационно-емкостных свойств пород при изменении напряженно-деформированного состояния в ходе разработки (Lukin et al., 2015; Dubinya et al., 2015), оптимизация дизайна гидроразрыва пласта (Афанасьев et al., 2009).

Одним из основных результатов решения задач геомеханики месторождений является пространственное распределение и законы эволюции параметров, характеризующих напряженно-деформированное состояние пород, слагающих коллектор (Zoback, 2007). Для получения этого результата необходимо выполнить задачи двух важных этапов геомеханических исследований: подготовка данных для проведения моделирования того или иного процесса и проведение

моделирования. Основным фокусом работы является именно подготовка данных для геомеханического моделирования.

Для решения задач математической физики (к которым относятся задачи геомеханики месторождений) необходимо установить законы, по которым изменяются исследуемые параметры системы, определяющие соотношения, дополняющие указанные законы, и начальные и граничные условия, позволяющие разрешать поставленные задачи. Физические законы, которым подчиняются геомеханические процессы, в целом описаны в рамках теории Био (Bio, 1962) и являются едиными при решении геомеханических задач на разных объектах. В свою очередь, определяющие соотношения, а также граничные и начальные условия могут сильно различаться. Основную проблему представляет тот факт, что часть этих условий может быть определена только после решения обратных задач.

В рамках теории пороупругости определяющими соотношениями являются реологические законы, в соответствии с которыми происходит отклик среды на внешнее воздействие. Несмотря на то, что часто для описания пород, слагающих исследуемые объекты, используется упругая реология (Zoback, 2007), последние исследования (Sone, Zoback, 2014) указывают на необходимость учета вязкой и пластической компонент закона деформирования. Источником информации о реологии рассматриваемой среды служат лабораторные исследования (Тихоцкий и др., 2017), позволяющие определить некоторые характерные параметры законов деформирования. Тем не менее, получаемые в лабораторных исследованиях результаты характеризуют поведение пород в условиях, несоответствующих реальным, как в пространственном, так и во временном масштабе (Баюк, 2013). Это явление приводит к необходимости тщательной интерпретации результатов лабораторных исследований, для последующей интеграции с геомеханической моделью. Этот вопрос освещен в разделах «Лабораторные исследования» и «Прогноз физико-механических свойств».

В качестве входных данных для геомеханического моделирования также необходимо рассматривать пространственные распределения физико-механических свойств среды. Эти поля могут быть восстановлены по результатам комплексирования лабораторных, скважинных и сейсмических исследований с использованием математических моделей физических свойств пород (Баюк, 2013). Возникающие при этом проблемы и пути их решения описаны в разделе «Прогноз физико-механических свойств». Важно отметить, что эти поля должны соответствовать пластовым условиям, поиск которых также является отдельной задачей геомеханики.

Для определения пластовых условий, в частности геомеханических условий нагружения пород, слагающих коллектор, необходимо интерпретировать различные наблюдаемые проявления напряженного состояния. Существуют подходы к интерпретации скважинных исследований (Ljuggren et al., 2003) и структурных особенностей массивов горных пород (Ребецкий, 2007) для реконструкции полей параметров, характеризующих напряженное состояние. Одним из наиболее широко распространенных подходов к установлению текущего напряженного состояния для заложения в модель в качестве граничного условия является анализ проявлений при бурении (Zoback et al., 2003), позволяющий с определенной погрешностью определять профили основных параметров напряженно-деформированного состояния вдоль траекторий пробуренных на месторождении скважин. К недостаткам этого подхода можно отнести значительную неустойчивость решения обратной задачи реконструкции профилей напряжений по отношению к зашумлению входных данных (характеризующему интерпретацию ГИС) и выборную применимость – подход позволяет определять значения напряжений лишь в интервалах образования проявлений при бурении. Вообще говоря, задача определения параметров напряженно-деформированного состояния основывается на анализе значительного количества косвенных данных, так как использование прямых методов измерения напряжений (миниГРП, тесты на приемистость) позволяют определить профили напряжений лишь с точностью до некоторого класса функций (Дубиня, Ежов, 2017). Развиваемый авторами подход к анализу наблюдаемой специальными методами ГИС трещиноватости, описанный в разделе

«Восстановление параметров напряженно-деформированного состояния», позволил снизить влияние указанных недостатков на точность определения профилей напряжений и, тем самым, на точность постановки граничных условий при моделировании геомеханических процессов.

### **Лабораторные исследования**

Отобранный из скважин керновый материал проходит через комплекс лабораторных исследований для определения микроструктуры и физических свойств в различных масштабах. Для полноразмерного керна выполняется компьютерная томография (КТ) и определяются скорости продольных и поперечных упругих волн по методике многоуровневого ультразвукового сканирования (МУЗС, (Петров, Насимов, 2012; Баюк и др., 2015)), затем керн разбуривается на образцы стандартных типоразмеров. Далее проводятся исследования микроструктуры и вещественного состава. Для подготовленных образцов стандартных типоразмеров определяются фильтрационно-емкостные свойства (ФЕС), упругие свойства, параметры упругих и геомеханических свойств при пластовых условиях. Подробно комплекс лабораторных исследований описан в работах (Баюк и др., 2015; Тихоцкий и др., 2017), этапы работ комплекса представлены на рис. 1-4.

Целью исследований полноразмерного керна является определение характерных областей однородности, микроструктуры и упругих свойств горной породы на данном масштабе. Многоуровневые индикатрисы скоростей упругих волн и рентгеноплотностные среды полноразмерного керна представлены на рис. 1. Из областей однородности изготавливаются «образцы-близнецы» горной породы стандартного типоразмера (далее – стандартные образцы), имеющие сходное внутреннее строение. На таких образцах проводятся дальнейшие исследования в предположении, что их свойства достаточно близки.

Из участков полноразмерного керна, близких к месту отбора стандартных образцов, отбираются пробы для исследования микроструктуры и вещественного состава. Микроструктура исследуется с помощью оптического и растрового электронного микроскопов (РЭМ). Для определения элементного и минерального составов применяется метод рентгенофазового анализа и микронзондовые исследования состава минералов. Фотографии микроструктуры горной породы приведены на рис 2.а-в.

Для стандартных образцов при нормальных условиях определяются ФЕС, модель распределения плотности (методом КТ, рис. 3.б) и разноуровневая индикатриса скоростей объемных упругих волн (рис. 3.а) (Тихоцкий и др., 2017). Для получения разноуровневой индикатрисы скоростей проводятся ультразвуковые измерения скоростей объемных упругих волн в 6 плоскостях, проходящих через ось образца (соседние плоскости образуют угол  $30^\circ$ ). В каждой плоскости измерения проводятся между диаметрными точками во встречных направлениях на нескольких уровнях от основания вдоль всего образца с шагом 5 мм. После чего строится развертка скоростей по азимутам плоскости измерения и уровню измерения в плоскости(рис. 3.а), позволяющая визуально и количественно оценить скоростную неоднородность и анизотропию образца.

Сравнивая значения скоростей, измеренных на полноразмерном керне (рис. 1.а) и стандартных образцах (рис. 3.а), и принимая во внимание значения стандартных отклонений скоростей, делается вывод о природе различия скоростей упругих волн на полноразмерном керне и стандартных образцах, выявляется упругая анизотропия породы, разделяются эффекты неоднородности породы и анизотропии ее упругих свойств. На основании измерений скоростей упругих волн определяются полный тензор упругости породы и динамические модули упругости.

На заключительном этапе проводятся псевдотрехосные испытания стандартных образцов с целью определения статических модулей упругости и прочностных характеристик при условиях, моделирующих пластовые. Образец помещается в термоусадочный жакет, после этого на образец устанавливаются датчики осевой и радиальной деформаций, датчики продольных и поперечных волн. Затем сборка помещается в рабочую зону испытательной установки. С помощью

сервогидравлической испытательной установки около образца создаются давление и температура, аналогичные пластовым, затем проводится сжатие образца осевым манипулятором вплоть до разрушения. На протяжении всего испытания контроллер установки ведет непрерывную запись деформаций образца, осевого напряжения и всестороннего давления около образца. Статические модули упругости (модуль Юнга и коэффициент Пуассона) определяются на основе анализа кривых “напряжение – осевая деформация” и “осевая деформация – радиальная деформация”. Иллюстрации результатов исследований стандартных образцов при пластовых условиях приведены на рис. 4.

В процессе нагружения образца с заданным шагом по времени регистрируются скорости упругих волн в образце (рис. 4.в). Помимо этого, в ходе эксперимента непрерывно регистрируются сигналы акустической эмиссии (рис. 4.г), характер интенсивности которой позволяет судить о процессах, происходящих в образце в ходе трехосных испытаний. На сервогидравлической испытательной установке предусмотрена возможность измерения гидравлической проницаемости по мере нагружения образца, что позволяет применять описываемый комплекс, в том числе, и для решения задач анализа влияния геомеханических процессов, проходящих в породе, на ее фильтрационно-емкостные свойства (Lukin et al., 2015). Более подробно измерительные комплексы и методика эксперимента описаны в работах (Патонин, 2006; Патонин и др., 2013; Тихоцкий и др., 2017).

Стандартная методика выполнения псевдотрехосного испытания подразумевает испытание сухого образца, без контроля порового давления. Радиальное напряжение  $\sigma_R$  для псевдотрехосного испытания выбирается из предварительных оценок параметров напряженного состояния породы при пластовых условиях:

$$\sigma_R = \frac{\sigma_H + \sigma_h}{2},$$

где  $\sigma_H$  и  $\sigma_h$  – соответственно, оценочные значения максимального и минимального эффективных напряжений, действующих на породу в условиях залегания образца. В зависимости от объема дополнительных данных, имеющихся в наличии, эта оценка может быть выполнена по имеющемуся представлению о тектонических особенностях региона или в рамках одного из подходов к интерпретации данных геофизических исследований (Ljuggren et al., 2003; Zoback et al., 2003; Дубиня, Ежов, 2017).

Для определения прочностных параметров горной породы предусмотрено циклическое псевдотрехосное испытание (Kim, Ko, 1979). При заданном наборе различных радиальных напряжений выполняются циклы нагружения образца с помощью осевого манипулятора до предела упругости и разгрузки до исходного состояния. При каждом  $\sigma_R$  определяется предел упругости. Далее принимается гипотеза о том, что разность между пределами упругости и пределами прочности при всех значениях  $\sigma_R$  одинакова. Эта разность вычисляется на последнем цикле, на котором образец переводится за предел прочности. Далее, зная пределы прочности образца при различных  $\sigma_R$ , рассчитываются прочностные параметры для критерия разрушения Кулона-Мора (рис. 4.б). На рис. 4 приведены типовые результаты многостадийного испытания по определению геомеханических параметров образцов с записью и локацией акустической эмиссии (АЭ).

В результате испытаний при пластовых условиях определяются статические упругие модули, динамические упругие модули и параметры прочности. Эти параметры в дальнейшем ремасштабируются с использованием модели эффективных физико-механических свойств среды на масштабы ГИС и сейсмического куба. Эта операция подробно описана ниже.

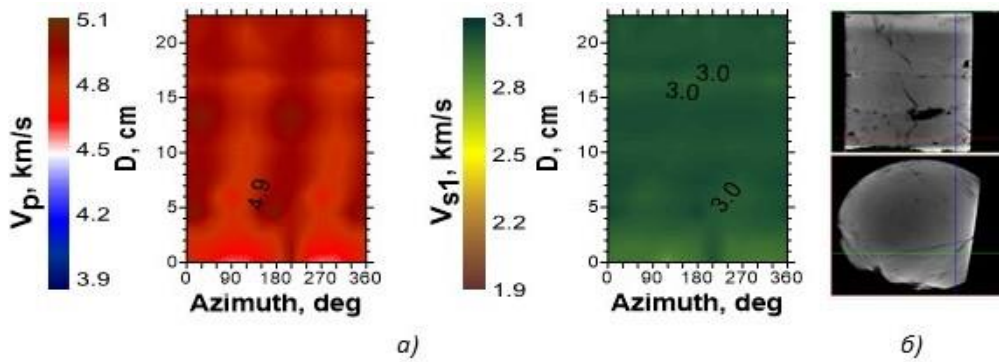


Рис. 1 Иллюстрации исследований полноразмерного ядра: а) многоуровневая индикатриса скоростей продольной и поперечной волн полноразмерного ядра; б) ортогональные рентгеноплотностные срезы образца полноразмерного ядра  $\phi 100$  мм, разрешением  $100 \mu\text{m}$

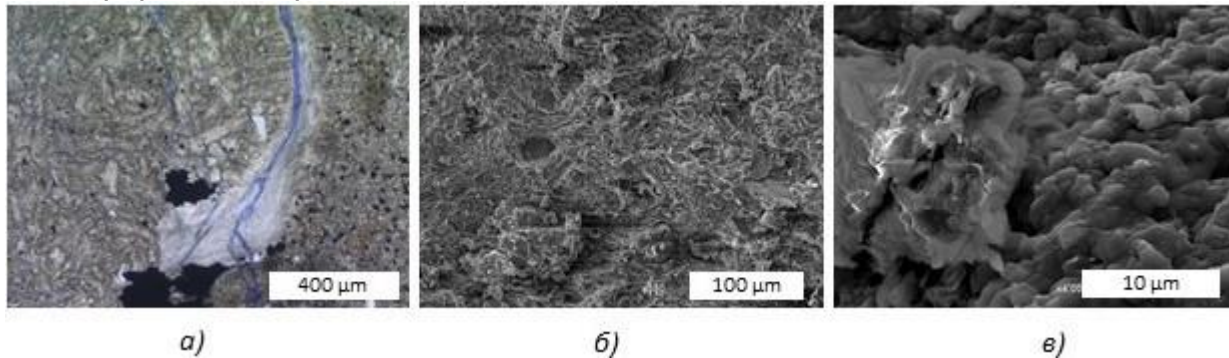


Рис. 2 Иллюстрации микроструктуры карбонатной породы: а) фотография через оптический микроскоп (масштаб  $400 \mu\text{m}$ ); б), в) фотографии через РЭМ (масштаб  $100 \mu\text{m}$  и  $10 \mu\text{m}$ )

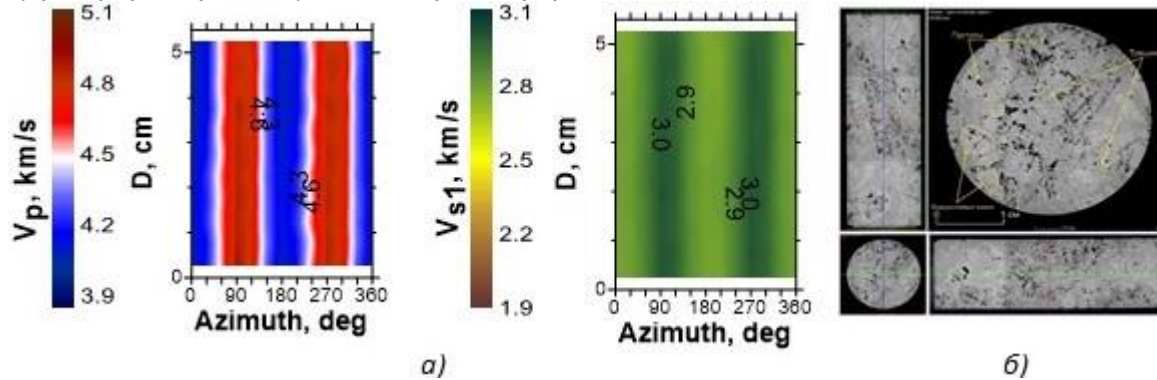


Рис. 3 Иллюстрации исследований стандартных образцов при нормальных условиях: а) многоуровневая индикатриса скоростей продольной и поперечной волн; б) ортогональные рентгеноплотностные срезы разрешением  $40 \mu\text{m}$

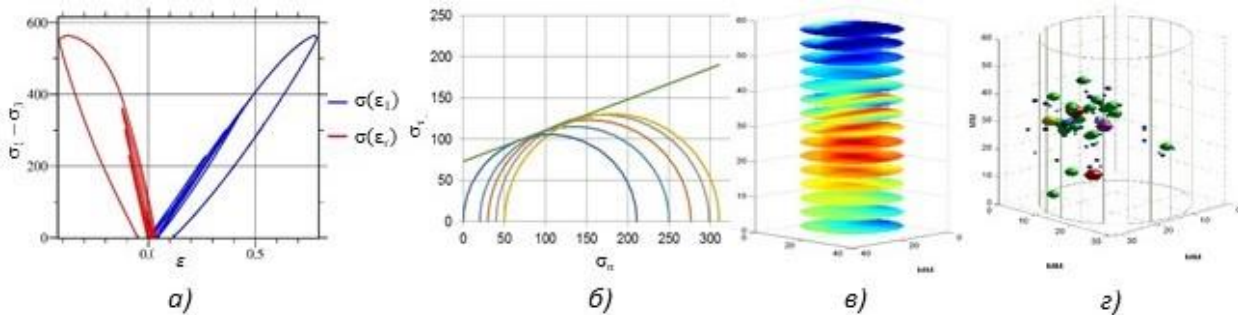


Рис. 4 Иллюстрации исследований стандартных образцов при плоских условиях: а) графики зависимости напряжения от радиальной и осевой деформаций; б) паспорт прочности образца; в) восстановленная модель распределения скорости продольной волны; г) положения источников сигналов акустической эмиссии в процессе нагружения образца

### Прогноз физико-механических свойств

При проведении различных геофизических работ по изучению месторождения горная порода анализируется в различных масштабах – от нанометров и миллиметров (в лабораторных условиях) до десятков и сотен метров при выполнении сейсмических работ. Минимальные размеры

образцов пород, на которых возможны измерения скоростей упругих волн в лаборатории – первые сантиметры. Безусловно, свойства породы в разных масштабах различны. Причем, эти различия, во многом, определяются различным строением среды в разных масштабах. Физические свойства породы в каждом следующем масштабе наследуют свойства предыдущего.

С целью повышения достоверности интерпретации полевых данных и необходимости прогнозирования физических свойств пород в условиях, для которых проведение эксперимента по измерению физических свойств невозможно, применяют математическое моделирование физических свойств пород по их составу и внутреннему строению (микроструктуре). Такое моделирование часто называют петроупругим. Как правило, для этой цели применяют методы теории эффективных сред (Шермергор, 1977; Mavko et al., 2009; Баяк, 2013). При этом следует выделять модели трех уровней: 1) модель в масштабе зерна (модель 1-го уровня), 2) модель в масштабе работ ГИС (модель 2-го уровня), 3) модель в масштабе сейсмических работ (модель 3-го уровня). Процедура преобразования свойств на следующий масштаб называется апскейлингом.

Результаты лабораторных исследований, полученные в рамках описанного выше экспериментального комплекса работ, служат основой для создания математических моделей 1-го уровня для упругих свойств пород исследуемого месторождения. Для каждой выделенной группы пород (литотипа, геомеханической фации) создается своя модель, отражающая особенности микроструктуры породы. Понятие «математическая модель физических свойств» подразумевает триаду, состоящую из следующих элементов: 1) модельная среда, 2) параметры модели, 3) уравнения связей между параметрами модели и измеряемыми физическими свойствами. Модельная среда – это некоторое идеализированное изображение реальной породы, в котором неоднородности (частицы минерального и органического вещества, поры, трещины) представляются в виде простых геометрических фигур (чаще, эллипсоидов вращения) и отражаются особенности взаимного расположения неоднородностей. Параметрами модели могут быть аспектные отношения эллипсоидов, представляющих неоднородности; объемное содержание отдельных компонент (например, минералов, органического вещества, трещин, пор); характеристики связности отдельных компонент (например, пустотного пространства). В качестве уравнений связи между параметрами модели и физическими свойствами используются формулы методов теории эффективных сред. Параметры модели определяются путем минимизации невязок между измеренными и теоретическими значениями скоростей. При этом применяются статистические подходы, в частности, метод Монте-Карло. Решения как для параметров модели, так и для упругих параметров породы (компонент тензора упругости породы, скоростей в различных направлениях) представляются в виде статистических характеристик. Получение вероятностных решений диктуется наличием экспериментальных ошибок в данных.

Лабораторный эксперимент при нормальных условиях предоставляет достаточно широкий спектр петрофизических данных о породе, включая возможность измерения скоростей в произвольно заданном направлении. Анализ микроструктуры породы (фото оптического и растрового электронного микроскопов) также производится при нормальных условиях. Поэтому модель 1-го уровня может быть построена достаточно детально и достоверно. Результаты измерений скоростей при условиях, моделирующих пластовые, позволяют физически обоснованно модифицировать параметры модели для пластовых условий, тем самым предоставляя модель 1-го уровня для этих условий.

При построении модели 2-го уровня (десятки сантиметров – метры) анализируется (при наличии) полноразмерный керн пород с целью выявления трещин следующего масштаба, и используются данные ГИС о скоростях, плотности, пористости, минеральном составе и содержании органического вещества. Помимо этого, о наличии трещиноватости в масштабе ГИС важную информацию предоставляет каротаж FMI (formation micro imaging). Параметры модели 1-го уровня при этом также корректируются с учетом их возможного изменения при пластовых условиях (например, уменьшение параметра связности пустот, аспектного отношения трещин) по сравнению с нормальными условиями или же условиями, моделирующими пластовые в



лабораторном эксперименте. В результате построения модели 2-го уровня в дополнение к параметрам модели 1-го уровня появляется информация о форме трещин и каверн, разделение пористости по типам – поры, трещины, каверны; а также – о степени связности пустотного пространства в масштабе ГИС, которая выражается специальным параметром.

Заметим, что вследствие возможного наличия ориентированных неоднородностей, как в масштабные керны, так и в масштабе ГИС, порода может проявлять анизотропию физических свойств. В этом случае упругие свойства среды характеризуются тензором упругости. При использовании данных ГИС по скоростям, полученных лишь для одного направления, совпадающего с направлением ствола скважины, именно петроупругое моделирование, учитывающее особенности разномасштабного строения породы, дает возможность восстановить ее полный тензор упругости. Тестирование этого подхода показано в работах (Баяук, Дьяур, 2012; Bayuk et al., 2008).

Апскейлинг иерархической модели 2-го уровня (включающей модель 1-го уровня) в сейсмический масштаб проводится с помощью анизотропного варианта метода Бейкуса (Шермергор, 1977). Классический метод Бейкуса предполагает, что пласт, для которого определяются упругие свойства на сейсмических частотах, состоит из изотропных тонких слоев. В результате эффективные упругие свойства пласта имеют анизотропию типа VTI. В анизотропном варианте предполагается, что тонкие слои могут иметь произвольный тип анизотропии упругих свойств. Это, в свою очередь, может привести к произвольному типу анизотропии свойств пласта.

Описанное выше разномасштабное петроупругое моделирование позволяет проводить инверсию сейсмических данных с учетом анизотропии среды, получать более надежные корреляционные зависимости «скорость упругой волны – пористость», «акустический импеданс – пористость», «сдвиговый импеданс – пористость», «акустический импеданс – сдвиговый импеданс», «геомеханический параметр – упругий параметр» (и т.п.) по сравнению с теми, которые можно получить непосредственно из полевых измерений. Причем, эти зависимости можно получать в любом из трех упомянутых выше масштабов. Помимо этого, такое моделирование позволяет проводить более обоснованное замещение данных в случае их отсутствия. В результате, по сейсмическим данным можно получить в объеме месторождения «кубы» пористости, упругих и геомеханических параметров, необходимых для проведения дальнейшего геомеханического моделирования.

## **Восстановление параметров напряженно-деформированного состояния**

Как было указано выше, для корректного проведения геомеханического моделирования необходимо не только наполнить модель эффективными свойствами, но и установить граничные условия. В применении к задачам геомеханики месторождений углеводородов источником данных для граничных условий служат геофизические условия скважин – в роли граничных условий выступают распределения параметров, определяющих напряженно-деформированное состояние пород, окружающих пробуренные скважины.

Для того, чтобы полным образом описать напряженно-деформированное состояние среды необходимо установить 6 независимых параметров: три значения главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  и три угла Эйлера, определяющих ориентацию главных осей тензора напряжений. В случае скважинных исследований имеет смысл говорить о профилях этих параметров вдоль траекторий скважин.

В задачах геомеханики месторождений углеводородов принято считать, что одна из главных осей тензора напряжений субвертикальна (Zoback, 2007). Это предположение может быть обосновано сравнительно малыми глубинами разрабатываемых месторождений в сравнении с характерными масштабами изменения траекторий главных напряжений. Такой подход позволяет уменьшить число параметров, необходимых для рассмотрения до четырех – из трех углов Эйлера остается только один угол  $\theta$ , определяющий направление действия максимального

горизонтального напряжения. В таком случае тройка главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  будет являться переиндексацией трех напряжений – вертикального  $\sigma_v$ , максимального горизонтального  $\sigma_H$  и минимального горизонтального  $\sigma_h$  – в соответствии с правилом  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ . Соотношение между главными напряжениями определяется тектоническим режимом (в соответствии с классификацией (Anderson, 1951)) сбросовый режим определяется как  $\sigma_v \geq \sigma_H \geq \sigma_h$ , сдвиговый определяется неравенством  $\sigma_H \geq \sigma_v \geq \sigma_h$ , для надвигового режима характерно соотношение  $\sigma_H \geq \sigma_h \geq \sigma_v$ .

Необходимо также учитывать, что в рамках теории пороупругости (Biot, 1962) для корректного описания поведения породы следует рассматривать эффективные напряжения, учитывающие давление насыщающего породу флюида  $P$ . Этот параметр также необходимо включить в число величин, которые необходимо установить для постановки граничных условий.

В случае наличия достаточного количества данных геофизических исследований можно воспользоваться одним из существующих подходов к определению профилей вертикального напряжения  $\sigma_v$  и порового давления  $P$ . В частности, в данной работе профиль порового давления  $P(z)$  (здесь и далее  $z$  – координата вдоль ствола скважины) был восстановлен с использованием кривой скорости пробега продольных волн, синтезированной в рамках теории эффективных сред по подходу, предложенному в (Eaton, 1972). В свою очередь профиль эффективного вертикального напряжения  $\sigma_v(z)$  был определен путем прямого интегрирования профиля плотности  $\rho(z)$ . Таким образом, остается задача определения профилей максимального  $\sigma_H(z)$  и минимального  $\sigma_h(z)$  горизонтального напряжения, а также азимута действия максимального горизонтального напряжения  $\theta$  по данным имеющегося комплекса геофизических исследований.

Самым распространенным подходом к определению этих параметров является анализ проявлений при бурении – вывалов и трещин растяжения, образовавшихся при бурении (Zoback et al., 2003). К достоинствам этого подхода следует отнести теоретическую обоснованность и успешное применение на практике. Тем не менее, указанный подход обладает ограничением, не позволяющим применять его в зонах, в которых вывалы не наблюдались. Возможные подходы к использованию упругой модели для распространения оценок значений горизонтальных напряжений за пределы интервалов вывалообразования (в рамках модели (Prats, 1981)) усложняется чрезмерным количеством дополнительных вводимых параметров (Zoback, 2007). В работе проявления при бурении были использованы (совместно с анализом современной тектоники региона) для определения направления максимального горизонтального напряжения северо-запад – юго-восток, что позволило определить азимут  $\theta$ .

В данной работе для оценки допустимых значений горизонтальных напряжений использовался разработанный подход к анализу трещиноватости (Дубиня, Ежов, 2017). Этот подход имеет несколько другую область применимости: основываясь на анализе трещин, наблюдаемых с помощью расширенного комплекса геофизических исследований скважин, он естественным образом может быть применен преимущественно в трещиноватых коллекторах или в интервалах наблюдаемой развитой трещиноватости.

В основе подхода лежит гипотеза о наличии связи между текущим напряженно-деформированном состоянии, в котором находится трещина, и ее проводящими свойствами (Barton et al., 1995). В соответствии с этой гипотезой трещина будет проводящей при текущих тектонических условиях, если эти условия обеспечивают превышение критерия сухого трения, выражающегося неравенством:

$$\tau_n \geq \mu \sigma_n,$$

где  $\tau_n$  – касательное напряжение, действующее на плоскости трещины,  $\sigma_n$  – нормальное напряжение на трещине,  $\mu$  – коэффициент трения, характеризующий породу на глубине, на которой находится трещина. Коэффициент трения определяется в лабораторных условиях на керновом материале и далее может быть распространен на масштаб геофизических исследований с использованием корреляций или в рамках теории эффективных сред. Нормальное и касательное напряжения могут быть выражены через пять независимых величин – три главных напряжения  $\sigma_1,$



$\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  на соответствующей глубине и два направляющих косинуса  $l$  и  $n$  – косинусы углов, которые составляет нормаль к трещине с первой и третьей главными осями тензора напряжений. Эти углы могут быть определены, если предполагается субвертикальность одной из главных осей тензора напряжений, известен азимут максимального горизонтального напряжения  $\theta$  и для каждой трещины определены азимут и угол падения. В работе ориентация трещин определялась при помощи данных скважинного микроимиджера. В таком случае можно рассчитать нормальное и касательное напряжения, действующие на каждой трещине, для любой возможной тройки главных напряжений:

$$\sigma_n = \sigma_2 + l^2(\sigma_1 - \sigma_2) + n^2(\sigma_3 - \sigma_2),$$

$$\tau_n = \sqrt{\left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 + l^2(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3) - \left(\sigma_n - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right)^2}.$$

Таким образом, для любой тройки главных напряжений можно определить, выполняется ли на каждой трещине критерий сухого трения.

Скважинные исследования в свою очередь позволяют определить не только ориентации трещин, выделенных на микроимиджерах, но и отнести их к классу проводящих или непроводящих флюид (Silva et al., 2003). Результаты ряда исследований (Barton et al., 1995; Townend, Zoback, 2000) указывают на то, что проводящими являются именно те трещины, для которых выполняется критерий сухого трения. Эта установленная тенденция связи критически напряженных и проводящих трещин позволяет сформулировать обратную задачу: для некоторого интервала глубин, для которого полагается, что горизонтальные напряжения однородно изменяются с глубиной, на микроимиджерах выделяются трещины, определяются их ориентации и принадлежность к классу проводящих или непроводящих. Далее варьируются параметры, характеризующие значения горизонтальных напряжений (здесь использовались отношения горизонтальных напряжений к вертикальному  $\sigma_h/\sigma_v$  и  $\sigma_H/\sigma_v$ ). Для каждой пары параметров  $\sigma_h/\sigma_v$  и  $\sigma_H/\sigma_v$  на каждой глубине, на которой была выделена трещина, определяются значения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ , а далее определяются нормальное  $\sigma_n$  и касательное напряжение  $\tau_n$  по указанным выше соотношениям. Далее из всего множества значений  $\sigma_h/\sigma_v$  и  $\sigma_H/\sigma_v$  выбираются те, для которых наблюдается соответствие между разделением трещин на классы: наблюдаемым разделением на проводящие и непроводящие и рассчитанным разделением на критически и не-критически напряженные. В качестве параметра, характеризующего соответствие, использовался интегральный параметр  $N$  доли трещин, отнесенных к классу флюидопроводящих на рассматриваемом интервале.

Необходимо учитывать, что анализ микроимиджера выполняется субъективно, из чего следует наличие погрешности интерпретации  $\Delta N$ . Это учитывается в подходе следующим формализованным образом: необходимо определить все возможные комбинации параметров  $\sigma_h/\sigma_v$  и  $\sigma_H/\sigma_v$ , которые соответствуют попаданию рассчитанной доли критически напряженных трещин в наблюдаемый интервал  $[N - \Delta N; N + \Delta N]$ .

Удобным инструментом для представления результатов оказалось использование полигона напряжений (Zoback et al., 1987). Полигон напряжений определяет все возможные значения горизонтальных напряжений, которые могут реализоваться в текущих тектонических условиях на заданной глубине. Пример полигона напряжений показан на рис. 5 сплошной черной линией. Эта линия определяется двумя соотношениями – естественным ограничением:

$$\sigma_H \geq \sigma_h,$$

и ограничением, соответствующим условию неразрушения среды только за счет тектонических напряжений:

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)\sqrt{1 + \mu^2}}{\mu(\sigma_1 + \sigma_3) + 2C} \leq 1 \text{ или } \sigma_1 \leq \sigma_3 \left( \sqrt{1 + \mu^2} + \mu \right)^2 + UCS,$$

где также введены взаимосвязанные прочностные параметры: когезия  $C$  и прочность на одноосное сжатие  $UCS$ . В зависимости от тектонического режима, последние неравенства связывают разные пары главных напряжений:  $\sigma_V$  с  $\sigma_h$  для сбросового режима,  $\sigma_H$  с  $\sigma_h$  для сдвига и  $\sigma_H$  с  $\sigma_V$  для надвига. Таким образом, все возможные пары горизонтальных напряжений для заданного вертикального напряжения находятся в области, ограниченной четырьмя попарно пересекающимися прямыми. На рис. 5 эта область показана в координатах  $\sigma_h/\sigma_V$  и  $\sigma_H/\sigma_V$  (также произведено нормирование на вертикальное напряжение).

Анализ трещиноватости в соответствии с описанным выше подходом позволяет сузить область неопределенности в определении горизонтальных напряжений. На рис. 5 синей сплошной линией, находящейся внутри полигона напряжений отображены ограничения, накладываемые на значения горизонтальных напряжений условием соответствия между расчетной долей критически напряженных трещин и наблюдаемым интервалом  $[N - \Delta N; N + \Delta N]$ . Был рассмотрен некоторый интервал глубин для одной из скважин месторождения, на котором было выделено около 100 трещин, 46% которых были отнесены к классу проводящих (погрешность  $\Delta N$  составила 3%). Видно, что область, ограниченная построенными кривыми существенно уже изначальной области, ограниченной полигоном напряжений. Дополнение подхода другими подходами к оценке значений горизонтальных напряжений (анализ вывалов, прямые измерения – миниГРП, тесты на приемистость) позволяет еще сильнее повысить точность реконструкции профилей горизонтальных напряжений. В частности, на рассматриваемой скважине анализ распределения трещин и тектонических условий региона указал на преобладание сбросового режима на рассмотренном интервале глубин. Это позволило дополнить полученные ограничения неравенством  $\sigma_V \geq \sigma_H \geq \sigma_h$  и получить достаточно точные оценки значений горизонтальных напряжений:  $\sigma_h/\sigma_V \in [0.55; 0.67]$  и  $\sigma_H/\sigma_V \in [0.67; 1.00]$ . Эти оценки указаны пунктирными линиями в нижней части рисунка. Видно, что такие оценки, в особенности, минимального горизонтального напряжения, являются довольно точными. Дальнейшее уточнение горизонтальных напряжений может быть выполнено при дополнении подхода анализом вывалов и прямыми измерениями.

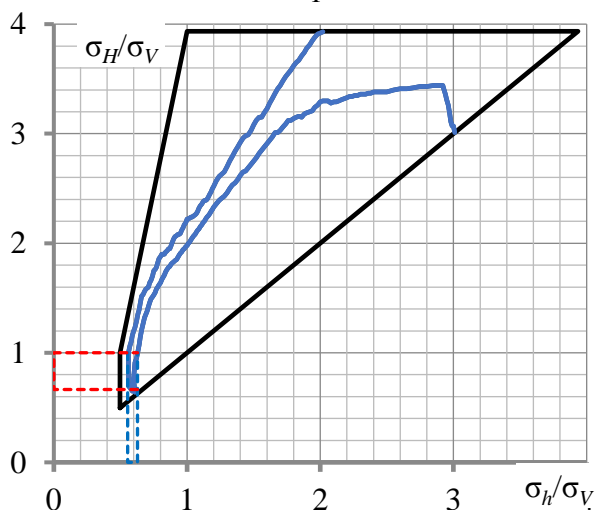


Рис. 5 Полигон напряжений для рассмотренного интервала

Полигоны напряжений были построены для скважин рассматриваемого месторождения в интервалах выраженной трещиноватости. Было обнаружено, что на некоторых скважинах наблюдается сдвиговый режим, что приводит к большей неопределенности в значениях горизонтальных напряжений. Тем не менее, эта неопределенность может быть математически выражена с использованием полигона напряжений, так что она же может быть заложена в постановку граничных условий для последующего геомеханического моделирования.

## Результаты

Описанный выше комплекс исследований был успешно применен для подготовки к проведению геомеханического моделирования на данных одного месторождения России. В качестве исходного материала выступили: данные сейсморазведки, проведенной на месторождении, результаты интерпретации геофизических исследований скважин и керновый материал.

На керновом материале был выполнен комплекс лабораторных исследований по определению физико-механических свойств пород. В дальнейшем для построения геомеханических моделей использовались результаты по определению упруго-прочностных параметров среды: были проведены псевдотрехосные эксперименты по нагружению образцов. Условия проведения экспериментов были выбраны в соответствии с предварительными оценками возможных значений тектонических напряжений, действующих на глубинах отбора керна. Характерным примером получаемых из эксперимента результатов может служить кривая «напряжение – деформация» (рис. 4(a)), из анализа которой можно определить упругие модули, характеризующие среду. Были использованы два независимых модуля – статический модуль Юнга  $E_{st}$  и коэффициент Пуассона  $\nu_{st}$ . Также в ходе нагружения регистрировались параметры, характеризующие прохождение через образец упругих волн, что позволило определить динамические упругие модули  $E_{dyn}$  и  $\nu_{dyn}$ . Совместный анализ этих характеристик позволил определить соответствие между статическими и динамическими упругими характеристиками образца.

Для некоторых образцов были проведены циклические испытания, позволившие построить для образцов паспорта прочности (рис. 4(б)). Анализ этих паспортов показал, что большинство рассмотренных образцов с высокой точностью могут быть описаны в рамках линейной модели пластичности Кулона-Мора. В результате прочностные параметры удалось свести к двум независимым константам материала – углу внутреннего трения  $\phi$  и прочности на одноосное сжатие  $UCS$ .

Результаты интерпретации геофизических исследований скважин позволили определить профили динамических упругих модулей  $E_{dyn}(z)$  и  $\nu_{dyn}(z)$  как функции от глубины вдоль ствола скважины. Совмещение этих профилей с результатами по определению связи между статическими и динамическими упругими модулями позволило построить одномерные модели механических свойств (1D-ММС) для скважин месторождения (рис. 6).

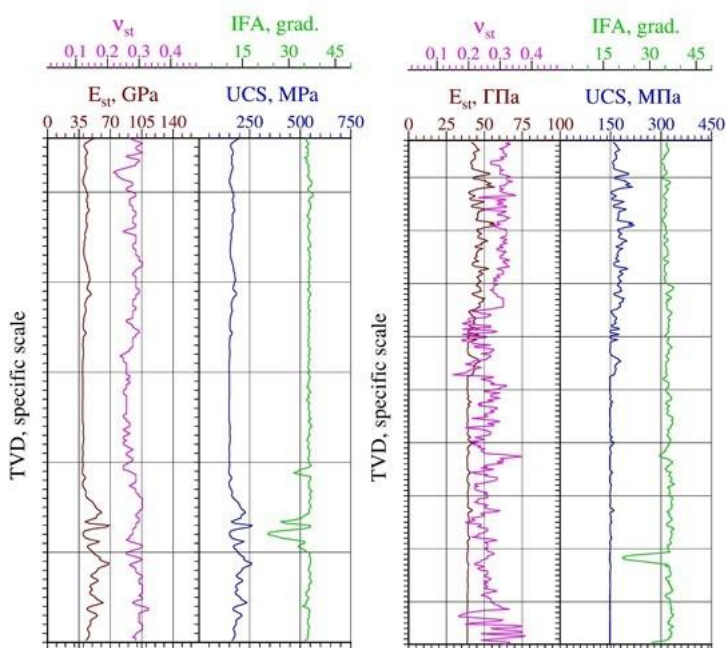


Рис. 6 1D-ММС для двух скважин месторождения

В областях отсутствия данных ГИС эффективные свойства были синтезированы в соответствии с положениями, описанными в разделе «Прогноз физико-механических свойств». Наличие разномасштабных исследований структуры образцов позволило построить для этой цели качественные модели эффективных механических свойств.

Совмещение 1D-ММС с данными сейсморазведки позволило выполнить следующий важный этап в подготовке к геомеханическому моделированию: имея в наличии одномерные модели механических свойств и акустические параметры в соответствующих точках пространство можно выполнить распространение моделей свойств в объем. Результатом такой операции явился трехмерный куб статических упругих модулей. На рис. 7 показаны сечения такого куба статического модуля Юнга.

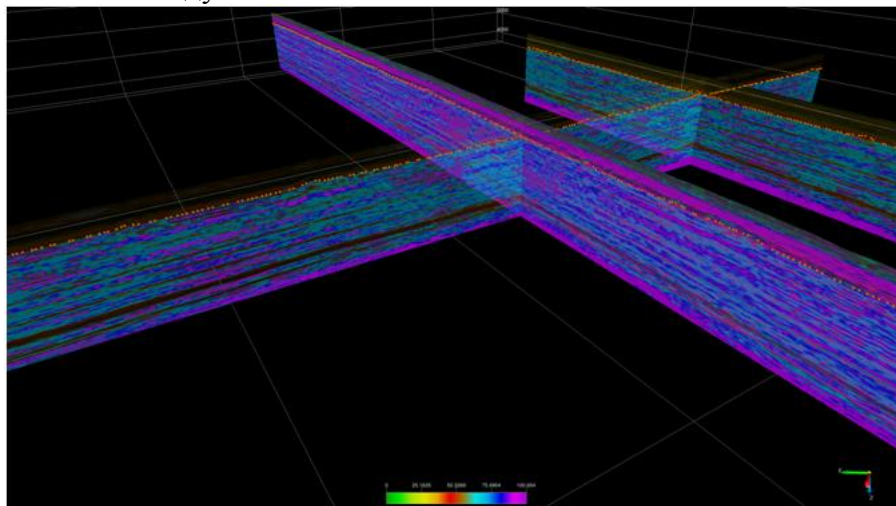


Рис. 7 Сечения трехмерного куба модуля Юнга

Наличие такой трехмерной модели упругих свойств позволяет начать выполнение трехмерного геомеханического моделирования при наличии корректным образом поставленных граничных условий. В рассматриваемом случае рассматривалась задача, поставленная в терминах напряжений. В классической постановке эта задача может быть поставлена как: на границах рассматриваемой области заданы распределения напряжений и их эволюция в течение исследуемого процесса. При рассмотрении задач геомеханики оказывается более удобным ставить граничные условия на скважинах (Zoback, 2007): профили напряжений могут быть определены вдоль траекторий скважин, их эволюция в течение процесса разработки месторождения также характеризуется условиями на скважинах.

В рамках работы оценка профилей напряжений выполнялась в рамках подхода к анализу трещиноватости, описанного в разделе «Восстановление параметров напряженно-деформированного состояния». На скважинах месторождения присутствовал расширенный комплекс геофизических исследований, позволивший выделить в породе естественные трещины и разделить их на классы по признаку флюидопроницаемости. Полигоны напряжений, аналогичные показанному на рис. 5, были построены для этих скважин (рис. 8).

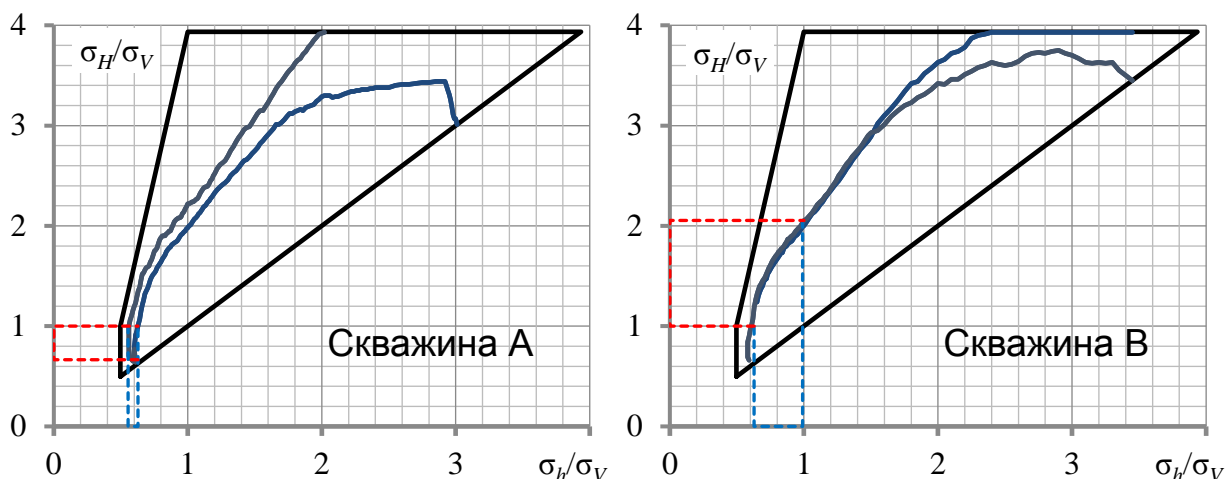


Рис. 8 Полигоны напряжений для скважин месторождения. В скважине А наблюдаются свидетельства преобладания сбросового тектонического режима, в скважине В – сдвигового

Повышение точности проводимой реконструкции главных напряжений было проведено с использованием качественного анализа тектонического режима (Anderson, 1951; Ребецкий, 2007): так для скважины А структурные неоднородности, наблюдаемые в породе, свидетельствовали о преобладании на рассматриваемой глубине сбросового режима, в то время как скважина В характеризовалась сдвиговым режимом. Соответствующие интервалы возможных значений горизонтальных напряжений указаны на рис. 8 пунктирными линиями синего цвета для величины  $\sigma_h/\sigma_V$  и красного цвета для величины  $\sigma_H/\sigma_V$ . В связи с невозможностью точной оценки значения минимального горизонтального напряжения (в отсутствие данных ГРП или миниГРП) и особенностями построенных полигонов напряжений (узость области, оцененной в ходе анализа трещиноватости) граничные условия ставились как функции, связывающие между собой значения горизонтальных напряжений  $f(\sigma_h, \sigma_H)$ .

Таким образом, для всего рассматриваемого объема были построены поля статических упругих модулей  $E_{st}$  и  $\nu_{st}$  и прочностных параметров UCS и  $\phi$ , а вдоль скважин были определены профили возможных значений главных напряжений. Эти данные в дальнейшем могут быть использованы для проведения трехмерного или четырехмерного геомеханического моделирования.

## Обсуждение

Построение геомеханической модели месторождения должно предваряться комплексом разномасштабных исследований физико-механических свойств пород. Одной из основных трудностей на этапе подготовки геомеханической модели является неопределенность, возникающая при реконструкции геомеханических параметров.

В первую очередь неопределенность возникает при попытке свести результаты исследований, проводимых на различных пространственных и временных масштабах: от микронного масштаба при исследованиях микроструктуры пород до многокилометрового масштаба при построении трехмерной модели; от микросекундного временного масштаба прохождения через образец упругих волн до геологического временного масштаба формирования современного напряженного состояния при тектонических процессах. Решением этой проблемы является определение закономерностей изменения исследуемых свойств на разных масштабах, построение моделей эффективных свойств среды. Тем не менее, даже использование модели эффективных свойств вносит погрешность в значения реконструированных параметров.

Кроме того, нужно понимать для описания каких процессов будет использоваться построенная геомеханическая модель. В оптимальном случае она должна быть наполнена зависимостями геомеханических параметров от пространственного и временного масштаба, позволяющими определить значения этих параметров именно на масштабе рассматриваемых явлений. Так представляется, что необходимо использовать существенно различающиеся параметры реологии среды для описания процесса эволюции фильтрационно-емкостных свойств, вызванной

изменением напряженно-деформированного состояния в ходе разработки месторождения, или для процесса распространения трещины гидроазрыва.

Реологические параметры сами по себе являются важным источником ошибки, вносимой использованием упругой модели и критерием разрушения Кулона-Мора, ввиду того, что эти модели являются значительным упрощением истинной реологии горных пород. Одним из путей решения этой проблемы является использование более сложных реологических моделей, в частности, использование моделей с упрочнением (Garagash et al., 1999). Важно отметить, что проводимый комплекс лабораторных исследований ядра допускает использование таких моделей, так как позволяет получить весь цикл нагружения в виде кривой «напряжение – деформация». С другой стороны, апскейлинг этих более сложных реологических законов на масштабы геофизических исследований и сейсмоки представляет собой предмет отдельного исследования.

Наконец, наибольшую неоднозначность в вопрос корректного построения трехмерной геомеханической модели вносит проблема реконструкции профилей напряжений по скважинным данным. Как было показано в работе (Дубиня, Ежов, 2015), на современном этапе развития методов анализа напряженного состояния по скважинным данным существует возможность реконструкции профилей горизонтальных напряжений лишь с точностью до некоторого класса функций, что естественным образом расширяет допустимые значения главных напряжений, исполняющих роль граничных условий при геомеханическом моделировании. Особенно сильно этот эффект проявляется при рассмотрении объектов, на которых отсутствуют прямые измерения минимального горизонтального напряжения – миниГРП, тесты на приемистость. В таких случаях остается только устанавливать возможные связи между значениями горизонтальных напряжений и устанавливать граничные условия в виде таких связей. Это, очевидно, приводит к увеличению неопределенности и снижает достоверность результатов геомеханического моделирования.

Резюмируя, можно говорить о том, что, несмотря на то, что трехмерное и четырехмерное геомеханическое моделирование является задачей в значительной степени формализованной, для качественного ее решения необходимо четко понимать, каким образом получены входные данные и какова степень неопределенности этих входных данных. С одной стороны, это приводит к необходимости выполнения множественных расчетов, учитывающих возможные комбинации входных параметров. С другой стороны, такая неопределенность входных параметров приводит к выводу о том, что возможны ситуации, когда упрощение геомеханической модели не приводит к росту погрешности результатов моделирования, так как дополнительная вносимая погрешность остается внутри неопределенности, вызванной неоднозначностью входных параметров.

## **Заключение**

В результате проведения комплекса экспериментальных работ и теоретических исследований были подготовлены данные для построения геомеханической модели месторождения. Применение специальных методик позволило получить не фиксированные значения оцененных параметров, но возможные диапазоны их изменения. Такой подход дает возможность проводить геомеханическое моделирование с учётом неоднозначностей, возникающих при реконструкции геомеханических параметров по данным керновых, геофизических и сейсмических исследований.

Использование модели эффективных физико-механических свойств среды позволило синтезировать значения геомеханических параметров даже в областях отсутствия тех или иных исследований. Кроме того, построенные модели механических свойств дают возможность наделить геомеханическую модель некоторой гибкостью, позволяя использовать ее при моделировании геомеханических процессов различных пространственных и временных масштабов.

В то же время использование анализа трещиноватости для восстановления профилей горизонтальных напряжений дало возможность выполнить оценку напряжённого состояния в



отсутствие данных ГРП и тестов на приёмистость. Проверка реконструированных профилей напряжений с помощью анализа вывалов позволила верифицировать полученные результаты.

Одним из выводов, сделанных в ходе интерпретации результатов лабораторных экспериментов, стало заключение о необходимости формулирования стандартов по проведению и интерпретации результатов трехосных и псевдотрехосных испытаний горных пород, учитывающих характерную для них нелинейную реологию.

Лабораторный комплекс, использованный при работе с керновым материалом, был создан при финансовой поддержке Российского Научного Фонда по гранту №14-17-00658.

## Использованные источники

- Афанасьев И.С., Никитин А.Н., Латыпов И.Д., Хайдар А.М., Борисов Г.А., 2009. Прогноз геометрии трещины гидроразрыва пласта. *Нефтяное хозяйство*, 2009, 11, с. 62-66.
- Баюк И. О., 2013. Основные принципы математического моделирования макроскопических физических свойств коллекторов углеводородов. *Технологии сейсморазведки* 2013. 4: 5–18.
- Баюк И.О., Белобородов Д. Е., Березина И. А., Гилязетдинова Д. Р., Краснова М. А., Корост Д. В., Патонин А., Пономарев А. В., Тихоцкий С.А., Фокин И. В., Хамидуллин Р. А., Цельмович В.А., 2015. Сейсмоакустические исследования керна при пластовых условиях. *Технологии сейсморазведки* 2015. 2: 36–45.
- Баюк И. О., Дьяур Н. И., 2012. Восстановление тензора упругости глинистых сланцев по ограниченному набору измеренных скоростей с использованием теории эффективных сред. *Технологии сейсморазведки* 2012. 4: 15–21.
- Дубиня Н.В., Ежов К.А. Один метод определения локального поля напряжений из анализа трещиноватости // Триггерные эффекты в геосистемах (Москва, 1619 июня 2015 г.): материалы третьего Всероссийского семинара-совещания / под ред. В.В. Адушкина, Г.Г. Кочаряна. М.: ГЕОС. 2015. С. 98-105
- Дубиня Н.В., Ежов К.А., 2017. Уточнение профилей горизонтальных напряжений, действующих в окрестности скважин, по геометрическим характеристикам трещин в породах околоскважинного пространства. *Геофизические исследования* 18(2): 5-26.
- Патонин А.В., 2006. Геофизический комплекс INOVA: методика и техника лабораторного эксперимента. *Сейсмические приборы* 42: 3–14.
- Патонин А.В., Пономарев А.В., Смирнов В.Б., 2013. Аппаратно-программный лабораторный комплекс для решения задач физики разрушения горных пород. *Сейсмические приборы* 49(1): 19–34.
- Петров В.А., Насимов Р.М., 2012. Способ определения неоднородностей упругих и фильтрационных свойств горных пород. Патент RU 2 515 332.
- Ребецкий Ю.Л. *Тектонические напряжения и прочность горных массивов*. Научное издание. М.: ИКЦ «Академкнига».
- Тихоцкий С.А., Фокин И.В., Баюк И.О., Белобородов Д.Е., Березина И.А., Гафурова Д.Р., Дубиня Н.В., Краснова М.А., Корост Д.В., Макарова А.А., Патонин А.В., Пономарев А.В., Хамидуллин Р.А., Цельмович В.А., 2017. Комплексные лабораторные исследования керна в ЦПГИ ИФЗ РАН. *Наука и технологические разработки* 96(2): 17–32.
- Шермергор Т. Д., 1977. *Теория упругости микroneоднородных сред*. М.: Наука.
- Anderson, E. M., 1951. *The Dynamics of Faulting and Dyke Formation with Applications to Britain*. Oliver and Boyd, Edinburgh.
- Barton, C.A., Zoback, M.D. and Moos, D., 1995. Fluid flow along potentially active faults in crystalline rock. *Geology*, 23(8): 683-686.
- Bayuk I., Ammerman M., Chesnokov E., 2008. Upscaling of elastic properties of anisotropic sedimentary rocks. *Geophys. J. Int.*, vol. 172: 842-860.
- Biot, M.A., 1962. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of applied physics*, 33(4): 1482-1498.
- Dubinya, N., Lukin, S. and Chebyshev, I., 2015. Two-Way Coupled Geomechanical Analysis of Naturally Fractured Oil Reservoir's Behavior Using Finite Element Method. Presented at SPE Russian Petroleum Technology Conference, Moscow, 26-28 October. SPE-176631-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/176631-MS>.
- Garagash, I.A., Nikolaevski, V.N. and Dudley, J.W., 1999. FLAC simulation of triaxial and compaction tests in unconsolidated reservoir sand. In *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics*. Proceedings of the international symposium, pp. 505-510.
- Eaton, B.A., 1972. The effect of overburden stress on geopressure prediction from well logs. *Journal of Petroleum Technology*, 24(08): 929-934.
- Kim, M.M. and Ko, H.Y., 1979. Multistage triaxial testing of rocks. *Geotechnical Testing Journal*, 2(2): 98-105. <https://doi.org/10.1520/GTJ10435J>.
- Ljunggren, C., Chang, Y., Janson, T. and Christiansson, R., 2003. An overview of rock stress measurement methods. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(7): 975-989.
- Lukin, S., Oshmarin, R., Tugarova, M., Dubinya, N. and Chebyshev, I., 2015. Modeling of Effective Pressure Effect on Deformation Mechanisms of Fractured Reservoirs. Presented at SPE Russian Petroleum Technology Conference, Moscow, 26-28 October. SPE-176604-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/176604-MS>.
- Mavko, G., Mukerji, T. and Dvorkin, J., 2009. *The rock physics handbook: Tools for seismic analysis of porous media*, second edition. Cambridge University Press, Cambridge.
- Prats, M., 1981. Effect of burial history on the subsurface horizontal stresses of formations having different material properties. *Society of Petroleum Engineers Journal*, 21(06): 658-662.
- Silva, I., Domingos, F., Marinho, P., Laronga, R. and Khan, S., 2003, January. Advanced Borehole Image Applications in Turbidite Reservoirs Drilled with Oil Based Mud A Case Study From Deep Offshore Angola. In *SPWLA 44th Annual Logging Symposium*. Society of Petrophysicists and Well-Log Analysts.
- Sone, H. and Zoback, M.D., 2014. Viscous relaxation model for predicting least principal stress magnitudes in sedimentary rocks. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 124: 416-431., <http://dx.doi.org/10.1016/j.petrol.2014.09.022i>
- Townend, J. and Zoback, M.D., 2000. How faulting keeps the crust strong. *Geology*, 28(5): 399-402.



- 
- Zoback, M.D., Mastin, L. and Barton, C., 1986, August. In-situ stress measurements in deep boreholes using hydraulic fracturing, wellbore breakouts, and stonely wave polarization. In ISRM International Symposium. International Society for Rock Mechanics.
- Zoback, M.D., Barton, C.A., Brudy, M., Castillo, D.A., Finkbeiner, T., Grollmund, B.R., Moos, D.B., Peska, P., Ward, C.D. and Wiprut, D.J., 2003. Determination of stress orientation and magnitude in deep wells. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(7): 1049-1076.
- Zoback M.D., 2007. *Reservoir Geomechanics*. Cambridge University Press, Cambridge.